Лекция 12

12.1. Проблемы космологии

В предыдущей лекции мы кратко обрисовали одну из задач классической теории гравитации, состоящую в описании сферически симметричного распределения массы, что представляет собой идеализированную модель звезды. Вторая задача, над которой мы бьемся, используя классическую теорию гравитации, – это космология, или "наука о вселенной".[1] Все остальные задачи в теории гравитации мы будем исследовать, используя квантовую теорию; для того, чтобы получить классические следствия относительно макроскопических объектов, мы будем брать классические пределы для квантовых решений.

Очень трудно установить, что есть космология. Вообще говоря, она имеет дело со всем, что нам может быть известно о том, что происходит, если характерный масштаб является гигантским, то есть достаточно большим для того, чтобы даже галактики могли бы рассматриваться как объекты, инфинитезимальные по своему размеру. Космология может иметь дело также с вопросом о том, из чего образовалось видимое вещество, исходя из заданной начальной гипотезы, такой как "в самом начале все вещество состояло из водорода".

Один из аспектов космологии имеет дело с настоящей географией вещества; важный вопрос состоит в исследовании того, где находится вещество и что там происходит. Соответствующие наблюдения помогают нам ответить на вопрос о том, сколько галактик в направлении на восток или на запад и в каком направлении они движутся. Мы убеждены, что движение галактик определяется исключительно гравитацией, так что если однажды мы увидели или измерили распределение вещества и его скоростей, то простая физическая задача состоит в том, чтобы предсказать, что будет происходить потом. Космологические задачи другого рода возникают, когда мы переходим к таким гигантским масштабам, что подробная структура должна исчезнуть. Задача о том, что происходит затем, может быть в принципе решена путем задания каких бы то ни было любых начальных условий. Когда все детальное движение усредняется, мы можем задать вопрос, является ли вселенная статической или эволюционирующей, устойчивой или неустойчивой, конечной или бесконечной. Одно из интригующих предложений состоит в том, что вселенная имеет структуру, аналогичную той, которую имеет сферическая поверхность. Если мы движемся в любом направлении по такой поверхности, мы никогда не встретим границы или конца, несмотря на то, что поверхность ограничена и конечна. Могло бы быть так, что наше трехмерное пространство есть такой же объект, трех-

[1] Следуя лекциям Фейнмана, мы пишем слово "вселенная" с маленькой буквы (как это делали и ранее), подразумевая не единственную Вселенную, в которой мы живем, а относительно простую модель этого объекта (*Прим. перев.*)

мерная поверхность четырехмерной сферы. Такое устройство вселенной и распределение галактик, которое мы могли бы тогда увидеть, было бы чем-то аналогичным распределению пятен на шаре.

Оказывается, что одна теория гравитации (без привлечения других теорий) не дает ответ, который ограничивает возможные распределения по сфере, и не позволяет ей опровергнуть или доказать, что вселенная ограничена или бесконечна как гиперболический параболоид. Таким образом, задачи космологии всегда завязаны с некоторыми фундаментальными предположениями. Наиболее надежный способ проверить справедливость таких предположений состоит в том, чтобы вывести некоторые следствия и сравнить результаты с наблюдениями.

Наблюдения по исследованию географии вещества, которое расположено очень далеко от нас, являются весьма трудными и довольно неопределенными даже при использовании современных методов исследования. Следует также помнить, что какая-то область неба блокирована для исследований влиянием нашей собственной Галактики, которая содержит так много пыли, что не позволяет производить наблюдения в направлениях вдоль галактической плоскости. Несмотря на эти трудности и возможные ограничения, в настоящее время имеются свидетельства того, чтобы предположить, что вселенная повсюду однородна с галактиками, распределенными здесь и там, где-то больше, где-то меньше, но так, что любая заданная большая область очень сильно похожа на любую другую большую область. Для того, чтобы получить двумерный аналог, мы скажем, что это выглядит так, как если бы машина проехала по луже и разбрызгала грязные пятна случайным образом по стене и мы сидим на одном из этих грязных пятен и смотрим на все другие пятна.

