

Произведение $S \, dl$ дает число носителей заряда, заключенных в элементе провода длины dl . Разделив выражение (40.8) на это число, получим магнитную индукцию поля, создаваемого одним зарядом, движущимся со скоростью u .

Если заряд e' движется со скоростью v , то индукция создаваемого этим зарядом магнитного поля в точке, положение которой относительно заряда определяется радиусом-вектором r , равна

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e' [\mathbf{vr}]}{r^3}. \quad (40.9)$$

В гауссовой системе эта формула имеет вид

$$\mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{e' [\mathbf{vr}]}{r^3}. \quad (40.10)$$

Следует иметь в виду, что электромагнитные возмущения распространяются в пространстве с конечной скоростью, равной скорости света c . Поэтому поле в данной точке пространства будет соответствовать тому состоянию (т. е. положению и скорости) заряда, которое существовало на $\tau = r/c$ секунд раньше (r — расстояние от точки, где был на τ секунд раньше заряд, до точки, в которой определяется $\mathbf{B}$). Таким образом, имеет место запаздывание значений поля, тем большее, чем дальше отстоит данная точка поля от вызвавшего это поле заряда. Формулы (40.9) и (40.10) дают правильный результат лишь в том случае, если перемещением заряда за время τ (которое равно $v\tau$) можно пренебречь по сравнению с расстоянием r до данной точки поля, т. е. при соблюдении условия: $v\tau \ll r$. Разделив неравенство на τ и приняв во внимание, что r/τ равно c , получим условие

$$v \ll c, \quad (40.11)$$

при котором справедливы формулы (40.9) и (40.10).

§ 41. Поля прямого и кругового токов

Применим формулу (40.3) для вычисления полей простейших токов. Рассмотрим поле, создаваемое током, текущим по бесконечному прямому проводу (рис. 65). Все $d\mathbf{B}$ в данной точке имеют одинаковое направление (в нашем случае за чертеж). Поэтому сложение векторов $d\mathbf{B}$ можно заменить сложением их модулей. Точка,

для которой мы вычисляем магнитную индукцию, находится на расстоянии b от провода. Из рис. 65 видно, что

$$r = \frac{b}{\sin \alpha}, \quad dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha} = \frac{b d\alpha}{\sin^2 \alpha}.$$

Подставим эти значения в формулу (40.3):

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{ib d\alpha \sin \alpha \sin^2 \alpha}{b^2 \sin^2 \alpha} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{b} \sin \alpha d\alpha.$$

Угол α для всех элементов бесконечного прямого тока изменяется в пределах от 0 до π . Следовательно,

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{b} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \mu_0 \frac{i}{2\pi b}.$$

Таким образом, магнитная индукция поля прямого тока определяется формулой

$$B = \mu_0 \frac{i}{2\pi b}. \quad (41.1)$$

В гауссовой системе эта формула имеет вид

$$B = \frac{1}{c} \frac{2i}{b}. \quad (41.2)$$

Линии магнитной индукции поля прямого тока представляют собой систему охватывающих провод концентрических окружностей (рис. 66).

Из формулы (41.1) следует, что на расстоянии $b = \frac{1}{2\pi} \frac{B}{\mu_0}$ м от

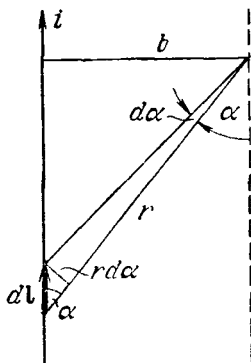


Рис. 65.

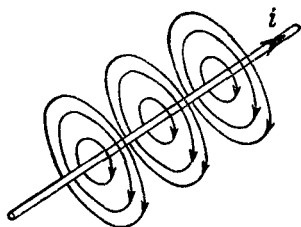


Рис. 66.

прямого провода, по которому течет ток силой 1 а, магнитная индукция численно равна магнитной постоянной μ_0 . Приняв во внимание значение (38.3) для μ_0 , найдем, что в рассматриваемом случае $B = 4\pi \cdot 10^{-7}$ тл. Чтобы получить для того же случая значение B

в гауссах, подставим в (41.2) $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/сек, $i = 3 \cdot 10^9$ СГСЭ [см. (31.6)], $b = (100/2\pi)$ см:

$$B = \frac{1}{c} \frac{2i}{b} = \frac{1}{3 \cdot 10^{10}} \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^9}{(100/2\pi)} = 4\pi \cdot 10^{-3} \text{ эс.}$$

Таким образом, $4\pi \cdot 10^{-7}$ тл эквивалентны $4\pi \cdot 10^{-3}$ эс, откуда

$$1 \text{ тл} = 10^4 \text{ эс.} \quad (41.3)$$

Рассмотрим поле, создаваемое током, текущим по тонкому проводу, имеющему форму окружности радиуса R (круговой ток). Определим магнитную индукцию

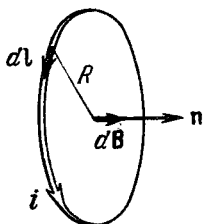


Рис. 67.

