

Задачи для самостоятельного решения

116. Скорость поезда массой $m = 500$ т при торможении уменьшается в течение $\tau = 1$ мин от $v_1 = 40$ км/ч до $v_2 = 28$ км/ч. Считая ускорение поезда постоянным, найти силу торможения.

117. Сила $F = 30$ Н приложена к телу массой $m = 5,0$ кг под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Тело движется по горизонтальной плоскости. Коэффициент трения $\mu = 0,20$. Вычислить скорость тела через $t = 10$ с после начала действия силы и путь, пройденный за это время. Начальная скорость тела $v_0 = 0$.

118. Два привязанных к концам нити бруска, массы которых $m_1 = 0,5$ кг и $m_2 = 0,3$ кг, движутся по горизонтальной поверхности под действием горизонтальной силы $F = 4$ Н, приложенной ко второму бруску. С каким ускорением движутся бруски? Какова сила натяжения связывающей их нити? Коэффициент трения между брусками и плоскостью $\mu = 0,1$.

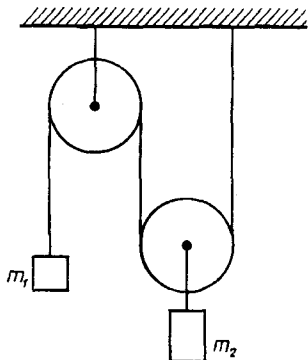
119. Тело массой $m = 20$ кг тянут с силой $F = 120$ Н по горизонтальной поверхности. Если эта сила приложена под углом $\alpha_1 = 60^\circ$ к горизонту, то тело движется равномерно. С каким ускорением будет двигаться тело, если ту же силу приложить под углом $\alpha_2 = 30^\circ$ к горизонту? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

120. На тело массой m в течение времени t действует постоянная сила \vec{F} , направленная горизонтально. Коэффициент трения тела о горизонтальную поверхность, на которой оно лежит, равен μ . Какой путь пройдет тело до остановки? Начальная скорость тела равна нулю.

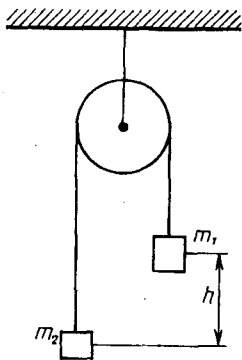
121. Тело массой $m = 1$ кг брошено под углом к горизонту. В наивысшей точке траектории ускорение тела было $a = 12$ м/с². Какая сила сопротивления действовала в этот момент?

122. Найти ускорение тел и силы натяжения нитей в устройстве, изображенном на рис. 49. Массы тел: $m_1 = 100$ г, $m_2 = 300$ г. Массой нитей, блоков и силой трения пренебречь.

123. Две гири массами $m_1 = 4,0$ кг и $m_2 = 3,0$ кг подвешены на концах нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный блок. Меньшая гиря находится на $h = 2,8$ м ниже, чем большая (рис. 50). Определить че-



Р и с. 49



Р и с. 50

рез какое время гири окажутся на одной высоте, если дать им возможность двигаться без начальной скорости под действием сил тяжести. Массой нити и блока пренебречь.

124. Тело массой $m_1 = 3,0$ кг скользит по горизонтальной плоскости под действием груза массой $m_2 = 1,0$ кг, прикрепленного к концу нерастяжимой нити. Нить привязана к телу массой m_1 и перекинута через неподвижный блок. Определить ускорение системы и силу натяжения нити. Трением, массой блока и нити пренебречь.

125. Два груза массами m_1 и m_2 , соединенных невесомой и нерастяжимой нитью, движутся по гладкой плоскости. Когда сила $F = 100$ Н была приложена к правому грузу массой m_2 , сила натяжения нити T была равна 30 Н. Какой будет сила натяжения нити, если силу F приложить к левому грузу?

126. Какая требуется сила, чтобы стальной стержень, длина которого $l = 1,0$ м и площадь поперечного сечения $S = 1,0$ см², удлинить на $\Delta l = 1,0$ мм? При какой наименьшей силе стержень разорвется, если предел прочности стали $\sigma_{\text{пр}} = 7,85 \cdot 10^8$ Па? Модуль Юнга стали $E = 21,6 \cdot 10^{10}$ Па.