Распределение скоростей оказывается весьма интересным, если мы сравниваем скорости галактик с их видимым расстоянием до нас. Давайте пропустим трудности, связанные с определением расстояний, несмотря на то, что эта трудности являются весьма существенными. Астрономы получили некоторые расстояния всеми правдами и неправдами, например, используя предположения о статистическом распределении яркости, и готовы ссылаться на них с некоторой неопределенностью, которая все время становится меньше. В то же время у нас есть измерения скоростей галактик по допплеровскому сдвигу частот спектра. Эти результаты оказываются согласованными в том смысле, что они показывают, что в оптических линиях наблюдаемого объекта имеется сдвиг в направлении меньших (более красных) частот спектральных линий, причем этот сдвиг пропорционален расстоянию, на которое удален от нас этот объект.

В лекции 1 мы обсудили простую модель для того, чтобы интерпретировать эти факты. Если все массы во вселенной есть осколки от взрыва, который произошел время T назад, и мы предполагаем, что гравитационные силы – слабы, тогда мы ожидаем, что осколок, который двигался со скоростью V относительно центра, сейчас должен находиться на расстоянии $R = VT$ от центра. Это соотношение выполняется вне зависимости

от того, какое может быть значение скорости V, так что все осколки мы ожидаем время $(R/V) = T$, это есть универсальная постоянная. Наблюдения согласуются с этой постоянной T и принимают значения в интервале $(10 - 13) \times 10^9$ лет. Неопределенности в оценке связаны не с измерениями скорости, а с измерениями расстояний. Наиболее далекие объекты, которые мы наблюдаем, удаляются от нас со скоростью $(v/c) = 0.48$.[1] Такое значение красного смещения есть одно из ключевых наблюдений, которое говорит нам кое-что о вселенной.

Другие наблюдения касаются распределения галактик. Хотя все видимые части неба оказываются замечательным образом похожими, галактики не распределены случайным образом, а сосредоточены в сгустках или скоплениях. Мы могли бы сказать, что галактики случайным образом расположены, если бы мы обнаружили, что для различных областей вселенной, имеющих заданные размеры, есть постоянная величина N с разбросом $\pm\sqrt{N}$. В среднем расстояния между галактиками равны их диаметрам, умноженным примерно на десять. Наша Галактика имеет диаметр примерно 10^5 световых лет, так что среднее межгалактическое расстояние равно примерно 10^6 световых лет. Число галактик, распределенных внутри кубов с ребрами большими, чем 10^6 световых лет, не равно $N \pm \sqrt{N}$ (для любого расположения кубов с заданным размером). Найдено, что галактики сосредоточены преимущественно в скоплениях примерно по 50 галактик в скоплении, это есть типичное число галактик в скоплении. Кроме того, найдены скопления скоплений. Тем не менее, говорят, что не обнаружены скопления скоплений скоплений галактик – это означает, что если мы идем к масштабам длины, которые велики по сравнению с масштабом 10^8 световых лет, вселенная кажется имеющей почти "случайное" распределение галактик.

Так как предполагается, что скопление галактик и скопление скоплений обусловлено гравитационным взаимодействием между ними, предполагается, что отсутствие скоплений с радиусом большим, чем несколько единиц, умноженных на 10^8 световых лет, есть свидетельство "обрезания" гравитационной силы на масштабе, порядка этой величины. Мы не будем принимать такую точку зрения потому, что мы не хотим модифицировать нашу теорию; если только не обнаружатся эффекты, в действительности опровергающие эту теорию; отсутствие скоплений скоплений скоплений не кажутся мне тем, что было бы противоречием нашей теории. Мы возьмем эту характерную величину в качестве меры масштаба длины, по которому мы должны усреднить плотность вещества, если мы хотим рассматривать вселенную, как являющуюся в некотором смысле однородной.

Имеются ли какие-либо вариации в однородном распределении плотности в областях, находящихся на различном расстоянии от нас? С помощью

[1] В настоящее время известны галактики, движущиеся с существенно более высокими скоростями относительно нас и имеющие значениями красного смещения $z > 5.5$, и тогда $(v/c) = (z^2 + 2z)/(z^2 + 2z + 2) > 0.95$. Эти "рекордные" данные постоянно обновляются. (*Прим. перев.*)

наблюдений делается попытка подсчитать количество галактик в оболочках, имеющих внутренний радиус R и внешний радиус $R + \Delta R$. Полученные результаты наводят на мысль о том, что здесь могут быть небольшие вариации плотности в зависимости от расстояния, что делает вселенную более плотной в отдаленных областях. Тем не менее, неопределенности подобного распределения плотности велики сравнительно с относительными вариациями от постоянного значения плотности; теория вселенной, предсказывающая или предполагающая постоянное распределение плотности, не оказалась бы в рассогласовании с имеющимися в настоящее время оценками.

