ЛЕКЦИЯ 11

УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МЕТОДОВ И СРЕДСТВ В XVII ВЕКЕ

Математика развивается широким фронтом. При этом подвергаются изменению все элементы ее структуры: развиваются новые теории, выдвигаются и проверяются новые гипотезы, накапливаются факты, пополняющие состав уже сформировавшихся математических наук, расширяется сфера применения математических методов, меняются общие взгляды на природу математики и ее возможности. Процесс изменения охватывает не только те части математики, которые в данный исторический период представляют вершину ее творческих достижений. Развивается и видоизменяется также та ее область, которую принято называть элементарной математикой,— термином, который еще не нашел однозначного определения и истолкования,— и которая играет такую большую роль в системе образования и массовой практической деятельности людей. Разделение математики на высшую и элементарную, столь часто в наше время употребляемое, носит условный, исторически ограниченный характер и не может претендовать на научность. Между элементарной и высшей математикой нет определенного разграничения: элементарно-математические идеи перерастают в высшие области математики; в свою очередь элементарная математика пополняется новыми фактами и идеями из так называемой высшей математики. В математике XVII в. имеется особенно много примеров, иллюстрирующих эти особенности исторического развития математики.

Математики XVI и начала XVII в. испытывали огромные трудности вычислительно-практического характера. Прежде всего эти трудности концентрировались вокруг задачи составления таблиц тригонометрических функций и связанной с этим задачи определения значения π. Другой задачей являлось отыскание простых и надежных алгоритмов численного определения корней уравнений с данными числовыми коэффициентами. Арифмети-

ческие средства вычислений ограничивались операциями с целыми числами и простыми дробями; десятичные дроби только пробивали себе дорогу. Впервые в Европе они были введены в 1585 г. фламандским инженером и математиком С. Стевином (1548—1620) в сочинении «La Disme» («Десятая»). Вычисления делались только вручную.

Составление тригонометрических таблиц играло в то время большую роль. Поэтому в конце XVI и в начале XVII в. героическими усилиями известных ученых и безвестных вычислителей были составлены и изданы несколько таких таблиц. Над вычислением таблиц работали, например, Коперник (1473—1543), Кеплер (1571—1630) и их ученики и сотрудники. Через 20 лет после смерти Ретикуса (1514—1576), ученика Коперника, появились законченные уже третьим поколением вычислителей большие таблицы «Opus Palatinum», где величины всех шести тригонометрических функций были вычислены с частотой 10″ для производящей окружности радиусом $r=10^{10}$. Обширные таблицы оставил в огромном сочинении «Canonus mathematicus» Виета. Бюрги, сотрудник Кеплера, много лет потратил на составление таблицы синусов дуг через каждые 2″. Количество примеров можно было бы умножить. Мореплаватели и астрономы, строители и конструкторы всех стран остро нуждались в этих таблицах, и они появлялись в разных странах и в разных вариантах.

Заметной особенностью таблиц была громадная величина избранного для отсчета радиуса производящей окружности. Объяснялось это отсутствием десятичных дробей, в силу чего результаты приходилось получать в целых числах, и необходимостью обеспечить достаточно высокую точность вычислений. Главные заботы вызывало определение с особенно высокой точностью синусов (или хорд) малых дуг, чтобы на вычислениях не сказалось накопление ошибок. Для этого использовали унаследованный от древних прием последовательного удвоения сторон правильного вписанного многоугольника. Виета, например, для определения $\sin 1'$ довел вычисления до отыскания сторон правильного вписанного многоугольника с $3\cdot 2^{11}$ сторонами, а описанного — с $3\cdot 2^{12}$ сторонами. При этом в качестве сопутствующего результата отыскивались приближенные значения числа π с большой точностью. Так, в это время голландский математик и фортификатор Лудольф ван Цейлен (1539—1610) определил сначала 20, а затем 35 десятичных знаков числа π, первым превзойдя результаты среднеазиатского математика Каши. К слову сказать, дальнейшие уточнения этого числа, вплоть до вычислений Шенкса, отыскавшего свыше 700 десятичных знаков π, практическими потребностями не вызывались. Побудительной причиной их было, по-видимому, или тщеславное стремление продемонстрировать свое вычислительное мастерство, или же ... наивная попытка «взять в лоб»

непосредственными подсчетами проблему определения арифметической природы числа π.

