ПРЕДИСЛОВИЕ

Эта книга возникла на основе курсов „Действительные функции“, „Интегральные уравнения“, „Гильбертово пространство“ и т. д., читанных обоими авторами ряд лет в университетах Сегеда и Будапешта. Рукопись в ее первоначальном виде была закончена в 1948 г., но трудности технического характера задержали печатание, и за это время было добавлено несколько разделов, в которых нашли отражение более новые результаты.

Первая часть, в которой излагаются современные теории производной и интеграла, служит введением ко второй части, посвященной интегральным уравнениям, линейным функционалам и линейным операторам. Такое разделение книги на части соответствует распределению обязанностей между авторами: хотя мы и работали совместно, но первая часть в основном принадлежит перу первого автора, вторая часть — перу второго.

Обе части органически связаны между собой, причем центральное место занимает понятие линейной операции. Последнее нашло свое отражение в методе, с помощью которого изложена теория интеграла Лебега. Этот метод кажется нам проще и яснее, нежели тот, который основывается на теории меры; первый из авторов пользовался им в своих курсах более двадцати лет, но в окончательном виде этот метод излагается в печати впервые.

В начале первой части дается прямое доказательство теоремы Лебега о производной монотонной функции и с помощью этой теоремы исследуются связи между производными и интегралами функций интервала. Далее строится теория интеграла Лебега и исследуются пространства L^2 и L^p, а также линейные функционалы в этих пространствах. Интеграл Стильтьеса и его обобщения вводятся с помощью линейных функционалов в пространстве непрерывных функций.

Вторая часть открывается главой, посвященной интегральным уравнениям; ею прокладывается путь к общей теории линейных операторов. Здесь излагаются различные методы, приводящие к альтернативе Фредгольма, которые в следующей главе применяются к исследованию вполне непрерывных операторных уравнений в пространствах Гильберта и Банаха. Отдельная глава посвящена *симметричным* вполне непрерывным линейным операторам.

Далее развивается спектральная теория самосопряженных операторов как ограниченных, так и неограниченных, в гильбертовом пространстве. Особая глава посвящена функциям от самосопряженных операторов, а также изучению спектров и теории возмущений. Предметом следующей главы служат теорема Стоуна о группах унитарных операторов и примыкающие к ней теоремы.

В последней главе излагаются начала, пока еще отрывочные, спектральной теории линейных операторов, не являющихся нормальными; здесь показан метод, основанный на теории вычетов, а также изложены новейшие результаты И. Неймана, относящиеся к спектральным множествам.

В изложении материала мы не стремились подробно останавливаться на возможных обобщениях; вместо этого мы старались поставить основные задачи и указать методы их решения. Иногда мы знакомим читателя с несколькими методами, преследующими одну и ту же цель, сравнивая их друг с другом и выясняя их возможности.

Будапешт и Сегед, февраль 1952

Благосклонный прием, оказанный этой книге со стороны читателей, вызвал необходимость во втором издании. Мы постарались исправить допущенные в первом издании опечатки и кое-где улучшить изложение. Более значительные изменения внесены в главы X и XI, именно в те пункты, в которых рассматриваются полугруппы общего вида, связь между спектром линейного оператора и нормами степеней этого оператора, а также неймановские спектральные множества.

Будапешт и Сегед, май 1953

Если не считать нескольких небольших изменений, третье издание отличается от предыдущего тем, что в нем имеется добавление второго автора, посвященное проблемам гильбертовых пространств, которые тесно связаны с содержанием глав X и XI.

Будапешт и Сегед, ноябрь 1954

Ф. Р. и Б. С.-Н.