

## Задачи для самостоятельного решения

**27.** Пешеход переходит дорогу со скоростью  $v = 4,2$  км/ч по прямой, составляющей угол  $\alpha = 30^\circ$  с направлением дороги, в течение времени  $t = 60$  с. Определить ширину дороги.

**28.** Движение материальной точки описывается уравнениями  $x = 2 + 4t$  и  $y = 1 + 3t$ , в которых все величины выражены в единицах СИ. Найти скорость точки и уравнение ее траектории.

**29.** Скорость течения реки  $v = 2,0$  км/ч. Моторная лодка идет против течения со скоростью  $v_1 = 15$  км/ч относительно берега. Определить скорость относительно берега и относительно воды, если лодка будет двигаться по течению.

**30.** Корабль, длина которого  $L = 240$  м, движется прямолинейно в неподвижной воде со скоростью  $v = 36$  км/ч. Катер проходит расстояние от кормы движущегося корабля до его носа и обратно за время  $t = 70$  с. Определить скорость катера.

**31.** Из пунктов  $A$  и  $B$  одновременно навстречу друг другу начали двигаться два велосипедиста. После того как они повстречались, первый велосипедист через  $t_1 = 10$  с прибыл в пункт  $B$ , а второй, проехав  $s = 100$  м за  $t_2 = 40$  с, прибыл в пункт  $A$ . Определить скорости велосипедистов, если их движение было равномерным и прямолинейным.

**32.** Поезд длиной  $l = 120$  м движется по мосту равномерно со скоростью  $v = 18$  км/ч. За какое время поезд пройдет мост, если длина моста  $L = 480$  м?

**33.** Автомобиль и велосипедист равномерно движутся навстречу друг другу со скоростями соответственно  $v_1 = 10$  м/с и  $v_2 = 5$  м/с. Расстояние между ними в начальный момент времени  $l = 300$  м. Графически и аналитически определить место и время встречи автомобиля и велосипедиста. Изменится ли место встречи, если их скорости будут в 2 раза большими?

**34.** Расстояние между двумя лодочными станциями моторная лодка проходит по течению реки за  $t_1 = 10$  мин, а против течения — за  $t_2 = 30$  мин. За какое время это расстояние проплывет по течению упавший в воду спасательный круг?

**35.** Расстояние  $s$  между пунктами  $A$  и  $B$  равно 80 км. Из пункта  $A$  в направлении  $AB$  выезжает со скоростью  $v_1 = 50$  км/ч мотоциклист. Одновременно из пункта  $B$  выезжает в том же направлении автомобиль со скоростью  $v_2 = 30$  км/ч. Через какое время  $\tau$  и на каком расстоянии  $s_1$  от точки  $A$  мотоциклист догонит автомобиль? Решить задачу алгебраическим и графическим способами.

**36.** Капли дождя, падающие отвесно, образуют на окне горизонтально движущегося троллейбуса полосы под углом  $\alpha = 30^\circ$  к вертикали. Какова скорость падения капель, если троллейбус движется прямолинейно с постоянной скоростью  $v = 50$  м/с?

**37.** На расстоянии  $l_0 = 200$  м от станции электропоезд метро, идущий со скоростью  $v_0 = 30$  м/с, начал тормозить с ускорением  $a = 5$  м/с<sup>2</sup>. На каком расстоянии от станции окажется поезд через  $t = 7$  с после начала торможения?

**38.** Первый вагон тронувшегося с места поезда прошел мимо неподвижного наблюдателя, стоявшего у начала этого вагона, за время  $t_1$ , последний вагон — за время  $t_2$ . Считая движение поезда равноускоренным, поезд длинным, а вагоны одинаковыми, найти время движения всего поезда мимо наблюдателя.

**39.** Тело начинает двигаться вдоль прямой без начальной скорости с постоянным ускорением. Через  $t_1 = 30,0$  мин ускорение тела меняется по направлению, оставаясь таким же по модулю. Через какое время  $t_2$  от начала движения тело вернется в исходную точку?

**40.** Двигаясь равноускоренно, материальная точка в первые два равных последовательных промежутка времени по  $\tau = 4,0$  с каждый проходит пути  $l_1 = 20$  м и  $l_2 = 30$  м. Определить ускорение и начальную скорость точки.

**41.** Свободно падающее тело прошло последние  $l = 63,7$  м за  $\tau = 1,0$  с. С какой высоты падало тело?

**42.** Двигатели ракеты, запущенной вертикально вверх с поверхности Земли, работали в течение времени  $t = 1,0$  мин и сообщали ракете постоянное ускорение  $a = 3g$ . Какой максимальной высоты достигла ракета? Ускорение свободного падения  $g$  считать постоянным и равным  $9,8$  м/с<sup>2</sup>. Соппротивлением воздуха пренебречь.