Для облегчения вычислений таблиц математики придумывали частные приемы, в которых главную роль играли отдельные тригонометрические соотношения, а также разности различных порядков. Их основной целью было сведение, по возможности, вычислений к наиболее простым операциям: сложению и вычитанию. Та же цель преследовалась и при вычислениях с тригонометрическими функциями с использованием таблиц. Вычислители, естественно, стремились избежать непосредственного умножения и деления многозначных чисел, сводя их к сложению и вычитанию приемами, вроде

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2}[\cos(x-y) - \cos(x+y)],$$

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x-y) + \cos(x+y)].$$

Подобные методы столь часто применялись, что получили специальное название «простаферетических» (от соединения двух греческих слов: простезис — прибавление, афайрезис — вычисление). Ими пользовались математики Ближнего Востока, Виета, Тихо-Браге, Виттих, Бюрги и многие другие. Эти методы находили применение некоторое время и после того, как были изобретены логарифмы и вошел в употребление обратный им путь приведения тригонометрических выражений к виду, удобному для логарифмирования.

Логарифмы были изобретены в начале XVII в. Их теоретические основы стали формироваться очень давно. Речь идет об идее сравнения двух прогрессий — геометрической и арифметической, и о достаточном обобщении понятия степени. Еще у Архимеда в «Псаммите» встречается запись последовательных степеней одного основания: $a^0, a^1, a^2, a^3, \ldots$, по поводу чего высказано утверждение, эквивалентное: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$. Аналогичные мысли высказывал Диофант. Орезм исходил из этой идеи сравнения геометрической прогрессии и арифметической, когда вставлял в последней дробные числа между натуральными и обобщил тем самым понятие показателя степени на дробные величины. Штифель систематически сравнил действия над членами обеих сопоставленных прогрессий и ввел дробные и отрицательные показатели степени.

Чтобы воспользоваться этими идеями для целей сведения операций к более простым, нужно было только составить таблицы, где сопоставляются последовательность степеней чисел с последовательностью их показателей. Чтобы таблицы были достаточно густыми, их единое основание следует выбирать близким к единице. Подобные таблицы в начале XVII в. уже существовали. Их составил Стевин, хотя по другому поводу.

Это были таблицы сложных процентов, т. е. значений чисел $(1+r)^n$ при различной процентной таксе r: $r=0{,}05$, $r=0{,}04$ и т. д. Чем меньше r, тем меньше разрыв между получаемыми значениями. Аналогичная таблица была положена в основу одной из первых таблиц логарифмов, составленной И. Бюрги.

И. Бюрги (1552—1632) происходил из Швейцарии. Он был мастером по ремонту часов и астрономических инструментов; вначале работал в Касселе, а затем в Праге на астрономической обсерватории вместе с И. Кеплером и помогал ему в наблюдениях и вычислениях. Здесь для облегчения вычислений в течение восьми лет (1603—1611) он составил свою таблицу логарифмов на основании таблиц типа Стевина: $a(1+r)^n$.

Чтобы получить достаточно малый шаг в таблице, Бюрги принял $r=\frac{1}{10^4}$. Стремление возможно долее не встречаться с дробями заставило его ввести дополнительный множитель $a=10^8$. Значениям получаемой геометрической прогрессии $g_k=10^8\left(1+\frac{1}{10^4}\right)^k$ $(k=0,1,2,3,\ldots)$ Бюрги ставил в соответствие члены арифметической прогрессии: 0, 10, 20, 30, ... Получилось два ряда значений:

$$10^8,\ 10^8(1+10^{-4}),\ 10^8\ (1+10^{-4})^2,\ 10^8\ (1+10^{-4})^3\ldots$$
$$0,\qquad 10,\qquad 20,\qquad 30,$$