127. Вертикально стартующая ракета развивает силу тяги \vec{F} в течение времени τ , затем двигатель выключается. Определить, через какое время после старта ракета вернется на Землю. Масса ракеты m , ее изменение не учитывать. Сопротивлением воздуха и изменением ускорения свободного падения с высотой пренебречь.

128. Трактор, двигаясь в гору с углом наклона α , тянет сани массой m . На пути s скорость саней увеличивается от v_0 до v . Считая коэффициент трения саней о дорогу равным μ , найти силу тяги.

129. Определить массу груза, который нужно сбросить с аэростата массой $M = 1100$ кг, движущегося равномерно вниз, чтобы аэростат стал двигаться с такой же по модулю скоростью вверх. Архимедова сила, действующая на аэростат, $F_A = 1 \cdot 10^4$ Н. Силу сопротивления воздуха при подъеме и спуске считать одинаковой. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

130. К грузу массой $m_1 = 20$ кг, находящемуся на наклонной плоскости, привязан шнур, который перекинут через блок, закрепленный в вершине плоскости, к другому концу шнура подвешен груз массой $m_2 = 4$ кг. С каким ускорением будут двигаться грузы, если угол наклона плоскости $\alpha = 30^\circ$? Коэффициент трения $\mu = 0,2$. Массой шнура и блока пренебречь.

131. Через невесомый блок, который может вращаться без трения вокруг неподвижной горизонтальной оси, перекинули невесомую и нерастяжимую нить, к концам которой подвесили два груза (см. рис. 50). При каком отношении масс этих грузов сила, действующая на ось блока, будет равна силе тяжести, действующей на груз большей массы?

132. К бруску массой $m_1 = 2$ кг, лежащему на столе, привязана нерастяжимая нить. Ко второму концу нити, перекинутой через укрепленный на краю стола блок, привязан груз массой $m_2 = 0,5$ кг. Определить коэффициент трения бруска о стол, если, двигаясь без начальной скорости, брусок за время $t = 2$ с прошел путь $s = 1$ м. Массой нити, блока и трением в блоке пренебречь.

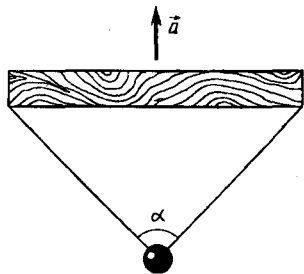
133. К концам нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный блок, прикреплены гири массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг. Обе гири движутся с ускорением $a = 3,27$ м/с². Найти ускорение свободного падения для данного места. Массой нити, блока и трением в блоке пренебречь.

134. На концах нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный блок, подвешены тела массой $m = 240$ г каждое. Какую массу должен иметь добавочный груз, положенный на одно из тел, чтобы каждое из них прошло за время $t = 4,0$ с путь $s = 160$ см? Массой нити, блока и трением в блоке пренебречь.

135. Через вращающийся вокруг горизонтальной оси блок перекинута невесомая нерастяжимая нить, к концам которой привязаны грузы $m_1 = 0,5$ кг и $m_2 = 0,6$ кг. Найти силу, с которой блок давит на ось при движении грузов. Массой блока и трением в блоке пренебречь.

136. Человек передвигает груженные сани с постоянной скоростью с помощью твердого стержня, соединенного с санями и расположенного под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Одинаковые ли силы F_1 и F_2 нужно приложить к саням для их передвижения, если их толкать перед собой или тянуть за собой? Во сколько раз одна сила больше другой? Коэффициент трения саней о дорогу $\mu = 0,10$.

137. Шарик массой m прикреплен двумя нитями одинаковой длины к доске (рис. 51). Угол между нитями α . Какими будут силы натяжения каждой нити, если доска, оставаясь горизонтальной, станет двигаться вверх с ускорением a ?