12.2. Предположения, приводящие к космологическим моделям

Так как наблюдения не являются достаточно точными для того, чтобы ясно навести на мысль об определенных характеристиках, мы должны полагаться на нашу изобретательность и сделать определенные гипотезы о структуре вселенной. Основная гипотеза, которую делает почти каждый космолог, состоит в том, что вселенная (на основном космологическом масштабе большем, чем 10^8 световых лет) выглядит одинаково вне зависимости от того, где этот космолог находится во вселенной, причем не обязательно в один и тот же момент времени. Это означает, что в любой точке во вселенной будет время или было время, в которое вселенная будет выглядеть или выглядела так, как она выглядит для нас сейчас. Это означает, что при условии, если мы сдвигаем временные масштабы для того, чтобы попасть соответствующим образом в заданные моменты времени, эволюция вселенной следует одной и той же траектории вне зависимости от того, с какого места мы наблюдаем за ней.

Предположение, которое мы только что упомянули, подразумевает очень сильную однородность пространства во вселенной. Это абсолютно произвольная гипотеза, насколько я ее понимаю, и конечно она вовсе не представляет собой предмет какой бы то ни было наблюдательной проверки. Так как мы были и будем продолжать быть ограниченными в очень небольшой области в окрестности нашей Галактики, зависимость вселенной от времени следует "космологической" шкале времени, которая в миллиард раз более продолжительная, чем масштаб нашей человеческой жизни. Я подозреваю, что предположение об однородности вселенной отражает предрассудок, родившийся как следствие ниспровержения геоцентрических идей. Когда люди допустили, что Земля не есть центр вселенной, они склонились на время к идее гелиоцентрической вселенной, только чтобы обнаружить, что Солнце является обычной звездой, очень сильно похожей на любую другую звезду, и находится Солнце на самом обычном (не центральном!) месте внутри нашей Галактики, которая не является какой-либо необычной галактикой, а является похожей на многие и многие другие галактики. Таким образом, предполагается, что наше положение во вселенной должно быть в точности похоже на любое другое место во вселенной, как некоторое продолжение последовательности рассуждений,

которую я привел. Было бы довольно затруднительно после обнаружения того, что мы живем на обычной планете, движущейся вокруг обычной звезды, находящейся в обычной галактике, найти, что наше положение во вселенной является необычным или является центром, или местом с наименьшей плотностью, или местом с наибольшей плотностью и т.д. и т.п. Для того, чтобы избавиться от этого затруднения, мы склоняемся к гипотезе об однородности.

Однако мы не должны принимать такую гипотезу без того, чтобы узнать, для чего берется такая гипотеза. Моя точка зрения будет иллюстрироваться с помощью аналогии. Если мы прыгаем с парашютом с самолета, пролетающего в случайном месте над землей, и приземляемся в березовой роще, об этом месте мы можем утверждать, что мы приземлились в случайном месте, и из того, что нет ничего уникального в этом месте, мы придем к выводу о том, что земля *всюду* покрыта березовыми деревьями. Это заключение было бы ложным вне зависимости от идеальной случайности места, где мы могли бы приземлиться. Однако возможно, что мы имеем дело с такой же ситуацией при построении нашего фундаментального предположения о космологии.

Мы упомянем только три космологических теории. Имеется космологическая теория по Милну [Miln 34], в которой полностью пренебрегается гравитационными силами; это достаточно хорошая теория в том случае, если средняя плотность вселенной достаточно мала. Существует теория, первоначально предложенная Эйнштейном и затем рассматриваемая другими авторами, которая возникла из предположения, что вселенная является скорее статической, чем динамической. Это предположение предшествовало наблюдениям Хабблом красного смещения, пропорционального расстоянию. Статическая модель вселенной не могла бы быть построена без добавления члена к тензору давления в уравнениях Эйнштейна, как показано в следующих уравнениях:

$$R^{\mu}{}_{\nu} - \frac{1}{2}\, g^{\mu}{}_{\nu}\, R = KT^{\mu}{}_{\nu} + \Lambda g^{\mu}{}_{\nu}. \tag{12.2.1}$$

Мультипликативная константа Λ известна как "космологическая постоянная". Мы обсуждали возможное появление таких членов, оно возникает из той части действия, которая есть

$$\Lambda \int d\tau\, \sqrt{-g}. \tag{12.2.2}$$

Если бы Эйнштейн решил, что такой член не может содержаться в его уравнениях, то он предсказал бы возможность существования эволюционирующей вселенной, которая наблюдалась Хабблом. После открытия Хаббла Эйнштейн более не интересовался такой космологической теорией, которая была дискредитирована, несмотря на то, многие авторы продолжают работать с подобными теориями, рассматривая различные значения космологической постоянной. Мы будем рассматривать только теории, для которых $\Lambda = 0$.