Числа нижнего ряда были напечатаны красной краской и назывались красными числами; числа верхнего ряда—черной краской и назывались черными числами. Таким образом, в таблице Бюрги красные числа представляют собой логарифмы черных, разделенных на 10^8 при основании $\sqrt[1]{1{,}0001}$. Так как Бюрги ориентирует свою таблицу на красные числа, то она является по существу таблицей антилогарифмов, что принципиально существа дела не меняет. Вычисления (благодаря наличию множителя 10^8) черных чисел доводились до девятого знака. Они были доведены до так называемого полного черного числа, равного 10^9. Соответствующее ему полное красное число было найдено с применением интерполяции и оказалось равным 230 270 022, т. е. $1{,}0001^{230\ 270\ 022}\cdot 10^8=10^9$. Из этого видно, какое громадное количество последовательных вычислений пришлось проделать Бюрги при составлении своей таблицы, потратившему на эту работу, как было сказано выше, около восьми лет.

Бюрги долго не решался публиковать таблицы, несмотря на очевидную их полезность при вычислениях. Только в 1620 г., по настоянию Кеплера, он издал книгу «Таблица арифметической и геометрической прогрессии с обстоятельным наставлением, как пользоваться ими при всякого рода вычислениях». Оригинал этих таблиц, вместе с другими материалами архива Кеплера, хранится в СССР в Пулковской обсерватории. «Обстоятельное наставление»,

не опубликованное в свое время вместе с таблицами, было обнаружено позднее и увидело свет в 1856 г.

Медлительность Бюрги стоила ему приоритета. В 1614 г., на 6 лет ранее его книги, в Англии появилось «Описание удивительных таблиц логарифмов» («Canonis mirifici logarithmorum descriptio). Автором этого сочинения был Джон Непер (1550—1617), шотландский барон, занимавшийся различными науками, в особенности астрономией и математикой, в качестве любителя, а таблицы были 8-значными таблицами логарифмов тригонометрических функций для значений аргументов от 0 до 90° через 1′.

Принцип составления этих таблиц, которым Непер владел, повидимому (как это можно заключить из его переписки), с 1594 г., был для своего времени новым. Метод сравнения прогрессий, как было показано, дает последовательность дискретных значений. Их можно, не испытывая принципиальных трудностей, сгустить, но их дискретный характер не изменится. Неотъемлемой частью этого метода является интерполяция. Непер, напротив, исходил из логарифмической функциональной зависимости, выразив ее в виде двух непрерывных шкал. Его идея состояла в следующем.

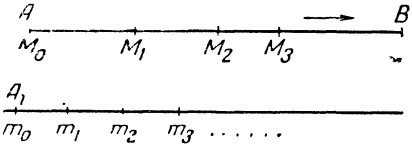

Рис. 32

Пусть из точек A и A_1 одновременно в направлении, указанном стрелками, начинают двигаться две точки M и m, проходя последовательно положения соответственно $M_0, M_1, M_2, M_3, \ldots$ и $m_0, m_1, m_2, m_3, \ldots$. Начальная скорость обеих точек одинакова (для простоты положим $v_0=1$). Точка m движется с постоянной скоростью $v_m=\text{const}$, а точка M движется замедленно; ее скорость пропорциональна оставшемуся расстоянию до точки B (для простоты положим $AB=1$). Такое определение (если обозначить $A_1m_k=x_1$, $M_kB=y$), в переводе на современный язык, эквивалентно дифференциальному уравнению $\frac{dy}{dx}=-y$, откуда $x=-\ln y$ или $x=\log_{\frac{1}{e}} y$. Неперова система логарифмов оказалась системой с основанием $\frac{1}{e}$. Введение логарифмической функции объективно хранило в себе большие возможности для применения в будущем в системе математического анализа. Но Непер еще не владел в 1614 г. идеей логарифмической функции. Ему были нужны таблицы. Поэтому он делил AB на 10^7 этапов ее прохождения, проходимых за 10^7 моментов времени. Тогда в первый момент времени скорость $=1$, и последовательно:

