ребер $[AB]$, $[SC]$ и точку, лежащую на ребре $[AC]$ и удаленную от точки A на расстояние a, проведена плоскость. Найдите угол между этой плоскостью и плоскостью основания пирамиды.

ДОПОЛНЕНИЕ

Свойства преобразования подобия p. 1°. Преобразование подобия p с коэффициентом k взаимно однозначно. Образом пространства (плоскости) при преобразовании p является все пространство (вся плоскость). Обратное к p преобразование существует и также является преобразованием подобия (с коэффициентом $1/k$).

2°. Если A, B, C — точки, лежащие на одной прямой, причем $C \in [AB]$, то их образы $p(A), p(B), p(C)$ также лежат на одной прямой, причем $p(C) \in [p(A)\, p(B)]$.

3°. При преобразовании подобия p образом прямой (AB) является прямая $(p(A)\, p(B))$, образом отрезка $[AB]$ — отрезок $[p(A)\, p(B)]$, образом луча $[AB)$ — луч $[p(A)\, p(B))$, образом плоскости (ABC) — плоскость $(p(A)\, p(B)\, p(C))$.

4°. При преобразовании подобия образами параллельных прямых являются параллельные прямые, образами сонаправленных (противоположно направленных) лучей — сонаправленные (противоположно направленные) лучи, образами параллельных плоскостей — параллельные плоскости.

5°. Если O, A, B — три точки, не лежащие на одной прямой, то угол $\widehat{AOB}$ равен углу $p(A)\, \widehat{p(O)}\, p(B)$. Если треугольники OAB и $O^*A^*B^*$ таковы, что $\widehat{AOB} = \widehat{A^*O^*B^*}$, $\widehat{ABO} = \widehat{A^*B^*O^*}$, то существует преобразование подобия p такое, что $A^* = p(A)$, $B^* = p(B)$, $O^* = p(O)$.

6°. Композиция двух преобразований подобия с коэффициентами k_1 и k_2 есть преобразование подобия с коэффициентом k_1k_2.

Свойства гомотетии H_O^k. 1°. Гомотетия H_O^k является преобразованием подобия с коэффициентом $|k|$.

2°. При преобразовании гомотетии H_O^k образом плоскости является параллельная ей плоскость, образом прямой (AB) — параллельная ей прямая $(H_O^k(A)\, H_O^k(B))$, лучи $[AB)$ и $H_O^k([AB)) = [H_O^k(A) H_O^k(B))$ сонаправлены, если $k > 0$, и противоположно направлены, если $k < 0$.

3°. Композиция гомотетий $H_O^{k_1}$ и $H_O^{k_2}$ есть гомотетия $H_O^{k_1k_2}$.

4°. Если $O_1 \neq O_2$, $k_1k_2 \neq 1$, то композиция гомотетий $H_{O_1}^{k_1}$ и $H_{O_2}^{k_2}$ есть гомотетия $H_O^{k_1k_2}$, центр которой лежит на прямой $(O_1\,O_2)$. Центры гомотетий $H_{O_1}^{k_1} \circ H_{O_2}^{k_2}$ и $H_{O_2}^{k_2} \circ H_{O_1}^{k_1}$ совпадают тогда и только тогда, когда $(k_1-1)(k_2-1)=0$.

5°. Композиция $H_{O_2}^{k_2} \circ H_{O_1}^{k_1}$, где $k_2 = \dfrac{1}{k_1}$, — параллельный перенос $T_{(1-k_2)\overrightarrow{O_1O_2}}$.

6°. Преобразование, обратное гомотетии H_O^k, есть гомотетия $H_O^{1/k}$.

Свойства центральной симметрии Z_O. 1°. Центральная симметрия Z_O является гомотетией: $Z_O = H_O^{(-1)}$. Обратное к ней преобразование совпадает с ней самой.

2°. Центральная симметрия является перемещением.

3°. Композиция $Z_{O_2} \circ Z_{O_1}$ двух центральных симметрий есть параллельный перенос $T_{2\overrightarrow{O_1O_2}}$.

4°. Композиция $Z_{O_3} \circ Z_{O_2} \circ Z_{O_1}$ трех центральных симметрий Z_{O_1}, Z_{O_2}, Z_{O_3} есть центральная симметрия Z_O, центр которой является образом точки O_2 при центральной симметрии относительно середины отрезка $[O_1O_3]$. Если точки O_1, O_2, O_3 не лежат на одной прямой, то $O_1O_2O_3O$ — параллелограмм.

Свойства параллельного переноса $T_{\overrightarrow{AB}}$. 1°. Если $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A_1B_1}$, то $T_{\overrightarrow{AB}} = T_{\overrightarrow{A_1B_1}}$, т.е. для любой точки C $T_{\overrightarrow{AB}}(C) = T_{\overrightarrow{A_1B_1}}(C)$. Обратно: если хотя бы для одной точки C выполнено равенство $T_{\overrightarrow{AB}}(C) = T_{\overrightarrow{A_1B_1}}(C)$, то $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A_1B_1}$.

2°. Параллельный перенос есть перемещение.

3°. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ тогда и только тогда, когда $[AB] = T_{\overrightarrow{CA}}([CD])$.

4°. $[AB) \uparrow\uparrow [A_1B_1)$ тогда и только тогда, когда $[AB) = T_{\overrightarrow{A_1A}}([A_1B_1))$.

5°. Параллельный перенос $T_{\overrightarrow{AB}}$ имеет обратное преобразование, которое является параллельным переносом на направленный отрезок $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$.

6°. Параллельный перенос на нулевой направленный отрезок есть тождественное преобразование.

7°. При параллельном переносе образом плоскости является параллельная ей плоскость, образом прямой — параллельная ей прямая, образом луча — сонаправленный ему луч.

8°. Для любых направленных отрезков $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ выполняются равенства $T_{\overrightarrow{AB}} \circ T_{\overrightarrow{CD}} = T_{\overrightarrow{CD}} \circ T_{\overrightarrow{AB}} = T_{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}} = T_{\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AB}}$.

9°. Для любых точек $A_1, A_2, ..., A_n$ справедливо правило цикла: $T_{\overrightarrow{A_nA_1}} \circ T_{\overrightarrow{A_{n-1}A_n}} \circ ... \circ T_{\overrightarrow{A_2A_3}} \circ T_{\overrightarrow{A_1A_2}} = T_{\overrightarrow{A_1A_1}}$.