Весьма оригинальная космологическая теория была создана Хойлом [Hoyl 48], который предположил не только то, что вселенная эволюционирует всюду по сходной траектории, но что на самом деле вселенная находится в стационарном состоянии, она выглядит всюду и во все моменты времени одинаково. Для того, чтобы построить такую вселенную, в которой звезды и планеты постоянно создаются из космической пыли, должно быть постоянное создание вещества всюду во вселенной, так что хотя плотные галактики удаляются друг от друга, средняя плотность остается постоянной. Никакого механизма для подобного создания вещества не определено, эта теория пренебрегает тем, чтобы рассматривать детали сохранения энергии; например, не описан механизм, с помощью которого можно было бы понять, какое состояние или какая скорость вещества характеризует вещество в момент его создания. Хотя в обычных обстоятельствах физик должен был бы восставать против теории, которая столь бесцеремонно игнорирует законы сохранения, такие как сохранение вещества и энергии, необходимо помнить, что мы имеем дело не с обычной, а с космологической проблемой. Другие космологические теории заметают проблему создания вещества под ковер, просто предполагая момент, в который вещество уже существует, и говоря только о том, что происходит потом. Для подобного создания вещества не приводится никакого механизма, так что стационарная теория едва ли может быть обвинена в неразумности на этом основании. Следовало бы также держать в голове, что вселенная настолько огромная, что скорость создания вещества могла бы быть экстремально малой, много меньше той величины, которая могла бы быть непосредственно наблюдаема. Если только один атом водорода в одной кубической миле пространства будет создаваться каждый год, то это могло бы поддерживать вселенную в стационарном состоянии.

Мы будем сначала обсуждать теорию с $\Lambda = 0$, в которой не предполагается, что вселенная выглядит одинаковой во все моменты времени, но в которой предполагается, что вселенная развивается идентичным образом во всех местах. Если мы выбираем временные масштабы, соответствующие различному выбору начала координат так, что соответствующие этапы эволюции обозначаются одним и тем значением координаты t, то метрика Робертсона — Уолкера, которая определяет геометрию, является следующей

$$(ds)^2 = (dt)^2 - \frac{R^2(t)}{(1+kr^2/4)^2}\left[(dr)^2 + r^2\left(\sin^2\theta(d\phi)^2 + (d\theta)^2\right)\right]. \qquad (12.2.3)$$

Давайте установим некоторые простые свойства этой метрики. Если мы находимся в одном и том же месте, то $ds = dt$, вне зависимости от того, где мы находимся. Если мы смотрим на вселенную в заданный момент времени $dt = 0$, то трехмерное пространство в заданный момент времени является сферически симметричным, но может иметь некоторую кривизну. Идея однообразия пространства требует эту сферическую симметрию, так как сферическая поверхность есть единственный вид поверхности, которая

выглядит одинаково вне зависимости от того, где мы на ней находимся. Таким образом, мы записываем метрику, которая соответствует трехмерной поверхности постоянной кривизны, которая являются изотропной при наблюдении ее из любой точки. При $k > 0$ метрика соответствует трехмерной сфере, при $k = 0$ мы имеем плоское пространство, при $k < 0$ мы имеем отрицательную кривизну и неограниченную вселенную.

Давайте посмотрим, как мы могли бы описать трехмерную поверхность, которая является сферической. Мы используем математику, аналогичную двумерной сферической поверхности, которая описывается двумя углами θ и ϕ; поверхность находится на постоянном расстоянии b от начала координат и углы определены, так что

$$\begin{aligned} z &= b\cos\theta, & x^2+y^2+z^2 &= b^2, \\ x &= b\sin\theta\cos\phi, & y &= b\sin\theta\sin\phi. \end{aligned} \tag{12.2.4}$$

В четырехмерном пространстве все, что мы делаем, состоит во введении третьего угла ξ, такого, что

$$\begin{aligned} w &= a\cos\xi, & z &= a\sin\xi\cos\theta, \\ x &= a\sin\xi\sin\theta\cos\phi, & y &= a\sin\xi\sin\theta\sin\phi. \end{aligned} \tag{12.2.5}$$

