

ЛЕКЦИЯ 1

ПРЕДМЕТ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ

Настоящая лекция — вводная. Ее целью является сообщение и разъяснение некоторых исходных положений, необходимых для введения читателя в круг историко-математических проблем. Выбор вопросов, включаемых в эту лекцию, определяется как общими соображениями о месте истории математики в системе математических наук, так и специальными, относящимися к месту данного курса лекций в системе подготовки математиков-специалистов. Ограничность круга избранных вопросов и краткость изложения вынужденные; они продиктованы необходимостью расходовать на вводную лекцию не слишком много времени. Понимание предмета истории математики, как и предмета другой науки, не исчерпывается знанием соответствующих определений. Оно будет совершенствоваться в ходе всего курса.

О предмете истории математики. История математики есть одна из математических дисциплин. Все отрасли математики, какими бы разными они ни казались, объединены общностью предмета. Этим предметом являются, по определению Ф. Энгельса, количественные отношения и пространственные формы действительного мира. Различные математические науки имеют дело с частными, отдельными видами этих количественных отношений и пространственных форм или же выделяются своеобразием своих методов.

Состав математики, как и всякой другой науки, включает в себя:

- а) факты, накопленные в ходе ее развития;
- б) гипотезы, т. е. основанные на фактах научные предположения, подвергающиеся в дальнейшем проверке опытом;
- в) результаты обобщения фактического материала, выраженные в математических, в данном случае, теориях и законах;

г) методологию математики, т. е. общетеоретические истолкования математических законов и теорий, характеризующие общий подход к изучению предмета математики.

Все эти элементы постоянно находятся во взаимосвязи и в развитии. Выяснение того, как происходит это развитие в изучаемый исторический период и куда оно ведет, — это и является предметом истории математики. *История математики есть наука об объективных законах развития математики.*

В соответствии с этим на историю математики возлагается решение большого круга задач. Нет возможности и необходимости их перечислять. Целесообразнее здесь дать лишь суммарную характеристику направлений историко-математических исследований.

Во-первых, в работах историко-математического характера воссоздается богатство фактического содержания исторического развития математики. В них освещается, как возникли математические методы, понятия и идеи, как исторически складывались отдельные математические теории. Выясняются характер и особенности развития математики у отдельных народов в определенные исторические периоды, вклад, внесенный в математику великими учеными прошлого и в первую очередь отечественными учеными.

Во-вторых, историко-математические работы раскрывают многообразные связи математики. Среди них: связи математики с практическими потребностями и деятельностью людей, с развитием других наук, влияние экономической и социальной структуры общества и классовой борьбы (в особенности в области идеологии) на содержание и характер развития математики, роль народа, личности ученых и коллективов ученых и т. п.

В-третьих, историко-математические исследования вскрывают историческую обусловленность логической структуры современной математики, диалектику ее развития, помогают правильно понять соотношение частей математики и, до известной степени, ее перспективы.

Разумеется, история математики может играть такую роль, только если исследования производятся на основе марксистско-ленинской науки методомialectического материализма, с полным владением специальным содержанием изучаемых вопросов.

История математики, как это следует из данного выше определения ее предмета, должна иметь дело со всем составом данной науки, со всеми ее областями и с большим количеством других наук. Это обстоятельство в свою очередь усиливает своеобразие историко-математической проблематики и методов исследования.

О материалистическом понимании предмета истории математики. По определению, данному еще Энгельсом, математика есть

наука о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира. Эти объекты математики не представляют непосредственно данной реальности. Они являются плодом абстракции. Чтобы исследовать средствами математики какой-либо предмет или явление, необходимо отвлечься от всех качественных особенностей его, кроме тех, которые непосредственно характеризуют количество или форму.

В ходе развития математики рассматриваются все более абстрактные объекты, входящие в класс количественных отношений и пространственных форм. В современных математических теориях эти формы и отношения часто предстают в весьма рафинированном, отвлеченном виде. В них говорится о множествах элементов, свойства которых и правила оперирования с ними задаются с помощью системы аксиом.