$$BM_1=1-\frac{1}{10^7};\quad M_1M_2=\frac{1}{10^7}\left(1-\frac{1}{10^7}\right);\quad M_2B=M_1B-M_1M_2=$$
$$=\left(1-\frac{1}{10^7}\right)-\frac{1}{10^7}\left(1-\frac{1}{10^7}\right)=\left(1-\frac{1}{10^7}\right)^2;\ \ldots \qquad \text{и т. д.}$$

Образуются две последовательности значений:

$$\begin{array}{c|cccc} M_kB & 1 & 1-\frac{1}{10^7} & \left(1-\frac{1}{10^7}\right)^2 & \left(1-\frac{1}{10^7}\right)^3 & \dots \\ A_1m_k & 0 & \frac{1}{10^7} & \frac{2}{10^7} & \frac{3}{10^7} & \dots \end{array}$$

Непер легко избегал операций с дробями, принимая $AB=10^7$, а не $AB=1$, как это сделали мы здесь; не меняло существа дела и то, что начальная скорость $v_0 \neq 1$. Нижние числа в таблице Непер назвал логарифмами верхних, что означало буквально «числа отношения» (от соединения греческих слов: λογος — отношение, ἀριθμος — число). Название это он выбрал, чтобы подчеркнуть, что логарифмы являются вспомогательными числами, измеряющими отношения соответственных чисел. Логарифмы Непера, несмотря на плодотворную общую идею непрерывной числовой шкалы, все еще были таблицами сравнения значений двух прогрессий: арифметической и геометрической.

Как уже было указано, таблицу Непера составляли логарифмы тригонометрических функций. Прежде всего отдельную колонку составляли логарифмы синусов углов первой четверти, выбранных с интервалом 1′. Они, таким образом, давали и значения логарифмов косинусов (как синусов дополнительных углов). Во избежание дробей принято, что $\sin 90° = 10^8$. В специальной колонке под названием «разности» (differentiae) приведены разности логарифмов синусов дополнительных углов, т. е. логарифмы тангенсов. Неперу было известно, что логарифмы обратных тригонометрических функций получаются просто изменением знака. Мы опускаем технические подробности арифметического подсчета этих таблиц. Правила логарифмирования по Неперу отличаются от обычных. Они более громоздки, так как в них присутствует $\log 1 \neq 0$ (было принято, что $\log 10^8 = 1$). Например, рассмотрим правило логарифмирования произведения $y=ab$. Перепишем его в виде $\frac{y}{a} = \frac{b}{1}$. Равенство отношений влечет равенство разностей «чисел отношений» (логарифмов):

$$\log y - \log a = \log b - \log 1; \quad \log y = \log a + \log b - \log 1.$$

Кроме того, что во всех правилах Непера присутствует $\log 1 = x$, определяемый из равенства $1 = v_0\left(1-\frac{1}{v_0}\right)^x$, существенное осложнение при вычислениях вносит тот факт, что $\log 10 \neq 1$. Поэтому приходилось заново вычислять и мантиссу и характеристику логарифмов чисел, отличающихся друг от друга только множителем $10^{\pm k}$ (k — натуральное число). Эти затруднения привели Непера к идее десятичных логарифмов, т. е. к тому, чтобы первоначально полагать $\log 1 = 0$, $\log 10 = 10^{10}$. Та же идея десятичной системы возникла после ознакомления с таблицами Непера у профессора лондонского колледжа Генри Бригга (1561—1630),

с 1619 г. профессора математики в Оксфорде, а затем в Лондоне. Он совершил две поездки к Неперу в Шотландию, сдружился с ним и в совместных занятиях оба друга разработали новую, практически более удобную десятичную систему, основанную на сравнении прогрессий:

$$\begin{array}{cccccc} \ldots & 0{,}01 & 0{,}1 & 1 & 10 & 100 \ldots \\ \ldots & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \ldots \end{array}$$