Р и с. 51

138. Горизонтальная струя воды ударяется о вертикальную стену. После удара вода стекает по стене вниз. Найти силу, с которой струя действует на стену, если площадь поперечного сечения струи $S = 5$ см², а ее скорость $v = 8$ м/с. Плотность воды $\rho = 1 \cdot 10^3$ кг/м³.

139. Металлический шарик массой $m = 20$ г, свободно падающий без начальной скорости с высоты $h = 1,3$ м, ударяется упруго о горизонтально расположенную стальную плиту и отскакивает от нее в противоположном направлении с такой же по модулю скоростью. Найти среднюю силу, с которой шарик действовал на плиту, если продолжительность удара $t = 0,10$ с. Сопротивление воздуха не учитывать.

140. Автобус массой $m = 4$ т трогается с места и на пути $l = 100$ м приобретает скорость $v = 20$ м/с. Сила тяги $F = 10$ кН. Найти силу сопротивления движению, считая ее постоянной.

141. При быстром торможении автомобиля, имевшего скорость $v = 72$ км/ч, его колеса начали скользить по земле, не вращаясь. Коэффициент трения между колесами и землей $\mu = 0,40$. Какой путь пройдет автомобиль с момента начала торможения до полной остановки?

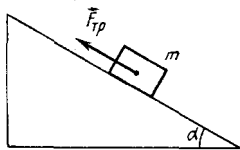
142. Автомобиль начал двигаться с ускорением $a_0 = 3,0 \text{ м/с}^2$. При скорости $v_1 = 60 \text{ км/ч}$ ускорение $a_1 = 1,0 \text{ м/с}^2$. С какой скоростью будет двигаться автомобиль при равномерном движении, если сила тяги двигателя постоянна, а общая сила сопротивления движению пропорциональна скорости?

143. С какой минимальной силой нужно тянуть за веревку, чтобы санки массой $m = 30 \text{ кг}$ равномерно двигались по горизонтальному асфальту, если коэффициент трения скольжения полозьев по асфальту $\mu = 0,60$?

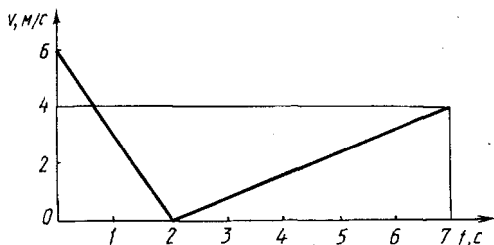
144. К бруску массой $m = 5 \text{ кг}$, который лежит на горизонтальной плоскости, приложена под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту сила, модуль которой возрастает пропорционально времени по закону $F = kt$, где $k = 3 \text{ Н/с}$. Найти модуль силы трения через $t = 4 \text{ с}$ после начала действия силы. Коэффициент трения между бруском и плоскостью $\mu = 0,3$.

145. К концам однородного стержня приложены две противоположно направленные силы $F_1 = 40 \text{ Н}$ и $F_2 = 100 \text{ Н}$. Определить силу натяжения стержня в поперечном сечении, которое делит стержень на две части в отношении $1 : 2$.

146. Найти зависимость модуля силы трения, действующей на тело массой m на наклонной плоскости, от угла α (рис. 52). Коэффициент трения равен μ .



Р и с. 52



Р и с. 53

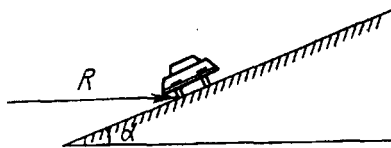
147. Плоская шайба, которую толкнули вдоль наклонной плоскости, скользит по ней, двигаясь вверх, а затем возвращается к месту броска. График зависимости модуля скорости шайбы от времени показан на рис. 53. Найти угол наклона плоскости к горизонту.

148. Наклонная плоскость составляет с горизонтом угол $\alpha = 15^\circ$. По ней вверх пускают с нижней точки плоскую шайбу, которая, поднявшись на некоторую высоту, затем соскальзывает по тому же пути вниз. Каков коэффициент

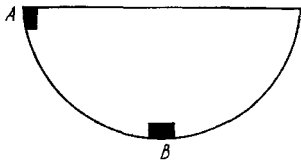
трения шайбы о плоскость, если время спуска в $n = 3$ раза больше времени подъема?