Абстрактность предмета математики иногда воспринимается некоторыми как исходный, самодовлеющий элемент в ее содержании. В таких случаях элементы исследуемых множеств представляются принципиально отделенными от вещей действительного мира, а системы аксиом, определений и операций оказываются вводимыми по произволу. Это ведет к различным разновидностям идеалистических заблуждений, отрицательно влияющих на развитие математики.

Необходимо научиться избегать подобных заблуждений. «Честно-наивного», основанного на интуиции, причисления себя к материалистам недостаточно. В. И. Ленин писал, что «без солидного философского обоснования никакие естественные науки, никакой материализм не может выдержать борьбы против натиска буржуазных идей и восстановления буржуазного мировоззрения» (В. И. Ленин. Соч., т. 33, стр. 207).

Знание истории науки существенно способствует выработке материалистического мировоззрения ученых. История показывает, что главным определяющим в развитии даже такой абстрактной науки, как математика, являются запросы материальной действительности. Абстрактность предмета математики лишь затушевывает происхождение (зачастую сложное, многогранное, опосредованное) всех понятий математики из материальной действительности, но ни в коем случае не отменяет его. История показывает, что запас количественных отношений и пространственных форм, изучаемых математикой, постоянно расширяется в неразрывной связи с запросами техники и естествознания, наполняя все более богатым содержанием общее определение математики.

Правильное материалистическое понимание предмета математики и знание ее истории — необходимое условие глубокого понимания подлинного места этой науки в трудовой и общественной деятельности людей, залог умения находить свое место в

общей работе, понимать связь содержания своей работы с общими задачами, мировоззрением Коммунистической партии Советского Союза и борьбой за построение коммунизма.

О роли практики в развитии математики. Математика — одна из самых древних наук. Математические познания приобретались людьми уже на самой ранней стадии развития под влиянием даже самой несовершенной трудовой деятельности. По мере усложнения этой деятельности изменялась и совокупность факторов, влияющих на развитие математики.

Со временем возникновения математики как особой науки со своим собственным предметом наибольшее влияние на формирование новых понятий и методов математики оказывало математическое естествознание. Под математическим естествознанием мы понимаем комплекс наук о природе, для которых на данной ступени развития оказывается возможным приложение математических методов. Одними из самых ранних наук, оказавших влияние на прогресс математики, являются астрономия, механика, физика.

Непосредственное воздействие задач математического естествознания на развитие математики можно проследить на протяжении всей ее истории. Так например, дифференциальное и интегральное исчисление в его наиболее ранней форме исчисления флюксий возникло как наиболее общий в то время метод решения задач механики, в том числе и небесной механики. Теория полиномов, наименее уклоняющихся от нуля, была разработана русским академиком П. Л. Чебышевым в связи с исследованием паровой машины. Метод наименьших квадратов возник в связи с большими геодезическими работами, проводившимися под руководством К. Ф. Гаусса. В настоящее время под непосредственным влиянием запросов новых областей техники получают бурное развитие многие области математики: методы приближенного решения дифференциальных уравнений в частных производных и интегральных уравнений, методы теории групп и т. д.

Примеры подобного рода можно продолжать неограниченно в отношении любой области математики. Все они показывают, что математика возникла из трудовой деятельности людей и формировала новые понятия и методы в основном под влиянием математического естествознания.

Выход математики в естествознание происходит как путем приложения существующих математических теорий к практическим проблемам, так и посредством разработки новых методов их решения. Вопрос о приложимости к практике той или иной математической теории не всегда получает сразу удовлетворительное разрешение. До его решения проходят зачастую годы и десятилетия. В качестве примера возьмем теорию групп.

Теория групп ведет свое начало от рассмотрения Лагранжем групп подстановок корней алгебраических уравнений в связи с проблемой разрешимости их в радикалах. Галуа при помощи теории групп подстановок дал ответ на вопрос об условиях разрешимости в радикалах алгебраического уравнения любой степени. В дальнейшем, в середине XIX в., в трудах Кэли сформировалось общее абстрактное определение группы. Позднее С. Ли разработал теорию непрерывных групп. Однако практическое применение теории групп начала получать только с конца XIX в. В 1890 г. русский ученый Е. С. Федоров приложил теорию групп к кристаллографии: он решил с помощью этой теории задачу классификации всевозможных кристаллических пространственных решеток. Позднее теория групп сделала мощным средством исследования в квантовой физике.