Бригг взялся за разработку большой таблицы десятичных логарифмов. Уже в 1617 г. он опубликовал 8-значные таблицы логарифмов чисел от 1 до 10^3. Через 7 лет, в 1624 г., Бригг сумел издать «Логарифмическую арифметику», содержащую 14-значные таблицы логарифмов для чисел 1—20 000 и 90 000—100 000. В целях пропаганды нового вычислительного средства он выпустил несколько статей, разъясняющих методы вычисления таблиц и употребления логарифмов. Один из методов Бригга представляет особенно большой интерес.

Бригг исходит из того, что если из любого числа, например из 10, последовательно извлекать квадратный корень, то после достаточно большого числа извлечений ($m=2^n$) получится результат, достаточно близкий к единице. В таком случае результат следующего извлечения квадратного корня можно записать: $\sqrt[2^{n+1}]{10}=1+\alpha$, где α — мало. Возведем обе части равенства в квадрат: $\sqrt[2^n]{10}=1+2\alpha+\alpha^2$. Для n достаточно большого α^2 таково, что его можно отбросить и это не скажется на принятой точности вычислений. $\sqrt[2^{n+1}]{10}-1\approx\frac{\sqrt[2^n]{10}-1}{2}$. Умножим обе части на 2^{n+1}: $2^{n+1}(\sqrt[2^{n+1}]{10}-1)\approx 2^n(\sqrt[2^n]{10}-1)$, т. е. выражение, практически не меняющееся при дальнейшем возрастании n. Если обозначить

$$\sqrt[2^n]{10}=x, \text{ то } \log_{10}x=\frac{1}{2^n} \text{ и } 2^n(\sqrt[2^n]{10}-1)=\frac{x-1}{\log_{10}x} \quad (A).$$

То же значение x можно получить, подставляя вместо 10 любое другое конечное число: $\sqrt[2^m]{a}\approx x$. Тогда $\log_{10}x\approx\frac{\log_{10}a}{2^m}$.

Подстановка в (А) даст: $2^n(\sqrt[2^n]{10}-1)\approx\frac{2^m(\sqrt[2^m]{10}-1)}{\log_{10}a}$

откуда $\log_{10}a\approx\frac{2^m(\sqrt[2^m]{a}-1)}{2^n(\sqrt[2^n]{10}-1)}$.

Вычисление десятичного логарифма любого числа сведено таким образом к последовательному извлечению квадратного корня из

этого числа. Значения степеней 2 и последовательного извлечения квадратных корней из 10 вычисляются предварительно. Чтобы избежать накопления ошибок, Бригг произвел 54-кратное извлечение квадратного корня с точностью до 32 десятичных знаков:

$$\sqrt[2^{54}]{10} = 1{,}000\,000\,000\,000\,000\,127\,819\,149\,320\,032\,35.$$

Работами Непера и Бригга вычислительные трудности, о которых мы здесь смогли дать лишь неполное представление из-за их громоздкости, были преодолены. Логарифмы вошли в вычислительную практику и быстро распространились по всему миру. В 1628 г. голландец А. Влакк, книготорговец по роду занятий, закончил труд Бригга, составил и издал 10-значные таблицы десятичных логарифмов чисел 1—10^5. Он же довел до конца составление 10-значных таблиц десятичных логарифмов тригонометрических функций с частотой через каждые 10″. Лед был сломан. Английский преподаватель математики Джон Спейдель вычислил к 1620 г. таблицы натуральных логарифмов, сразу завоевавшие громадную популярность. В то же время (1620) лондонский профессор Эдмунд Гюнтер разработал логарифмическую шкалу, явившуюся первым вариантом широко ныне распространенной логарифмической линейки. Он же, а кроме него Кеплер и другие ученые, составлял таблицы логарифмов чисел и тригонометрических функций, как десятичные, так и натуральные, и широко использовал их в астрономии.