При использовании такого угла ξ метрика на трехмерной поверхности $dt = 0$ пропорциональна квадрату радиуса и следующей величине

$$(d\xi)^2 + \sin^2\xi\left((d\theta)^2 + \sin^2\theta(d\phi)^2\right). \tag{12.2.6}$$

Для того, чтобы сделать переход к метрике (12.2.3) через радиальную координату, мы попросту вводим преобразование такое, что ($r^2 \neq x^2+y^2+z^2$),

$$\frac{dr}{r} = \frac{d\xi}{\sin\xi}, \tag{12.2.7}$$

которое приводит к выражению для $\cos\xi$

$$\cos\xi = \left[\frac{1-kr^2/4}{1+kr^2/4}\right]. \tag{12.2.8}$$

Когда мы сравниваем выражения, мы находим, что метрика (12.2.3) правильно представляет трехмерную поверхность, которая на самом деле является сферической. $R(t)$ является преобразующим множителем между координатными дифференциалами и длинами дуги, который меняется со временем; так что метрика в общем случае не является статической.

12.3. Интерпретация космологической метрики

Первый вопрос, который мы должны были бы исследовать, состоит в том, какова динамика объектов в такой метрике. Будут ли покоящиеся объекты оставаться в покое? Для таких объектов только u^t не равно нулю и уравнение движения сводится к следующему соотношению:

$$\frac{du^\alpha}{\ldots} = \Gamma^\alpha_{\ldots}{}^t{}_{\ldots}{}^t$$

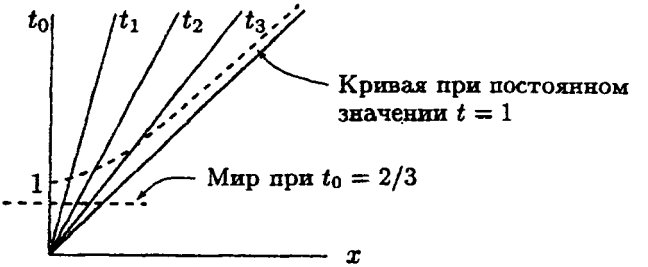

Рис. 12.1.

Так как $\Gamma^{\alpha}_{tt} = 0$, такая система координат может быть реализована набором массивных частиц.

Используя выражение метрики (12.2.3), мы должны были бы иметь возможность сделать некоторые предсказания относительно наблюдаемых величин на языке функции $R(t)$. Может быть тогда возможно будет построить модель вселенной, в которой точно определяется функция $R(t)$. Например, стационарная вселенная Хойла соответствует такой функции $R(t)$, которая экспоненциально зависит от времени. Вселенная Милна соответствует такой функции $R(t)$, которая попросту пропорциональна времени t.

Давайте кратко рассмотрим некоторые свойства вселенной Милна для того, чтобы только понять, что вселенная выглядит одинаково в соответствующие моменты времени с точки зрения наблюдателя, расположенного в различных местах пространства. Мы говорили, что такая модель соответствует нулевой гравитации. Например, возможно переопределить координаты таким образом, чтобы получившаяся в результате метрика была плоской. Тем не менее, когда мы переписали метрику, оказалось, что наша трехмерная поверхность имеет кривизну. Мы можем понять источник этой кривизны, рассматривая множество часов с идентичными маятниками, которые расходятся с разными скоростями от заданного начала координат в заданный момент времени $t = 0$. Если мы рассмотрим диаграмму Минковского, мировые линии различных часов представляют временные оси различных координатных систем. Таким образом, поверхности равных моментов времени искривляются (см. рис. 12.1). Трехмерная поверхность "при заданном времени" соответствует подобной гиперболической поверхности и, следовательно, имеет некоторую кривизну. Тем не менее, четырехмерное пространство точно такое же плоское, как и было ранее.

Более близкая операционистская точка зрения на такую кривизну касается измерения радиуса и длины окружности. Если мы измеряем их в подпространстве "сейчас", то найдем, что длина окружности равна $2\pi R$. Измерения при постоянном значении t соответствуют измерениям, проведенным так, как если бы локальная галактика, убегающая наружу со скоростью, пропорциональной расстоянию, находилась в покое. Таким образом, радиус измеряется стержнями, движущимися *вдоль* своей длины. Длина окружности измеряется стержнями, движущимися перпендикулярно своей длине, отсюда это наблюдение эффективной кривизны.