В свою очередь практика, и в частности техника, входит в математику как незаменимое вспомогательное средство научного исследования, во многом меняющее лицо математики. Введение электронных вычислительных устройств открыло неограниченные возможности для расширения класса задач, решаемых средствами математики, и изменило соотношение между методами нахождения точного и приближенного решения их. Однако, как велика ни была бы роль вычислительной техники, неизменным остается ее вспомогательный характер. Никакая, даже самая совершенная, вычислительная электронная машина не может приобрести свойств мыслящей материи — человеческого мозга, и существенно заменить его. Утверждения, в изобилии встречающиеся в иностранной литературе определенного профиля, об изобретении различных «электронных мозгов», способных якобы полностью заменить труд так называемых «интеллигентных рабочих», являются лишь частью социального заказа, выполняемого в целях устрашения трудящихся и эксплуатируемых людей и еще большего подчинения их.

Математика и другие науки. Область приложений математики постоянно расширяется. Этому расширению невозможно установить предел. Это невозможно принципиально. Рост приложений есть одно из свидетельств наличия и укрепления связей математики с другими науками.

Математика не только развивается под воздействием других наук. Она в свою очередь внедряет в другие науки математические методы исследования. Это обстоятельство дало повод некоторым иностранным ученым называть математику «служанкой и королевой всех наук», оттеняя тем самым своеобразное положение математики среди других наук.

Применение математического метода в естествознании имеет две существующие стороны:

а) выделение математической задачи, приближенно соот-

твествующей явлению или процессу, и нахождение метода ее решения;

б) разработку новых математических форм, так как неизбежно выявляется несовершенство, приблизительность выделенной математической схемы.

История математики изобилует примерами поисков универсальных математических методов, дающих возможность решать все или большинство поставленных задач. Едва ли не каждый крупный успех математики порождал подобные стремления. Факты истории убеждают в отсутствии такого универсального метода и учат правильному применению математических методов в соответствии с качественным своеобразием изучаемых явлений и процессов.

Наиболее полно математические методы применяются в механике и в небесной механике — науках, предмет которых в высокой степени абстрагирован от совокупности факторов, определяющих изучаемое явление. Широкие применения находят математические методы в физике, где нередко наибольшие трудности представляют правильная постановка задачи и интерпретация полученных результатов. Биологические науки еще существенно ограничивают возможности приложения математических методов из-за большого качественного своеобразия и невыясненности объектов изучения. Наименьшую приложимость методы математики имеют сейчас в общественных науках, где в основном, кроме элементарных, употребляются вероятностно-статистические методы.

Следует отметить, что в США и других капиталистических странах нередки случаи псевдонаучного использования математики в целях «доказательства» незыблемости буржуазно-капиталистических порядков, правомерности и извечности системы угнетения трудащихся.

О диалектическом характере законов развития математики. На IV курсе одновременно с изучением истории математики, студенты университетов начинают изучать диалектический материализм — философское учение марксизма-ленинизма, дающее наиболее правильное и полное понимание законов окружающей нас действительности. Тем самым создаются благоприятные условия для одновременной работы в двух направлениях:

а) в ходе занятий математикой и ее историей прослеживать законы диалектического развития этой науки;

б) при изучении диалектического материализма находить своеобразные конкретные формы общих законов, давать интерпретации, приводить примеры и упражнения математического характера.

Математика как наука является одной из форм общественного сознания людей. Поэтому, несмотря на известное качествен-

ное своеобразие, законы, управляющие ее развитием, в главном, в основном — общие для всех форм общественного сознания.

Поскольку изучение диалектического материализма студентами в это время только начинается, представляется неуместным пытаться охватывать в вводной лекции все или большую часть проблем этой науки. Достаточно привести лишь некоторые начальные соображения, например: развитие математики не есть плавный процесс постепенного и непрерывного развития математических истин; развитие в действительности происходит в ожесточенной борьбе нового со старым. История математики изобилует примерами, когда эта борьба проявляется особенно сильно, когда новое неодолимо побеждает, несмотря на неудачи и даже гибель мучеников и творцов науки.

