

а при нечетном  $m$

$$\frac{1}{2^{m+1}} = -W_m - \frac{m-1}{2} + \frac{1}{2^{m+1}}. \quad (6.109)$$

Формула (6.108) совпадает с формулой (6.98), если положить в ней  $I_m = \frac{1}{2^{m+1}}$ , а формула (6.109) совпадает с формулой (6.102).

#### § 4. Геометрия $m$ -сфер

**6.4.1. Уравнения  $m$ -сфер.** Мы определили  $m$ -сфера как пересечения сферы с  $(m+1)$ -плоскостью. Так как  $(m+1)$ -плоскость в свою очередь является пересечением  $n-m-1$  плоскостей, а каждая из этих плоскостей может быть заменена такой сферой, что указанная плоскость является радикальной плоскостью для этой сферы и данной сферы,  $m$ -сфера является пересечением  $n-m$  независимых сфер. Поэтому  $m$ -сферу можно задать  $n-m$  уравнениями

$$(\mathbf{x} - \mathbf{x}_u)^2 - R_u^2 = 0. \quad (6.110)$$

В этом случае произвольная сфера, проходящая через данную  $m$ -сферу, определяется уравнением

$$u^u ((\mathbf{x} - \mathbf{x}_u)^2 - R_u^2) = 0. \quad (6.111)$$

При  $m = n - 2$  совокупность сфер с уравнениями вида (6.111) составляет эллиптический пучок сфер.

**6.4.2. Взаимное расположение двух  $m$ -сфер.** Будем называть две  $m$ -сферы  $n$ -пространства без общих точек *зашелленными*, если всякая сфера, проходящая через одну из этих  $m$ -сфер, пересекается со всякой сферой, проходящей через другую  $m$ -сферу. Будем называть две  $m$ -сферы  $n$ -пространства без общих точек *незашелленными*, если существуют непересекающиеся сферы, проходящие через эти  $m$ -сферы.

На рис. 6.13 изображены различные виды взаимного расположения двух окружностей в 3-пространстве:

зашепление (рис. 6.13, *a*), незашепление (рис. 6.13, *б*) и пересечение в точке (рис. 6.13, *в*).

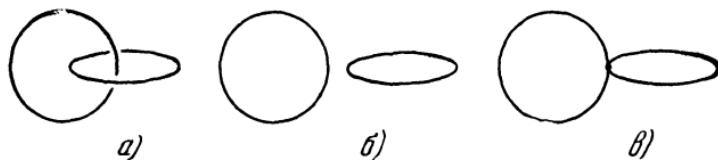


Рис. 6.13.

В главе XII мы определим изображение сфер  $n$ -пространства векторами псевдоевклидова  $(n + 2)$ -пространства, при котором  $m$ -сфера изображаются  $(n - m)$ -плоскостями этого пространства, и с помощью этого изображения мы получим удобный способ вычисления *стационарных углов*, определяемых двумя  $m$ -сферами.