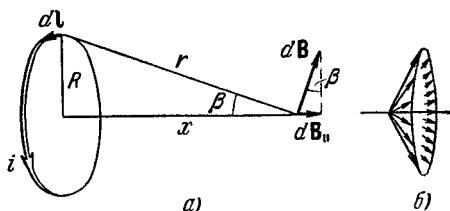


Рис. 68.

в центре кругового тока (рис. 67). Каждый элемент тока создает в центре индукцию, направленную вдоль положительной нормали к контуру. Поэтому векторное сложение $d\mathbf{B}$ сводится к сложению их модулей. По формуле (40.3)

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i dl}{R^2}$$

($\alpha = \pi/2$). Проинтегрируем это выражение по всему контуру:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{R^2} \int dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{R^2} 2\pi R = \mu_0 \frac{i}{2R}.$$

Итак, магнитная индукция в центре кругового тока равна

$$B = \mu_0 \frac{i}{2R}. \quad (41.4)$$

Теперь найдем $\mathbf{B}$ на оси кругового тока, на расстоянии x от плоскости, в которой лежит контур (рис. 68). Векторы $d\mathbf{B}$ перпендикулярны к плоскостям, проходящим

через соответствующие dl и r . Следовательно, они образуют симметричный конический веер (рис. 68, б). Из соображений симметрии можно заключить, что результирующий вектор $\mathbf{B}$ направлен вдоль оси тока. Каждый из составляющих векторов $d\mathbf{B}$ вносит в результирующий вектор вклад $d\mathbf{B}_{\parallel}$, равный по модулю $dB \sin \beta = dB \frac{R}{r}$. Угол α между dl и r прямой, поэтому

$$dB_{\parallel} = dB \frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i dl}{r^2} \frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{iR dl}{r^3}.$$

Проинтегрировав по всему контуру и заменив r на $\sqrt{R^2 + x^2}$, получим

$$B = \int dB_{\parallel} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{iR}{r^3} \int dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{iR}{r^3} 2\pi R = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 i}{(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (41.5)$$

При $x = 0$ эта формула переходит, как и должно быть, в формулу (41.4) для магнитной индукции в центре кругового тока.

Стоящее в числителе соотношения (41.5) выражение $\pi R^2 i$ равно p_m — магнитному моменту контура. На больших расстояниях от контура в знаменателе можно пренебречь R^2 по сравнению с x^2 . Тогда формула (41.5) принимает вид

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2p_m}{x^3},$$

аналогичный выражению (6.2) для напряженности электрического поля на оси диполя. Учитывая, что $\mathbf{B}$ на оси кругового тока и p_m направлены вдоль положительной нормали к контуру, можно написать

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2p_m}{x^3}. \quad (41.6)$$

На рис. 69 изображены линии магнитной индукции поля кругового тока. Даны лишь линии, лежащие в одной из плоскостей, проходящих через ось тока. Подобная же картина имеет место в любой из этих плоскостей.

Из рис. 70 видно, что два одинаковых соосных круговых тока создают в плоскости, относительно которой

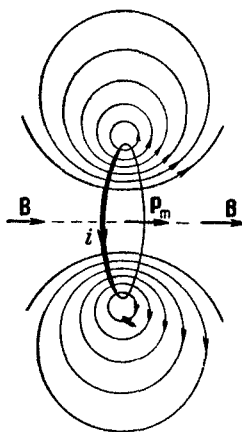


Рис. 69.

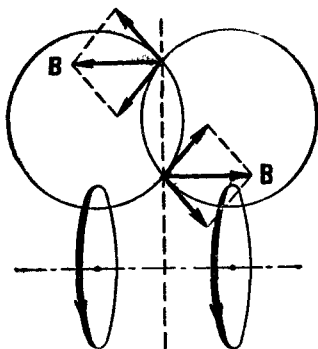


Рис. 70.

они симметричны, магнитную индукцию, направленную в каждой точке перпендикулярно к этой плоскости.

§ 42. Циркуляция вектора $\mathbf{B}$. Поле соленоида и тороида

Возьмем контур, охватывающий прямой ток, и вычислим для него циркуляцию вектора $\mathbf{B}$:

$$\oint \mathbf{B}_l dl.$$

Вначале рассмотрим случай, когда контур лежит в плоскости, перпендикулярной к току (рис. 71; ток перпендикулярен к плоскости чертежа и направлен за чертеж). В каждой точке контура вектор $\mathbf{B}$ направлен по касательной к окружности, проходящей через эту точку. Воспользовавшись известным свойством скалярного произведения векторов, $\mathbf{B}_l dl$ можно заменить через $B dl_B$, где dl_B — проекция перемещения $d\mathbf{l}$ на направление $\mathbf{B}$. Но dl_B можно представить в виде $R d\alpha$, где R — расстояние от прямого тока до $d\mathbf{l}$, $d\alpha$ — угол, на который поворачивается радиальная прямая при перемещении вдоль