**43.** Тело, двигаясь равноускоренно, за первые  $t_1 = 5,0$  с своего движения прошло путь  $l_1 = 100$  м, а за первые  $t_2 = 10$  с —  $l_2 = 300$  м. Определить начальную скорость тела.

**44.** Двигаясь равноускоренно без начальной скорости, тело, пройдя некоторый путь, приобрело скорость  $v = 14$  м/с. Чему была равна скорость тела, когда оно прошло половину этого пути?

**45.** Тело за время  $t = 6$  с переместилось на  $s = 270$  см. Первые три секунды тело двигалось с постоянным ускорением, а последние три — равномерно. Определить начальную скорость тела, если за пятую секунду его перемещение  $s_5 = 40$  см.

**46.** Тело движется из состояния покоя равноускоренно. Определить, во сколько раз путь, пройденный этим телом за восьмую секунду, будет больше пути, пройденного за третью секунду.

**47.** Два поезда прошли одинаковый путь за одно и то же время. Однако один поезд, трогаясь с места, прошел путь равноускоренно с ускорением  $a = 3,0$  см/с<sup>2</sup>, а другой поезд половину пути шел со скоростью  $v_1 = 18$  км/ч, а другую половину — со скоростью  $v_2 = 54$  км/ч. Найти путь, пройденный каждым поездом.

**48.** Тело на веревке поднимали от поверхности земли с ускорением  $a = 2$  м/с<sup>2</sup> вертикально вверх. Через время  $t_1 = 5$  с веревка оборвалась. Рассчитать, сколько времени тело двигалось до земли после того, как оборвалась веревка.

**49.** Автомобиль проехал половину пути со скоростью  $v_1 = 60$  км/ч. Половину времени, затраченного на преодоление оставшейся части пути, он двигался со скоростью  $v_2 = 15$  км/ч, а на последнем участке — со скоростью  $v_3 = 45$  км/ч. Найти среднюю скорость прохождения всего пути.

**50.** Расстояние  $s = 18$  км между двумя станциями поезд проходит со средней скоростью  $v_{\text{ср}} = 54$  км/ч, причем на разгон он тратит  $t_1 = 2$  мин, затем идет с постоянной скоростью и на замедление до полной остановки тратит  $t_2 = 1$  мин. Определить наибольшую скорость поезда.

**51.** При какой посадочной скорости самолеты могут приземляться на посадочной полосе длиной  $l = 800$  м при торможении с ускорением  $a = 5,0$  м/с<sup>2</sup>?

**52.** С вышки высотой  $h = 10$  м прыгает спортсмен и через  $\tau = 1,8$  с падает в воду. На сколько сопротивление воздуха увеличивает время падения? Начальную скорость принять равной нулю.

**53.** Камень падает без начальной скорости в шахту. Через  $\tau = 6$  с слышен звук удара камня о дно. Определить

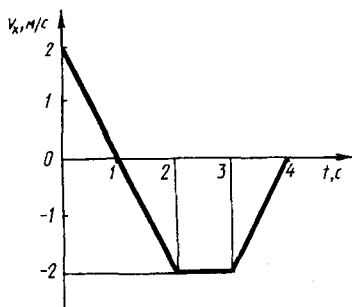
глубину шахты, считая скорость звука  $v$  постоянной и равной 330 м/с. Сопротивление воздуха не учитывать.

**54.** На стержень длиной  $l = 0,9$  м надета бусинка, которая может перемещаться по стержню без трения. В начальный момент бусинка находилась на середине стержня. Стержень начал двигаться поступательно в горизонтальной плоскости с ускорением  $a = 0,6$  м/с<sup>2</sup> в направлении, составляющем со стержнем угол  $\alpha = 60^\circ$ . Через сколько времени бусинка упадет со стержня?

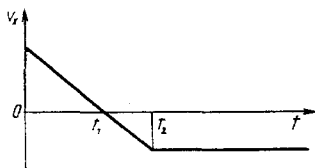
**55.** Расстояние между двумя свободно падающими каплями через время  $t = 2$  с после начала падения второй капли было  $l = 25$  м. На сколько позднее начала падать вторая капля? Сопротивлением воздуха пренебречь.

**56.** Тело свободно падает без начальной скорости с высоты  $h = 270$  м. Разделить эту высоту на 3 части, такие, чтобы на прохождение каждой из них потребовалось бы одно и то же время. Сопротивление воздуха не учитывать.

**57.** Пользуясь графиком зависимости проекции скорости материальной точки от времени (рис. 22), построить график зависимости ее координаты от времени. В начальный момент координата точки равна нулю.