Приведем несколько примеров. Наука о природе, в том числе математика, всегда испытывала противодействие религиозно настроенных кругов. Это противодействие было иногда настолько сильным, что значительным образом затрудняло и задерживало рост науки. Наука весьма многим обязана героизму известных и безвестных ученых времен Римской империи и средних веков, продвигавших вперед науку ценой собственной жизни.

В XVII в. анализ бесконечно малых, едва появившийся в трудах Лейбница и Ньютона и их последователей, подвергся ожесточенной критике, тон которой задал известный епископ Беркли. Борьба вокруг основных понятий математического анализа, в частности вокруг понятия предела, происходила в течение всей истории этой научной дисциплины. Эта борьба не утихла, как принято думать, с появлением работ Коши в первой трети XIX в., а разгорелась с новой силой. Построение основ анализа на базе теории пределов получило всеобщее признание только к самому концу прошлого века.

Основы неевклидовой геометрии стали известны с 1826 г. благодаря трудам гениального русского ученого Н. И. Лобачевского. Однако признание и дальнейшее развитие эта наука получила лишь к концу XIX в., после длительного периода борьбы. По существу созданные неевклидовы геометрии смогли развиваться лишь тогда, когда после возникновения теории относительности они сделались частью математической основы физических исследований о реальной природе пространственно-временного континуума. Геометрические методы исследования абстрактных многомерных и бесконечномерных пространств при помощи выражения процессов в фазовых пространствах стали необходимыми в физике.

И в наше время во всех областях математики происходит борьба передовых и реакционных тенденций. В условиях социалистического общества развитие происходит в атмосфере борьбы

мнений, научной критики, развитие которой всемерно поощряется.

Особенности развития математики в капиталистическом и социалистическом обществе. Математика как система знаний о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира складывается на основе общественной практики людей. Последняя существенным образом влияет на степень и характер развития математики. В числе проблем, относящихся к истории математики, видное место занимают проблемы воздействия социального строя общества на развитие математики, отношение к ней различных классов и т. п.

В курсе истории математики эти вопросы рассматриваются применительно к различным общественным формациям. Здесь же мы остановимся на характеристике своеобразия развития математики, обусловливаемом особенностями социальной структуры современного общества.

Мы живем в эпоху, когда социализм, ставший мировой системой самого прогрессивного и справедливого способа производства и общественных отношений, продолжает свое победоносное развитие. Ему противостоит лагерь стран, где интересы производства и общества подчинены интересам групп собственников-капиталистов. Это оказывает глубокое влияние на характер развития математики в наше время.

Научно-исследовательские учреждения и лаборатории капиталистических стран в массе своей представляют типичные капиталистические предприятия, целиком состоящие под контролем монополий. Над этими учреждениями властвуют интересы получения собственниками наибольшей прибыли, требования агрессивных кругов разрабатывать средства борьбы против сил мира и социализма. Это предопределяет односторонний, уродливый характер развития науки, в том числе и математики. Последней в таком случае навязывается роль служанки капитала, орудия капиталистической эксплуатации.

Научная мысль при этом периодически испытывает кризисы, проистекающие из несоответствия между объективными закономерностями науки и идеалистическими предпосылками мышления. В числе математических работ, зачастую весьма ценных и значительных по содержанию, встречается и большое число таких, которые имеют своей целью апологетику капиталистических отношений и идеализма. Математика капиталистического мира как бы обволакивается слоем идеалистических измышлений, склоняющихся в многочисленные направления и школы (конвенционализм, интуиционизм и т. д.), имеющих целью доказать, что законы развития математики не имеют объективного характера.

В Советском Союзе и в других странах социалистического лагеря математика, как и все другие науки, развивается на на-

чалах плановости, в соответствии с развитием производительных сил общества. Социалистические производственные отношения обеспечивают возможность всенародного доступа к математическому образованию и научным исследованиям. Исследования проводятся на базе идей марксизма-ленинизма под руководством Коммунистической партии Советского Союза. Все это создало исключительно благоприятные условия для быстрого и гармоничного роста математики в СССР. В короткий срок советские математики внесли большой и оригинальный вклад во все отделы математики, добились ведущей роли советской математики во многих основных разделах. Достижения математики в СССР, имеющие практическое применение, непосредственно обращаются на благо народа.

