ным. Именно, $V=(-I_{\mathfrak{H}(a)})\oplus(I_{\mathfrak{H}(b)})$. Действительно,

$$(a-b)(T)\cdot V-(a+b)(T)=$$
$$=[-(a-b)-(a+b)](S(a))\oplus[(a-b)-(a+b)](S(b))=$$
$$=-2[a(S(a))\oplus b(S(b))]=0\oplus 0=0.$$

Но оператор V в общем случае не представляется в виде $V=w(T)$, где $w\in H^\infty$. В самом деле, если бы такое представление было всегда возможно, мы имели бы $-I_{\mathfrak{H}(a)}=w(S(a))$ и $I_{\mathfrak{H}(b)}=w(S(b))$. Взяв, в частности, функции $1-\overline{a(0)}a\in\mathfrak{H}(a)$ и $1-\overline{b(0)}b\in\mathfrak{H}(b)$, мы получили бы

$$-1+\overline{a(0)}a-w\cdot(1-\overline{a(0)}a)\in aH^2,$$
$$1-\overline{b(0)}b-w\cdot(1-\overline{b(0)}b)\in bH^2$$

и, следовательно,

$$1+w=au,\qquad 1-w=bv,$$

где u, $v\in H^2$ и даже u, $v\in H^\infty$. Таким образом, *необходимым условием существования представления $V=w(T)$, $w\in H^\infty$, оператора V является разрешимость уравнения $1=ax+by$ с x, $y\in H^\infty$.*

Однако, как мы знаем, существуют взаимно простые a и b, для которых это уравнение неразрешимо.

Приведенный пример показывает, что построение функционального исчисления для вполне неунитарных операторов T на базе класса N_T (как это сделано в § 8) довольно естественно. Класса ограниченных аналитических функций нам было бы недостаточно.

Рекомендуемая литература

Основным источником является монография Сёкефальви-Надя и Фояша [1], в которой можно найти подробную библиографию и исторический комментарий.

По параграфам мы рекомендуем следующую литературу.

§ 1. С.-Надь и Фояш [1], гл. I. Впервые теорема об унитарной дилатации доказана в работе С.-Надя [11] совершенно иным методом. Приведенное в тексте доказательство в основном следует работе Шеффера [1].

§ 2. С.-Надь и Фояш [1], гл. II. См. также Гальперин [1].

§ 3. С.-Надь и Фояш [1], гл. VI.

§ 4. С.-Надь и Фояш [1], гл. VI и IX.1.

§ 5. С.-Надь и Фояш [1], гл. VII. О «странных» факторизациях можно прочитать в статье Фояша [2].

§ 6. С.-Надь и Фояш [1], гл. I. См. также Андо [1], Бремер [1], И. Нейман [10], Варопулос [1].

§ 7. С.-Надь и Фояш [1], гл. II.2 и VI.8. Исследования в этом направлении были начаты в работе Сарасона [1]. Приведенные теоремы имеют многочисленные приложения (см., например, С.-Надь и Фояш [5]).

§ 8. С.-Надь и Фояш [1], гл. III и IV.

§ 9. С.-Надь и Фояш [1], гл. III, VIII и IX; С.-Надь [13], С.-Надь и Фояш [2]—[5].

§ 10. См. С.-Надь и Фояш [2], [3].