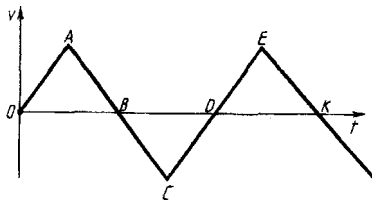
Р и с. 22



Р и с. 23

**58.** Материальная точка может перемещаться прямолинейно вдоль оси  $Ox$ . По известному графику зависимости проекции  $v_x$  скорости данной точки (рис. 23) построить графики зависимости проекции  $a_x$  ускорения и координаты  $x$  точки от времени, считая, что  $x = 0$  при  $t = 0$ .

**59.** Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0 = 24$  м/с. Какой путь пройдет тело за время  $t_1 = 4,0$  с? Сопротивление воздуха не учитывать.



Р и с. 24

**60.** На рис. 24 приведен график скорости тела, движущегося прямолинейно. Построить график его перемещения и ускорения, если треугольники  $OAB$ ,  $BCD$ , и  $DEK$  равны.

**61.** Два тела брошены вертикально вверх из одной

точки, одно вслед за другим с промежутком времени  $\tau = 2,0$  с. Начальная скорость  $v_0$  обоих тел одинакова и равна  $50$  м/с. Через сколько времени и на какой высоте тела встретятся? Сопротивление воздуха не учитывать.

**62.** Из одной точки одновременно бросают с одинаковыми скоростями  $\bar{v}_0$  два тела: одно вертикально вверх, второе горизонтально. Найти расстояние между телами через промежуток времени  $\tau$  после бросания. Сопротивление воздуха не учитывать.

**63.** С крыши дома высотой  $H = 20$  м вертикально вверх брошен камень со скоростью  $v_0 = 10$  м/с. Определить скорость камня на высоте  $h = 10$  м над землей и скорость его в момент удара о землю. Сопротивление воздуха не учитывать.

**64.** Скорость тела, брошенного вертикально вниз с некоторой высоты, через  $t_1 = 1,0$  с увеличилась по сравнению с начальной в  $n_1 = 6,0$  раз. Во сколько раз увеличится его скорость через  $t_2 = 2,0$  с после броска? Сопротивление воздуха не учитывать.

**65.** С неподвижного относительно земли вертолета сбросили без начальной скорости тело. Спустя  $t_1 = 1,0$  с было сброшено тоже без начальной скорости второе тело. Определить расстояние между телами через  $t_2 = 2,0$  с от начала падения первого тела. Сопротивление воздуха не учитывать.

**66.** Определить начальную скорость, с которой тело брошено вертикально вверх, если точку, находящуюся на высоте  $h = 60$  м, оно проходило 2 раза с промежутком времени  $\tau = 4,0$  с. Сопротивление воздуха не учитывать.

**67.** Тело, брошенное вертикально вверх, вернулось в точку бросания через  $\tau = 10$  с. Какова начальная скорость тела? На какую максимальную высоту оно поднималось? Сопротивление воздуха не учитывать.

**68.** Аэростат поднимается вертикально с постоянной скоростью  $v_0$ . К гондоле аэростата привязан на веревке

груз. Веревку, на которой он подвешен, перерезали в тот момент, когда груз находился на высоте  $h_0$ . Сколько времени груз будет падать на землю? Какая скорость будет у него при соприкосновении с землей? Сопротивлением воздуха пренебречь.

**69.** Танк, движущийся со скоростью  $v_1 = 36$  км/ч, притормаживает одну из гусениц так, что ось ее ведущего колеса начинает двигаться вперед со скоростью  $v_2 = 32,4$  км/ч. Расстояние между гусеницами  $l = 2$  м. Под каким углом к первоначальному направлению движения будет двигаться танк через  $t = 2$  с?

**70.** Тело, находящееся в точке  $A$  на высоте  $H = 45$  м от земли, начинает свободно падать без начальной скорости. Одновременно из точки  $B$ , расположенной на  $h = 21$  м ниже точки  $A$ , бросают другое тело вертикально вверх. Определить начальную скорость второго тела, если известно, что оба тела упадут на землю одновременно. Сопротивлением воздуха пренебречь. Принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

**71.** Два тела бросают с высоты  $h = 20$  м со скоростью  $v_0 = 15$  м/с каждое. С какими скоростями тела упадут на землю, если первое тело брошено вертикально вверх, а второе — горизонтально? Считать ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха не учитывать. Задачу решить без применения закона сохранения энергии.

**72.** Тело, находящееся на высоте  $H = 80$  м над землей, брошено горизонтально с начальной скоростью  $v_0 = 15$  м/с. Найти скорость тела в момент, когда оно окажется на высоте  $h = 60$  м над землей. Ускорение свободного падения принять равным  $10$  м/с<sup>2</sup>. Задачу решить без применения закона сохранения энергии. Сопротивлением воздуха пренебречь.