Главнейшие периоды в истории математики. В истории математики можно различить отдельные периоды, отличающиеся друг от друга рядом характерных особенностей. Периодизация необходима, чтобы было легче разобраться во всем богатстве фактов исторического развития математики. Существует много попыток периодизации истории математики. Периодизация производится по странам, по социально-экономическим формациям, по выдающимся открытиям, определившим на известное время характер развития математики, и т. п. Споры о периодизации нескончаемы. Однако, по нашему мнению, роль вопроса о периодизации чисто подсобная и определяется нуждами основной цели: вскрытия законов объективного развития математики.

В настоящем курсе мы придерживаемся периодизации, установленной А. Н. Колмогоровым в статье «Математика», в 26-м томе Большой Советской Энциклопедии. Эта периодизация представляется нам наиболее подходящей потому, что в ее основу кладется оценка содержания математики: ее важнейших методов, идей и результатов. В истории математики А. Н. Колмогоров различает следующие периоды:

а) Зарождение математики. Этот период продолжается до VI—V вв. до н. э., т. е. до того времени, когда математика осознается как самостоятельная наука, имеющая собственный предмет и методы. Начало периода теряется в глубине истории первобытного человечества. Характерным для этого периода является накопление фактического материала математики в рамках общей неразделенной науки.

б) Период элементарной математики. Продолжается от VI—V вв. до н. э. до XVI в. н. э. включительно. В основном он характеризуется достижениями в изучении постоянных величин. Некоторое представление об этих достижениях может дать математика, изучаемая ныне в средней школе. Период заканчивается, когда главным объектом задач математики делаются процессы, движения и когда начинают развиваться

аналитическая геометрия и анализ бесконечно малых. Понятие элементарной математики спорно, и в настоящее время не существует такого его определения, которое считалось бы общепризнанным. Однако выделение во времени такого периода представляется вполне оправданным характером материала математики.

в) **Период создания математики переменных величин.** Начало этого периода знаменуется введением переменных величин в аналитической геометрии Декарта и созданием дифференциального и интегрального исчисления в трудах И. Ньютона и Г. В. Лейбница. Конец периода относится к середине XIX в., когда в математике происходят существенные изменения, приведшие к современному ее состоянию. В течение этого бурного и богатого событиями периода сложились почти все научные дисциплины, изучаемые в настоящее время в высшей школе, в том числе и в университетах, в качестве классической основы современной математики.

г) **Период современной математики.** В XIX и XX вв. объем пространственных форм и количественных отношений, охватываемых методами математики, чрезвычайно расширился. Появились много новых математических теорий, невиданно расширились приложения математики. Обогащение содержания предмета математики оказалось настолько значительным, что это привело к перестройке и замене совокупности ее важнейших проблем. Наряду с другими первостепенными проблемами необычайное значение приобрели проблемы оснований математики. Под основаниями математики понимается система исторических, логических и философских проблем и теорий математики. В частности, речь идет о критическом пересмотре системы аксиом математики и совокупности логических приемов математических доказательств. Критический пересмотр имеет целью построение строгой системы оснований математики, соответствующей накопленному передовому опыту человеческой мысли. С последним, т. е. с накопленным опытом человеческой математической мысли, и знакомит история математики.

О месте курса истории математики в системе подготовки математиков-специалистов. Подготовка математиков-специалистов в Московском государственном университете построена таким образом, что в течение первых трех курсов в основном завершается общее математическое образование студентов. За это время они усваивают систему фактов, необходимых для самостоятельной работы над математическими проблемами, и приобретают необходимые навыки для такой работы. На IV и V курсах студенты широко вовлекаются в научную деятельность кафедр по избранной ими специальности. Большое место в бюджете времени студента начинают занимать работа в специальных

семинарах и прослушивание специальных курсов, выбор которых производится самими студентами в соответствии с их личными научными интересами. На IV курсе проводится и завершается также педагогическая и вычислительная практика.

Таким образом осуществляется система мероприятий, способствующих быстрому накоплению навыков практической, научно-исследовательской и преподавательской деятельности. Происходит процесс созревания математика-специалиста, пригодного как для работы в школе, так и в научно-исследовательских и вычислительных центрах.