Теперь, когда мы прояснили значение трехмерных поверхностей при постоянном значении t, давайте посмотрим, что мы можем вывести, что

детектируемое изменение в видимой частоте сигнала, который испускается где-нибудь в другом месте, причем это изменение выразим через функцию $R(t)$. Мы должны спросить, какой интервал соответствует времени приема, если мы точно определили время испускания сигнала и координату r. Траектория светового сигнала задается следующим соотношением $(ds)^2 = 0$. Если свет движется вдоль радиуса, мы имеем

$$(ds)^2 = 0 = (dt)^2 - \frac{R^2(t)}{(1+kr^2/4)^2}(dr)^2,$$

из которого следует, что

$$\frac{dt}{R(t)} = \frac{dr}{(1+kr^2/4)}. \tag{12.3.1}$$

Если мы обсуждаем часы при постоянном значении координаты r, тогда dt есть интервал собственного времени; число тиканий часов есть попросту $\int dt$. Для того, чтобы сравнить частоты, мы должны вычислить отношение продолжительности времени испускания сигнала ко времени его приема. Если мы посылаем сигнал, причем начинаем посылать сигнал в момент времени t и заканчиваем в момент времени $t + \Delta t$, то начало приема сигнала соответствует времени t_0 и его прием заканчивается в момент времени $t_0 + \Delta t_0$. Интегрируя вдоль световой траектории, определяемой соотношением (12.3.1), от начальной точки испускания до начальной точки приема, получаем

$$\int_t^{t_0} \frac{dt'}{R(t')} = \int_0^r \frac{dr}{1+kr^2/4} = \int_{t+\Delta t}^{t_0+\Delta t_0} \frac{dt'}{R(t')}, \tag{12.3.2}$$

поскольку координата r есть постоянная величина для заданной галактики. Какова бы ни была длина интервала $t_0 - t$, если обе величины Δt и Δt_0 малы сравнительно с изменениями функции $R(t)$, то из уравнения (12.3.2) следует, что

$$\frac{\Delta t}{R(t)} = \frac{\Delta t_0}{R(t_0)}. \tag{12.3.3}$$

Таким образом, сравнение частот определяется функцией $R(t)$; полученный результат определяется соотношением:

$$w_{\text{приема}} = \frac{R(t)}{R(t_0)} \cdot w, \quad w = \text{естественная частота}. \tag{12.3.4}$$

Очевидно, что функция $R(t)$ – масштабный фактор для вселенной. Если $R(t)$ есть монотонно возрастающая зависимость от t, что соответствует расширяющейся вселенной, то все принимаемые частоты имеют красное смещение. Величина этого смещения будет приблизительно пропорциональна $(t_0 - t)$, если этот интервал мал по сравнению с интервалом, на котором происходит изменение функции $R(t)$.

Перед тем, как мы сможем связать это красное смещение с хаббловским красным смещением, мы должны придумать схему для задания расстояний, соответствующих различным значениям координаты r.

12.4. Измерения космологических расстояний

Давайте представим себе, что мы пытаемся определить расстояние до удаленной галактики, рассматривая ее видимый угловой диаметр. Предположим, что галактика имеет диаметр L; тогда, если мы наблюдаем угловую протяженность $\Delta\theta$, расстояние до галактики D_0 должно задаваться следующим соотношением

$$\Delta\theta \cdot D_0 = L, \quad \text{т.е.,} \quad D_0 = \frac{L}{\Delta\theta}. \tag{12.4.1}$$

Предполагается, что L есть длина в равные моменты времени, т.е. $dt = 0$. Мы предполагаем, что величина ϕ остается постоянной и что $\Delta\theta$ может рассматриваться как инфинитезимальная величина. Интервал является времени-подобным:

$$-(ds)^2 = \frac{R^2(t_0)}{(1+kr^2/4)^2} r^2 (\Delta\theta)^2 = L^2, \tag{12.4.2}$$

так что

$$D_0 = \frac{R(t_0)r}{(1+kr^2/4)}. \tag{12.4.3}$$

При диапазоне значений расстояний много меньших, чем $1/\sqrt{k}$, величина r будет соответствовать расстоянию, измеряемому таким способом с масштабным множителем $R(t)$. Мы видим также, что при использовании расстояний, измеряемых таким способом, красное смещение удаленных галактик должно быть пропорционально их расстоянию от нас (закон Хаббла) как результат, получаемый в первом порядке.