Таблицы логарифмов быстро, в течение менее чем столетия, распространились по всему миру и сделались незаменимым вспомогательным орудием при вычислениях. В 1650 г. они были завезены иезуитами-миссионерами в Китай. В России регулярные издания таблиц логарифмов датируют с 1703 г., когда появились таблицы Влакка. Логарифмическая шкала была описана в русской научной и учебной литературе впервые в 1730 г. под названием «гунтерской» (по имени уже упомянутого выше проф. Э. Гюнтера).

Мы уже отмечали, что в процессе решения чисто вычислительной задачи составления таблиц возникли элементы анализа переменных величин. Это были: идея логарифмической функции, высказанная Непером, и отбрасывание несущественно малых величин, например у Бригга. Последний прием, можно предположить, послужил одним из побудительных мотивов появления у Кеплера исчисления актуальных бесконечно малых величин.

В свою очередь применение элементов анализа бесконечно малых дало новый более удобный способ вычисления логарифмов. Его разработал в 1667 г. член Лондонского королевского общества голштинец Кауфман (1620—1687), известный под именем Н. Меркатора. Последний исходил из замечательного соотношения, доказанного в 1647 г. Сен-Винсентом: если абсциссы точек A и B

на гиперболе $y=\frac{1}{x}$ соответственно пропорциональны абсциссам точек A' и B' на той же кривой, то площади криволинейных четырехугольников, расположенных под отрезками AB и $A'B'$, равны.

Ему эквивалентным является предложение: площадь S под гиперболой $y=\frac{1}{x}$ над отрезком $(1, x)$ оси абсцисс равна $\ln x$

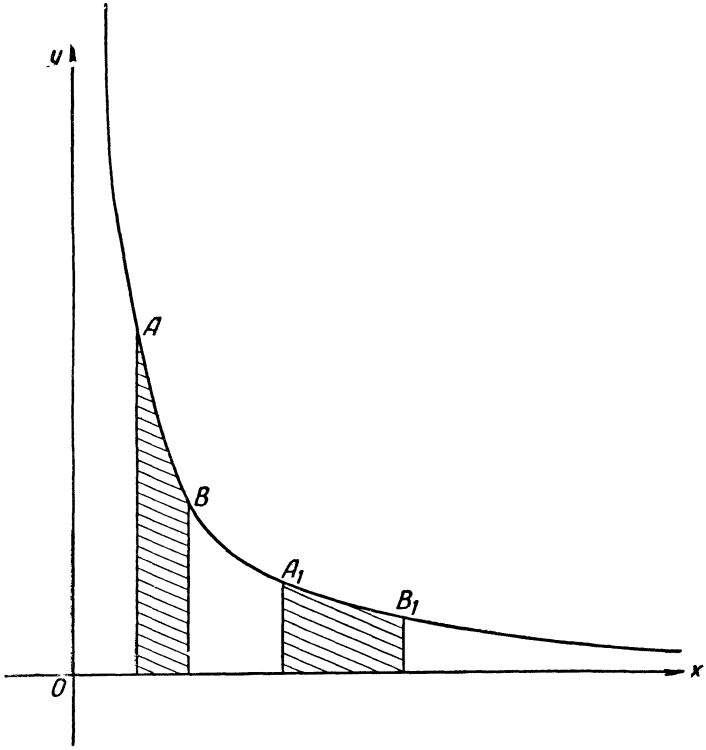

Рис. 33

в системе, основанием которой является число e такое, что $S(1, e)=1$.

Меркатор перенес ось ординат вправо на единицу. Уравнение гиперболы сделалось $y=\frac{1}{1+x}$. Заштрихованная площадь $S(0, x)=\ln(1+x)$. Разложив $y=\frac{1}{1+x}$ в ряд, он получил $y=1-x+$ $+x^2-x^3+\ldots$ Остаток при $|x|<1$ может быть сделан при достаточном продолжении ряда как угодно малым.