149. На какую высоту может подняться автомобиль с работающим двигателем по ледяной горе, составляющей с горизонтом угол α , если у начала подъема он имел скорость v_0 ? Коэффициент трения равен μ , причем $\mu < \operatorname{tg}\alpha$.

150. На автодроме автомобили испытываются на скорости $v = 120$ км/ч. Под каким углом α к горизонту (рис. 54) должно быть наклонено полотно дороги на повороте с радиусом закругления $R = 110$ м, чтобы движение автомобиля было наиболее безопасным даже в гололедицу?



Р и с. 54



Р и с. 55

151. С какой скоростью должен двигаться автомобиль по выпуклому мосту, имеющему радиус кривизны $R = 60$ м, чтобы в верхней точке траектории давление на дорогу было в $n = 3,0$ раза меньше, чем при движении на горизонтальном участке?

152. Радиус кривизны вогнутого моста равен R . Масса наибольшего неподвижного груза, который может выдержать середина моста, m . При какой скорости v движущегося по мосту груза массой m/n ($n > 1$) мост разрушится?

153. Планета представляет собой однородный шар, плотность которого $\rho = 3 \cdot 10^3$ кг/м³. Каков период обращения искусственного спутника, движущегося вблизи ее поверхности? Гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н · м²/кг².

154. Найти радиус окружности, по которой автомобиль может двигаться со скоростью $v = 36$ км/ч, если минимальный коэффициент трения скольжения, при котором автомобиль не «заносит», $\mu = 0,20$.

155. Плоское тело массой $m = 4$ кг движется без трения по круговому желобу, расположенному в вертикальной плоскости так, что диаметр, проведенный из точки A (рис. 55), горизонтален. Определить силу, с которой тело действует на желоб в точке B , если оно пущено без начальной скорости из точки A .

156. Привязанный к нити длиной $l = 0,4$ м груз массой $m = 0,2$ кг вращают в горизонтальной плоскости с постоянной скоростью так, что нить описывает коническую поверхность. При этом угол отклонения нити от вертикали $\alpha = 30^\circ$. Найти угловую скорость груза и силу натяжения нити.

157. Шарик, подвешенный к невесомой нити, движется по окружности в горизонтальной плоскости с постоянной скоростью (конический маятник — см. рис. 44). Длина нити $l = 1,14$ м; угол, составленный нитью с вертикалью, $\alpha = 30^\circ$. Период вращения маятника $T = 2,0$ с. Найти ускорение свободного падения.

158. В вагоне поезда, идущего равномерно со скоростью $v = 20$ м/с по горизонтальному закруглению железнодорожного пути, производится взвешивание груза массой $m = 4$ кг с помощью динамометра, подвешенного к потолку вагона. Вес P груза оказался равным 39,4 Н. Определить радиус закругления.

159. Летчик давит на сиденье кресла самолета в нижней точке петли Нестерова с силой $F = 7200$ Н. Масса летчика $m = 80$ кг, радиус петли $R = 250$ м. Определить скорость самолета.

160. Радиус Луны приблизительно в $n_1 = 3,8$ раза меньше радиуса Земли, а масса Луны в $n_2 = 81$ раз меньше массы Земли. Найти ускорение свободного падения на Луне, если известно, что на Земле $g_3 = 9,8$ м/с². Во сколько раз нужно изменить начальную скорость, чтобы брошенное вертикально вверх тело поднялось на такую же высоту на Луне, как и на Земле?

161. Материальная точка массой $m = 1,0$ кг равномерно движется по окружности со скоростью $v = 10$ м/с. Определить модуль изменения импульса этой точки за одну четверть периода вращения.

162. На какой угол надо отклонить нить с подвешенным на ней грузом, чтобы при прохождении положения равновесия сила натяжения нити была в 2 раза больше силы тяжести груза?

163. Тело массой $m = 0,1$ кг вращается в вертикальной плоскости на нити длиной $l = 1$ м. Ось вращения расположена над полом на высоте $H = 2$ м. При прохождении нижнего положения нить обрывается, и тело падает на пол на расстоянии $L = 4$ м (по горизонтали) от точки обрыва. Определить силу натяжения нити в момент ее об-

рыва. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения g считать равным 10 м/с^2 .