**73.** Найти начальную и конечную скорости камня, брошенного горизонтально с высоты  $H = 5,0$  м, если по горизонтали он пролетел расстояние  $s = 10$  м. Сопротивление воздуха не учитывать.

**74.** Два тела брошены с одной и той же скоростью под углами  $\alpha$  и  $\pi/2 - \alpha$  к горизонту. Определить отношение наибольших высот подъема этих тел. Сопротивление воздуха не учитывать.

**75.** Тело, брошенное под некоторым углом к горизонтальной плоскости, падает на нее через  $\tau = 2$  с. Какой

наибольшей высоты оно достигало? Сопротивление воздуха не учитывать.

**76.** Камень брошен под углом  $\alpha_0 = 30^\circ$  к горизонту со скоростью  $v_0 = 10$  м/с. Через сколько времени камень будет на высоте  $h = 1$  м? Сопротивление воздуха не учитывать.

**77.** На какой высоте вектор скорости тела, брошенного под углом  $\alpha_0 = 45^\circ$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0 = 20$  м/с, будет составлять с горизонтом угол  $\alpha = 30^\circ$ ? Сопротивление воздуха не учитывать.

**78.** С высоты  $h$  над поверхностью земли тело брошено под углом к горизонту со скоростью  $\bar{v}_0$ . Чему равна скорость, с которой тело падает на землю? Задачу решить без применения закона сохранения энергии. Сопротивление воздуха не учитывать.

**79.** При разрушении вращающейся части машины осколки могут отлететь под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту со скоростью  $v = 3$  м/с. Какой минимальной высоты надо поставить ограждение на расстоянии  $l = 0,5$  м от машины, чтобы осколки не вылетели за пределы ограждения? Сопротивление воздуха не учитывать.

**80.** Шарик вертикально падает с высоты  $h = 2$  м на наклонную плоскость и абсолютно упруго отражается под углом, равным углу падения. На каком расстоянии от места падения он снова ударится о ту же плоскость? Угол наклона плоскости к горизонту  $\alpha = 30^\circ$ . Сопротивление воздуха не учитывать.

**81.** Из одной точки одновременно брошены два тела под углами  $\alpha_1 = 60^\circ$  и  $\alpha_2 = 45^\circ$  к горизонту с начальными скоростями соответственно  $v_1 = 40$  м/с и  $v_2 = 50$  м/с. Траектории тел лежат в одной плоскости. На каком расстоянии друг от друга будут находиться тела через  $t = 3$  с? Сопротивление воздуха не учитывать.

**82.** Даны кинематические уравнения движения тела:  $x = R \sin \omega t$ ,  $y = R \cos \omega t$ . Найти его траекторию и ускорение (модуль и направление). Каков смысл постоянных  $R$  и  $\omega$ ?

**83.** Во сколько раз угловая скорость часовой стрелки больше угловой скорости суточного вращения Земли?

**84.** Какую линейную скорость имеют верхние точки обода велосипедного колеса, если велосипедист едет со скоростью  $v = 20$  км/ч?

**85.** Определить радиус маховика, если при его вращении точки на ободе имеют скорость  $v_1 = 6,0$  м/с, а

точки, находящиеся на  $l = 15$  см ближе к оси, — скорость  $v_2 = 5,5$  м/с.

**86.** Для шлифовки деталей на абразивном круге скорость  $v$  крайних точек этого круга должна быть равной 94,2 м/с. Определить необходимую частоту вращения, если диаметр круга  $d = 0,3$  м.

**87.** Стержень длиной  $l = 0,5$  м вращается с частотой  $n = 2$  с<sup>-1</sup> вокруг оси, проходящей через стержень перпендикулярно ему. Центростремительное ускорение одного из концов стержня  $a = 16,1$  м/с<sup>2</sup>. Определить линейную скорость другого конца.

## 2. ОСНОВЫ ДИНАМИКИ

### Методические указания к решению задач

При решении задач по динамике прямолинейного движения следует сначала выяснить, какие силы действуют на интересующие нас тела, и изобразить эти силы на рисунке, выбрать систему координат. Координатные оси выбирают так, чтобы проекции сил и ускорений на них выражались возможно более простым образом. Далее, для каждого тела в отдельности на основании второго закона Ньютона составляют уравнения движения в векторной форме:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = m\vec{a},$$

где  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$  — силы, действующие на тело;  $m$  — масса тела;  $\vec{a}$  — его ускорение. Затем записывают эти уравнения в скалярной форме, т. е. в проекциях на оси координат:

$$F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = ma_x, \quad F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = ma_y.$$

Если движения тел в данной задаче взаимосвязаны, то надо найти уравнения для кинематических величин, отражающие эту связь. Полученную систему уравнений решают относительно искомых величин.

Следует отметить, что второй закон Ньютона дает возможность найти только ускорения тел. Скорости и координаты тел определяют лишь при задании начальных условий.