Далее Меркатор использует методы квадрирования площадей, ограниченных кривой вида $y=x^n$, абсциссой и двумя ординатами. Эти ранние методы интегрирования были к тому времени уже хорошо разработаны Кавальери, Ферма, Паскалем и др. Интегрирование дает: $S(0, x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\ldots\pm\frac{x^n}{n}$, т. е. возможность вычислять значения функции $\ln(1+x)$ с помощью степенного ряда. Теория логарифмических функций получила свое завершение в трудах Л. Эйлера. Ему принадлежит общее определение логарифмической и показательной функции как взаимнообратных, распространение понятия логарифма на случай комплексного аргумента, введение символа e для основания натуральных логарифмов и т. д. (см. его «Введение в анализ бесконечно малых», т. I).

Ученые-математики XVII в. искали также и другие пути преодоления вычислительных трудностей. В разных городах Европы стали возникать счетные машины. По-видимому, самой ранней машиной была машина немецкого профессора Вильгельма Шиккарда (1623), преподававшего в г. Тюбингене математику и астрономию. Сведения об этой машине появились только в 1958 г. Ее схема и объяснения к этой схеме были обнаружены в архиве Кеплера, а затем в архивных фондах библиотеки гор. Штутгарта.

Машина В. Шиккарда состояла из трех частей: суммирующее устройство, множительное и механизм для записывания промежуточных результатов. Первое из них представляло раннюю разновидность арифмометра, построенного на принципе использования зубчатых передач. На параллельных осях (их было 6) насаживалось по одной десятизубой и однозубой шестерне. Последняя служила для того, чтобы передать шестерне следующего разряда толчок, поворачивающий ее на 0,1 оборота, после того как предыдущая шестерня сделает полный оборот. Техническое оформление машины позволяло видеть в окошках, какое число набрано в качестве первого слагаемого (или уменьшаемого) и последующие результаты, вплоть до итогового. Вычисление не представляло при этом затруднений. Для деления рекомендовалось повторное вычитание делителя из делимого.

Оригинально разрешена в машине Шиккарда задача умножения чисел. На параллельных осях (их тоже было 6) насаживались цилиндры, на каждый из которых была навернута таблица умножения. В развернутом состоянии она имеет следующий вид (рис. 34). Перед цилиндрами устроена панель с девятью рядами окошек (по 6 штук в каждом ряду по числу цилиндров); каждый ряд открывается и закрывается специальной фигурной задвижкой. Пусть необходимо сосчитать, чему равно произведение 387×27. Все цилиндры устанавливаются вращением

в такое положение, чтобы в верхнем ряду окошек появилось множимое: 0 0 0 3 8 7. Частичное произведение 387×7 получается простым открыванием окошек седьмого ряда; в них появится 0 0 0 2/1 5/6 4/9, что означает после несложного подсчета в уме: 2709 (0 0 0 21 56 49). Второе частичное произведение (387×20) получается открыванием второго ряда окошек, что даст: 0 0 0 6 1/6 1/4, или 774, к которому справа приписывается нуль. Оба частичные произведения: 2709 и 7740, складываются на суммирующем устройстве. Последнее в своих окошках покажет сумму: 10 449.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
2	4	6	8	1/0	1/2	1/4	1/6	1/8	0
3	6	9	1/2	1/5	1/8	2/1	2/4	2/7	0
4	8	1/2	1/6	2/0	2/4	2/8	3/2	3/6	0
5	1/0	1/5	2/0	2/5	3/0	3/5	4/0	4/5	0
6	1/2	1/8	2/4	3/0	3/6	4/2	4/8	5/4	0
7	1/4	2/1	2/8	3/5	4/2	4/9	5/6	6/3	0
8	1/6	2/4	3/2	4/0	4/8	5/6	6/4	7/2	0
9	1/8	2/7	3/6	4/5	5/4	6/3	7/2	8/1	0

Рис. 34

Третья часть машины состояла из шести барабанчиков с нанесенными на них цифрами: 1, 2, ..., 9, 0 и соответственно из панели с шестью окошками. Поворотом барабанов в окошках фиксировалось число, которое вычислителю надо запомнить. Конструктивное решение машины Шиккарда — см. рис. 35 (*1* — множительное устройство, *2* — суммирующее, *3* — записывающее для памяти).

