

НЕКОТОРЫЕ ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ О РАЗВИТИИ МАТЕМАТИКИ В XIX в.

В истории математики XIX в. знаменует начало нового периода, получившего (согласно периодизации А. Н. Колмогорова) название периода современной математики. Понятие современной математики, равно как и выделение соответствующего периода ее развития, разумеется, несколько неопределенно. Оно, по-видимому, не может быть иным, так как развитие науки постоянно меняет представления о современности ее главных теоретических идей и практических достижений. Мы здесь условимся включать в период современной математики такой отрезок времени, начало которого отмечено совершением в математике таких преобразований, которые послужили главной причиной приведения ее к современному состоянию. При таком определении (как, по-видимому, и при всяком другом) неизбежным становится более или менее обстоятельный обзор этих преобразований, чему мы посвятим ряд последующих глав.

Характерные особенности нового периода развития математики с большой определенностью стали появляться в самом начале XIX в. Мы имеем в виду работы Абеля и Галуа о разрешимости алгебраических уравнений в радикалах. Они выдвинули на первое место в алгебре ряд весьма абстрактных общих понятий, среди которых первое место безусловно принадлежало понятию группы. Создание и развитие теории Галуа и теории групп сделалось одной из главных задач новой алгебры.

Открытие в 20—30-х годах XIX в. Лобачевским, а также Я. Больяи и Гауссом основных фактов неевклидовой гиперболической геометрии, а в 60—70-х годах — отыскание их интерпретаций вызвали в системе геометрических наук пре-

образования поистине революционного характера. Значение последних состояло не только в изменении лица геометрии; оно вышло за пределы этой области математики, а затем и за пределы математики вообще.

Система дисциплин, составляющих математический анализ, подверглась в своих основах глубокой перестройке на основе создаваемой теории пределов и теории действительного числа. К концу XIX в. логические средства анализа пополнились специфическими разновидностями гипотетико-условных суждений, применяющих аппарат особых неравенств (так называемый ϵ , δ — аппарат). Это придало выводам и приложениям анализа новый, более высокий уровень математической строгости.

Наряду с развитием аппарата классического математического анализа и его приложений из него выделились самостоятельные математические дисциплины. Прежде всего, это огромные области дифференциальных уравнений, а также теорий функций действительного и соответственно комплексного переменного.

Отмеченные выше явления не исчерпывают всей картины развития математики в XIX столетии. Мы выбираем их в качестве примеров главных, определяющих линий этого развития. Прежде чем перейти к более детальному их рассмотрению, отметим еще три характерные черты, имеющие общий для большинства математических наук характер.

Мы имеем в виду, во-первых, расширение содержания предмета математики. Оно обусловлено тем, что во всех математических науках происходил процесс обобщения основных понятий, замены одних понятий другими, более общими. Этот процесс происходил как следствие возросших требований смежных наук, когда исследовать огромное количество задач оказывалось возможным лишь с иных, более общих, точек зрения. Большое количество задач возникало также внутри математики в результате внутренних логических потребностей развития теории.

Среди исследований, возникших в результате запросов математической теории, было в те времена особенно много таких, которые отражают усиление внимания к обоснованию математики. Это является второй характерной чертой математики XIX в. Попытки обоснования математики в целом или отдельных ее частей столь же многочисленны, как и в прошлом, XVIII, столетии. Но они приняли теперь иное направление. В них производился критический пересмотр исходных понятий (определений) и утверждений (аксиом); дела-

лись попытки построения строгой системы определений и доказательств; производился критический пересмотр логических приемов математических доказательств.

Повышенное внимание к вопросам обоснования, изменившийся характер соответствующих исследований, усиление требований математической строгости имеют вполне реальные и определенные причины. Эти причины по преимуществу коренятся в огромном объеме фактического материала и большом количестве новых математических теорий. Помимо усложнения структуры самой математики связи последней с практикой стали весьма сложными, во многом опосредованными. Отдельные результаты и даже целые области новой математики получают конкретные применения не сразу, а через годы и десятилетия. При таком положении дел ждать сигналов о корректности или некорректности теории в виде обнаруженных ошибок становилось бессмысленно. Поэтому наша наука, обращаясь к практике, как к критерию истинности ее результатов, вынуждена была учитывать и практику логических суждений, преломляя их в требования логической строгости. Понятие математической, или логической, строгости в ходе истории, как известно, меняется. Оно отображает накопленный опыт работы человеческого мышления в области математики — опыт, который суммируется в постепенно складывающиеся требования к строгости. Устойчивый стандарт математической строгости сложился лишь к концу XIX в. Он опирался на теоретико-множественные концепции и на арифметику натуральных чисел. Однако вскоре борьба воззрений вокруг этой проблемы обострилась в связи с открытием противоречий (антиномий) в канторовской теории множеств.

Третьей характерной особенностью развития математики в XIX в. является значительное расширение области приложений, в основном обусловленное увеличением возможностей аппарата математического анализа. В математическое естествознание вслед за механикой и оптикой вошли задачи термодинамики и электромагнитных явлений. Резко возросли математические запросы техники: баллистики, машиностроения и др.

Задача составления общих характеристик, столь трудная вообще, делается в особенности трудной по мере приближения к современности. Для математики XIX в. эта задача осталась пока недоступной как вообще, так и в частности в рамках настоящей книги. Поэтому, не умножая далее соображений общего характера, перейдем к изложению истории

развития отдельных математических дисциплин, возвращаясь к общим соображениям тогда, когда это будет необходимо. Поскольку раньше всего принципиальные изменения проявились в алгебре, мы и перейдем сейчас к освещению истории этой науки, и прежде всего истории алгебраических проблем на рубеже XVIII и XIX вв.