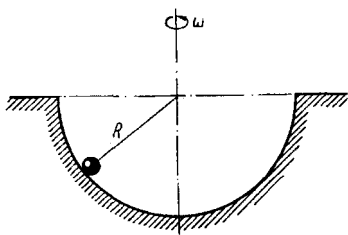
164. На невесомом стержне висит груз массой m . Груз отклоняют на угол $\alpha = 90^\circ$ и отпускают. Найти силу натяжения стержня в момент прохождения им положения равновесия.

165. Шарик массой $m = 100 \text{ г}$ подвешен на нити. В натянутом положении нить расположили горизонтально и отпустили шарик. Чему равна сила натяжения нити в момент, когда она образует с горизонтальным направлением угол $\alpha = 30^\circ$? Какой прочностью на разрыв должна обладать нить, чтобы она не оборвалась? Нить считать невесомой и нерастяжимой.

166. Велосипедист едет без проскальзывания по окружности радиуса R со скоростью v . Найти угол между плоскостью велосипеда и вертикалью.

167. Горизонтально расположенный диск вращается с частотой $n = 0,25 \text{ с}^{-1}$ вокруг вертикальной оси. Наибольшее расстояние от оси вращения, на котором тело удерживается на диске в равновесии, $r = 10 \text{ см}$. Чему равен коэффициент трения тела о диск?

168. Чаша в форме полушферы радиуса $R = 0,8 \text{ м}$ вращается с постоянной угловой скоростью вокруг вертикальной оси (рис. 56). Вместе с чашей вращается шарик, лежащий на ее внутренней поверхности. Расстояние от шарика до нижней точки чаши равно ее радиусу. Определить угловую скорость чаши. Трением пренебречь.



Р и с. 56

169. На экваторе некоторой планеты тела весят вдвое меньше, чем на полюсе. Плотность веществ планеты $\rho = 3,0 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Определить период вращения планеты вокруг собственной оси. Гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$.

170. Определить массу Солнца, зная, что средняя линейная скорость Земли на орбите $v = 30 \text{ км/с}$, а радиус орбиты Земли $R = 1,5 \cdot 10^8 \text{ км}$. Гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$.

171. Спутник движется вокруг некоторой планеты по круговой орбите радиуса $r = 4,7 \cdot 10^9$ м со скоростью $v = 1 \cdot 10^4$ м/с. Какова средняя плотность планеты, если ее радиус $R = 1,5 \cdot 10^8$ м? Гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н \cdot м²/кг².

172. Два искусственных спутника Земли движутся в одном направлении со скоростями v_1 и v_2 по окружностям, лежащим в одной плоскости. Определить минимальное расстояние между спутниками. Радиус Земли R , ускорение свободного падения на поверхности Земли g_0 .

173. Какую силу тяги должен развивать двигатель на искусственном спутнике Земли для того, чтобы он двигался по орбите радиуса R со скоростью, превышающей в n раз скорость свободного движения по этой орбите? Масса Земли M , масса спутника m , гравитационная постоянная G .

174. Каким должен был бы быть период вращения Земли вокруг своей оси, чтобы тела на экваторе находились в состоянии невесомости? Радиус Земли $R = 6370$ км.

175. Найти первую космическую скорость для планеты, масса которой в $n_1 = 3$ раза больше массы Земли, а радиус больше земного в $n_2 = 2$ раза. Первую космическую скорость для Земли считать равной $v_1 = 8$ км/с.

3. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

Методические указания к решению задач

При решении задач с применением закона сохранения импульса необходимо сначала установить, является ли данная система тел замкнутой, затем сделать схематический чертеж и обозначить на нем все известные скорости тел. Далее выбирают прямоугольную систему координат так, чтобы проекции скоростей на координатные оси выражались по возможности проще.

Если система тел замкнута, то уравнения составляют на основании закона сохранения импульса сначала в векторной форме:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n = \text{const},$$