Другой достаточно общий метод оценивания расстояний основан на использовании видимой яркости галактик. Предполагается, что галактики имеют постоянную среднюю "стандартную" яркость, что соответствует испусканию заданного числа фотонов заданной энергии в каждую секунду. Этот метод аналогичен оцениванию расстояний по методу стандартной свечи, при котором говорится, что D^2 =(Стандартная интенсивность/Видимая интенсивность), поскольку интенсивность удовлетворяет закону обратных квадратов. Для нашей нынешней задачи видимый телесный угол есть (L^2/D^2), где L - есть диаметр галактики; мы должны включить также множитель, учитывающий замедление времени, поскольку N фотонов, испущенных в нашем направлении в интервале времени Δt, должны будут наблюдаться в интервале Δt_0, связанном с интервалом Δt соотношением (12.3.3). Если мы сравниваем интенсивности, мы должны включить множитель, который учитывал бы уменьшение энергии фотонов вследствие наличия красного смещения, выражение для которого приведено в соотношении (12.3.4). Конечный результат, описывающий соотношение между расстоянием D и r, есть

$$D = \frac{R^2(t_0)r}{R(t)(1+kr^2/4)}. \tag{12.4.4}$$

Соотношение (12.4.4) отличается от соотношения (12.4.3) на множитель $R(t_0)/R(t)$, так что числа D_0 и D не совпадают. Тем не менее, возможно связать все это вместе и получить выражение для $R(t)$ в идеальном случае; эти рассмотрения являются стимулом для наблюдений, которые делаются с помощью 200-дюймового телескопа на горе Паломар; большую часть времени этого телескопа астрономы используют, наблюдая галактики, измеряя их диаметры, интенсивности, красные смещения в целях поиска наилучших обоснований характера функции $R(t)$ в том случае, если рассматриваемая в настоящее время модель является правильным описанием эволюции вселенной.

Если мы задаем вопрос о числе галактик, которым следовало бы находиться в оболочке толщины $d\rho$ на расстоянии ρ от нас, мы получим, конечно, различные выражения в зависимости от того, означает ли ρ расстояние D_0-типа или расстояние D-типа. Несмотря на это, ответ оказывается следующим

$$\text{Число галактик между } (\rho) \text{ и } (\rho + d\rho) = \frac{dr\, r^2 R^3(t)}{(1 + kr^2/4)^3} \cdot K \qquad (12.4.5)$$

в предположении, что галактики имеют одну и ту же среднюю плотность массы при всех значениях радиуса (K – константа).

Должно быть подчеркнуто, что все такие методы исследования структуры вселенной имеют встроенные в теорию предположения, которые могут быть в большой степени неверными. При определении расстояния из видимой яркости галактик предполагается, что нет существенного изменения яркости галактики с возрастом. Некоторые астрономы пытались вычислить сложные поправки для предполагаемой эволюции звезд, но по правде говоря, мы не знаем точно, как интенсивности эволюционируют в старой галактике. Должны ли мы предпочитать измерять диаметры галактик? Нет, поскольку не только трудно измерять диаметры для удаленных галактик, но мы также не знаем увеличиваются или уменьшаются диаметры галактик с возрастом. Дальнейшие трудности связаны с тем, что когда галактики становятся очень тусклыми, то почти невозможно быть уверенным в том, как много мы их теряем вследствие их тусклости. Эти трудности не затрагивают полученных результатов при условии, что мы предполагаем, что модель Хойла правильно описывает эволюцию вселенной; эта модель является единственной полностью детализированной космологической моделью, в рамках этой модели безоговорочно определяется, что галактики в среднем должны *быть* одинаковыми, так как вселенная находится в стационарном состоянии.