Одним из элементов, характеризующих начало научной зрелости, является стремление охватить изучаемую науку в целом, понять логическую структуру и взаимосвязанность отдельных математических дисциплин,— словом, стремление дополнить знание усвоенных научных фактов знанием законов развития науки и, насколько возможно, ее перспектив.

Марксизм-ленинизм учит нас, что весь логический строй любой науки, ее структура, взаимосвязь и даже существование отдельных областей науки не представляют собой чего-то неизменного. Они являются плодом исторического развития. Больше того, сам логический ход мыслей в науке представляет собой не что иное, как отражение исторического процесса в абстрактной и теоретически последовательной форме (К. Маркс и Ф. Энгельс. Избранные произведения в двух томах, т. 1, 1949, стр. 332).

Наличие этой особенности развития науки классики марксизма-ленинизма продемонстрировали на конкретных примерах ряда общественных и естественных наук, в том числе математики. К. Маркс, например, в своих рукописях по математике подходил к решению задачи обоснования дифференциального исчисления посредством выявления элементарно-математических корней этого исчисления, прообразов его понятий и неразвитых форм его зарождающихся методов.

Осознание неразделимости логического и исторического в математике вызывает потребность в знании основных фактов истории математики и классических работ, в понимании законов развития математических наук и исторически сложившегося соответствия отдельных математических дисциплин. Эту потребность возбуждает и поддерживает также пример ведущих ученых-математиков. Их деятельность в конкретных областях математики, как правило, сочетается с исследованиями исторических проблем.

В качестве примера можно указать статью А. Н. Колмогорова «Математика» в 26-м томе Большой Советской Энциклопедии, где самый предмет математики рассматривается в историческом плане. Ценные исследования по истории математики опубликовали многие советские ученые: П. С. Александров, А. Д. Александров, Б. В. Гнеденко, В. В. Голубев, А. И. Маркушевич и др. По су-

ществу нет ни одного творчески работающего научного работника, который не занимался бы историей своей науки.

Большое внимание уделяется истории математики за рубежом. Этой области математики посвящается много книг и статей. Не все в них, разумеется, верно и не все может принести пользу. Необходимо научиться отличать такие сочинения, в которых история математики преподносится в искаженном виде, и уметь судить о них правильно. Необходимо уметь различать в разнообразных формах отрицания объективных закономерностей развития математики их идеалистическую и реакционную направленность, разгадывать методы дискредитации прогрессивных научных направлений и деятельности прогрессивных ученых; необходимо научиться со всеми этими явлениями бороться.

Борьба передовых и реакционных сил в математической науке, являющаяся одной из форм классовой борьбы, наиболее ярко проявляется в исторических и философских вопросах математики. Здесь проходит передовая линия одного из участков борьбы за прогресс, за науку коммунистического общества.

Таким образом, обучение истории математики предстает перед нами как неотъемлемая важнейшая часть подготовки математиков-специалистов, необходимая для правильного понимания сущности данной науки и для верного выбора направления и форм своей личной деятельности.

В Московском университете на механико-математическом факультете лекции по истории математики читаются на IV курсе, по два часа в неделю в течение года. В конце года студенты всех математических специальностей сдают по истории математики экзамен или зачет. Зачет представляет собой беседу преподавателя с каждым студентом; в ходе беседы выявляется знакомство с материалом лекций и с рекомендованной литературой, проверяется знание главнейших фактов истории и представление об основных этапах развития математики.

Все желающие студенты могут посещать специальный семинар по истории математики и делать на его заседаниях доклады по заинтересовавшим их вопросам. За активное участие в семинаре студенты получают зачет как за один из спецсеминаров по выбору. Студенты могут также выбирать темы для курсовых и дипломных работ по истории математики. При рекомендации в выборе темы профессора и преподаватели стремятся к тому, чтобы она была связана с той из отраслей математики, которой студент преимущественно интересуется. Некоторые студенты могут специально работать по истории математики. Однако необходимо предупредить, что это одна из самых трудных специализаций. Она требует сочетания серьезной математической подготовки, широкого общекультурного и политического кругозора и умения работать над источниками на нескольких иностранных языках.