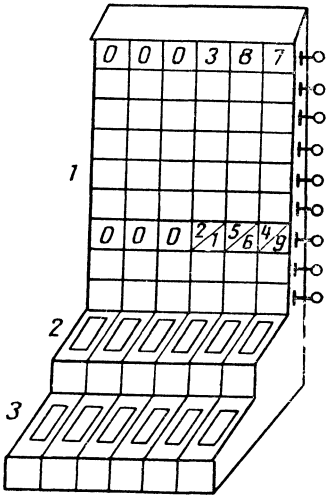

Рис. 35

Машина Шиккарда была изобретена и построена в 1623 г. О ней ничего не было известно, по-видимому, никому, кроме Кеплера и узкого круга друзей изобретателя. Поэтому до последнего времени считалось, что первый арифмометр изобрел в 1642 г. Блез Паскаль (1623—1662). Арифмометр Паскаля, построенный на принципе десятичных зубчатых передач, позднее (1673—1674) был усовершенствован Лейбницем. Счетные устройства были еще долгое время несовершенными и не имели широкого распространения и практического применения вплоть до 1874 г., когда инженер Однер (Петербург) изобрел специальное установочное устройство — колесо Однера, употребляющееся в простейших вычислительных машинах и в наше время.

Многие вычислительные методы были разработаны в связи с численным решением алгебраических уравнений, переплетены с ним. С особенной силой эта связь проявилась в сочинениях

И. Ньютона и его предшественников и современников. Еще в молодости (ок. 1676 г.) Ньютон разработал способ приближенного нахождения корней уравнений, применяемый до сих пор. В наши дни продолжается исследование многоугольника Ньютона, изобретенного им для разложения в ряд по дробным степеням аргумента x решения y уравнения $f(x, y)=0$. В связи с задачами вычислительного характера Ньютон вывел формулу бинома и распространил ее на случаи дробного и отрицательного показателя степени бинома.

В 1673—1683 гг. Ньютон читал в Кембриджском университете лекции по алгебре. Его преемник по кафедре издал в 1707 г. эти лекции под названием «Универсальная арифметика». Они замечательны как своеобразный итог развития алгебры XVII в., как пример неразрывности арифметики и алгебры в то время и ведущей роли в алгебре вычислительных методов: «Все действия арифметики столь необходимы в алгебре, что они лишь совместно образуют полную науку вычислений, и поэтому я буду излагать их обе вместе»,— писал Ньютон.

Подготовительный аппарат алгебры: основные понятия и правила действий — содержит разделы, посвященные операциям над арифметическими дробями. Геометрические способы построения корней уравнений трактуются как вспомогательные для приближенной оценки величины корней. Материал общей теории уравнений также подчинен задаче численного решения задач, приводящихся к алгебраическим уравнениям.

Практические цели, стоящие перед математиками XVII в., привели к серьезному расширению арсенала вычислительных средств и приемов численного решения задач. Главными достижениями в этом плане являлись: изобретение логарифмов и методов точного или приближенного (если точное оказывается невозможным) вычисления корней алгебраических уравнений. Все эти нововведения обогатили элементарную математику. В то же время каждое из этих открытий несло в себе элементы, получившие развитие в неэлементарных ее частях: в математическом анализе и в высшей алгебре. В этом проявилась особенность неразделяемого массового развития всего состава математики и относительность, искусственность ее деления на элементарную и высшую, на различные дисциплины и т. д. Не надо никогда забывать, что выделение одной из сторон, ветвей математики, хотя и облегчает ее изучение, но обедняет, омертвляет, огрубляет общую картину развития всей совокупности математических знаний. Вопрос о связях и взаимодействиях как внутри, так и внематематических — остается коренным вопросом всей математики, особенно в случаях, когда речь идет о ее логической структуре или о путях ее развития, об ее истории.