12.5. О характеристиках закрытой или открытой вселенной

Детальная динамика моделей вселенной (называемых моделями Фридмана, когда $\Lambda = 0$, и моделями Леметра в противном случае) может быть изучена на языке компонентов тензора энергии-импульса. Если мы вычисляем эти компоненты из тензора кривизны, выведенного из выражения для метрики (12.2.3), мы получаем для компонента с индексами 44

$$T^4{}_4 = 3\left(\frac{k + \dot{R}^2}{R^2}\right) = 8\pi G\rho + \Lambda, \qquad (12.5.1)$$

где ρ – средняя плотность вещества. Для другого диагонального элемента имеется следующее выражение

$$T^1{}_1 = \frac{2\ddot{R}^2}{R} + \frac{k + \dot{R}^2}{R^2} = -8\pi G p + \Lambda. \tag{12.5.2}$$

В этом соотношении величина p есть усредненное давление. Оно включает в себя *все* давления, обычное газовое давление, давление излучения и любое другое давление, обусловленное каким бы то ни было другим процессом. Для нашего обсуждения мы будем предполагать, что газовое давление настолько много больше любого другого давления, что всеми другими видами давления можно будет пренебречь. Но это давление является очень маленьким, поскольку оно по порядку величины $(\rho v^2)/2$, где (v/c) – средняя скорость газа, которая является совершенно малой величиной и мы будем предполагать, что оно не играет роли при определении динамики вселенной. Мы получаем описание динамики прямо из плотности ρ, требуя, чтобы тензор T удовлетворял условию равенства нулю дивергенции. В результате получаем следующее соотношение между p и ρ

$$\frac{d}{dt}(\rho R^3) = -3pR^2\,\frac{dR}{dt}. \tag{12.5.3}$$

Это уравнение и есть как раз $T^\mu{}_{4;\mu} = 0$. Другая независимая ковариантная дивергенция $T^\mu{}_{1;\mu} = 0$ дает $p_{,r} = 0$, то есть то, что и ожидалось, так как вселенная – изотропна. Этот результат имеет очень простую структуру и он имеет очевидное классическое значение, если мы называем R радиусом вселенной. Величина ρR^3 пропорциональна полной массе, которая есть содержание энергии в однородном шаре с радиусом R. Член, стоящий в правой части уравнения (12.5.3), определяет скорость совершения работы, так как он представляет собой давление, умноженное на объем. Это уравнение имеет точно такую же структуру, если вместо целой вселенной мы возьмем меньшую область, радиус которой равен величине a, пропорциональной R. В этом случае

$$\frac{d}{dt}(\rho a^3) = -3pa^2\,\frac{da}{dt}. \tag{12.5.4}$$

Если $p = 0$, то количество вещества внутри сферы не меняется;

$$\frac{4\pi}{3}\rho R^3 = M \tag{12.5.5}$$

есть постоянная величина. Мы можем решить эти уравнения для того, чтобы получить

$$(k + \dot{R}^2) = 2G\frac{M}{R}. \tag{12.5.6}$$

Это дифференциальное уравнение может быть решено для того, чтобы найти функцию $R(t)$. Поведение возможных решений легко понять, оставаясь

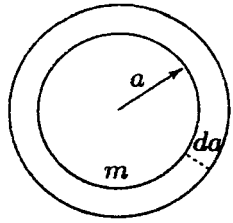

Рис. 12.2.

все еще в пределах ньютоновской механики. То, что может происходить, могло бы быть легко рассмотрено на языке того, что может происходить с оболочкой толщины da вне сферически симметричного распределения m (см. рис. 12.2). Может быть рассмотрено, каким образом происходит свободное падение в поле массы, находящейся внутри, которая есть постоянная величина, и это движение описывается уравнением свободного падения тела. Закон сохранения энергии говорил бы нам в ньютоновской механике, что

$$-\frac{Gm}{a} + \frac{\dot{a}^2}{2} = \text{постоянная} = \text{Энергия/Масса}. \tag{12.5.7}$$

В зависимости от величины этой энергии, возможны три типа решений.

1) Если энергия положительна, то оболочка продолжает расширение вечно и сохраняет расширение бесконечное время.

2) Если энергия равна нулю, то оболочка расширяется асимптотически к статической вселенной бесконечного разжижения.

3) Если энергия отрицательна, то движение ограничено и циклично.

Эти решения ньютоновской задачи соответствуют возможным типам вселенной; 1) соответствует открытой вселенной с отрицательной кривизной; 3) соответствует замкнутой вселенной с положительной кривизной.

Почему эти ньютоновские решения оказались достаточно хорошими для того, чтобы охарактеризовать ответы на наши вопросы? Это происходит потому, что в сферически симметричной задаче движение конечной оболочки вещества определяется только массой, находящейся внутри. Масса, находящаяся вне, образует внутри пространство, эквивалентное плоскому. Таким образом, рассматривая движение конечной оболочки, мы получаем описание поведения всей вселенной. Здесь мы снова видим мощь предположения о космологической однородности.