

ВВЕДЕНИЕ

Il libro della natura è scritto in lingua matematica.

GALILEO GALILEI

Книга природы написана языком математики.

ГАЛИЛЕО ГАЛИЛЕЙ

Первым шагом в математическом прояснении любой физической теории должно быть доказательство существования решений ее основных динамических и кинематических уравнений. После того как это сделано, надо определить общие качественные черты этих решений, а также подробно изучить конкретные частные системы, интересные для физики.

Рассмотрев общий вопрос о существовании решений динамических задач в гл. X, мы в этом томе и примыкающем к нему т. 3, посвященном теории рассеяния, предлагаем методы изучения общих качественных характеристик этих решений. Мы занимаемся в основном гамильтонианами нерелятивистской квантовой механики, хотя рассматриваем также и другие системы. Главной темой т. 3 является динамика при больших временах, в особенности «асимптотически свободные» решения. В этом томе в основном рассматриваются пять родов спектров, определенных в § VII.2 и VII.3: существенный спектр σ_{ess} ; дискретный спектр σ_{disc} ; абсолютно непрерывный спектр σ_{ac} ; чисто точечный спектр σ_{pp} и сингулярный спектр σ_{sing} . Оказывается, исследование абсолютно непрерывного спектра и задача доказательства того, что сингулярный спектр пуст, тесно связаны с теорией рассеяния. Поэтому разделение материала между томами 3 и 4 несколько искусственно.

В этих томах конкретные системы обычно привлекаются для иллюстрации применения общих математических методов, но детальный анализ отдельных систем не заходит слишком далеко. Специалисты по математической физике, к сожалению, пренебрегают подробным изучением конкретных систем. Но в области конкретных систем есть много интересных нерешенных задач даже в случае чисто кулоновой модели в атомной физике. Так, например, еще не доказано, что H^{-} не имеет связанных состояний, хотя аналогичная классическая система с одним положительным и тремя отрицательными зарядами обладает тем свойст-

вом, что ее энергия понижается при удалении одного из электронов на бесконечность. Более того, до сих пор строго не доказано, что энергия, нужная для удаления из атома первого электрона, меньше, чем энергия, нужная для удаления второго, несмотря на то, что это «физически очевидно». Мы надеемся, что, собрав в томах 2, 3 и 4 общие математические методы, мы сделали анализ отдельных систем более простым и привлекательным.

Обычно физики считают, что нерелятивистская квантовая механика — это область, в которой качественная структура, особенно на том уровне, на каком она трактуется здесь, понята до конца. По этой причине заметная часть физиков-теоретиков будет относиться к этим томам как к упражнениям в чистой математике. Нам же, напротив, этот материал кажется неотъемлемой частью современной квантовой теории. Для примера укажем проблеме доказательства отсутствия сингулярного спектра и доказательства асимптотической полноты для чисто кулоновой модели в атомной физике. Первая решена положительно Балслевом и Комбом в 1970 г., вторая остается открытой. Многие физики стали бы решать эти задачи по методу Голдбергера: «Проведем доказательство от противного. Допустим, что условие асимптотической полноты не справедливо. Да, но это же абсурд! Что и требовалось доказать». Или более точно: если бы не было асимптотической полноты, то разве мы не обнаружили бы какие-то странные явления в атомной и молекулярной физике?

Так как физика — это первично экспериментальная наука, то не следует с порога отвергать такое рассуждение, да признаемся, что и нам самим представляется в высшей степени невероятным, чтобы для атомных систем не выполнялось условие асимптотической полноты. Но все-таки, по нашему мнению, теоретическая физика должна быть наукой, а не искусством, и, наконец, нельзя до конца понять физический факт, пока его не удастся вывести из основных принципов. Кроме того, решение таких математических задач может привести к новым методам, представляющим интерес для вычислений (например, рассмотренная Л. Д. Фаддеевым полнота трехчастичных систем и применение его идей в ядерной физике), а также внести важные элементы ясности (например, физическая искусственность «адиабатического включения» взаимодействия в нестрогой теории рассеяния и проясняющие работы Кука, Яуха и Като).

То, что мы писали в предисловиях к прежним томам о замечаниях и задачах, справедливо и здесь, но с одним добавлением: большая часть материала в этом томе почерпнута из текущей научной литературы, так что многие «задачи» вполне серьезны. Некоторые из задач «со звездочкой» фактически суммируют содержание серьезных научных статей!