

Р е ш е н и е. Центры тяжести C_1 и C_2 медной и алюминиевой частей цилиндра расположены на его оси на расстояниях $l/4$ от оснований (рис. 100). Центр тяжести C всего цилиндра находится на его оси на расстоянии x от левого основания. Если закрепить весь цилиндр на оси, проходящей через точку C перпендикулярно плоскости рисунка, то относительно этой оси будет выполняться условие равновесия: алгебраическая сумма моментов сил $m_1\vec{g}$ и $m_2\vec{g}$ равна нулю, т. е.

$$m_2 g l_2 - m_1 g l_1 = 0, \quad (1)$$

где l_1, l_2 — плечи сил относительно этой оси.

Из рисунка видно, что

$$l_1 = x - \frac{l}{4}, \quad l_2 = \frac{l}{4} + \left(\frac{l}{2} - x\right) = \frac{3l}{4} - x. \quad (2)$$

Массы m_1 и m_2 медной и алюминиевой частей цилиндра выразим через плотности и объемы (объемы их одинаковы):

$$m_1 = \rho_1 V, \quad m_2 = \rho_2 V. \quad (3)$$

Подставив выражения (2) и (3) в уравнение (1), получим

$$\rho_2 \left(\frac{3l}{4} - x\right) - \rho_1 \left(x - \frac{l}{4}\right) = 0.$$

Отсюда $x = \frac{l(\rho_1 + 3\rho_2)}{4(\rho_1 + \rho_2)}$, $x = 0,3$ м.

Задачи для самостоятельного решения

284. Вертикально расположенная пружина соединяет два груза. Масса верхнего груза $m_1 = 2$ кг, а нижнего $m_2 = 3$ кг. Когда система подвешена за верхний груз, длина пружины $l_1 = 10$ см. Если же систему поставить на подставку, длина пружины оказывается равной $l_2 = 4$ см. Определить длину недеформированной пружины.

285. К концам однородного стержня длиной $l = 1$ м и массой $m = 0,8$ кг прикреплены два маленьких шарика, массы которых $m_1 = 0,2$ кг и $m_2 = 0,25$ кг. Стержень мо-

жет поворачиваться вокруг горизонтальной оси, находящейся на расстоянии $l_1 = 0,3$ м от шарика меньшей массы. Чтобы стержень был расположен горизонтально, под шарик большей массы подставлена опора. Найти силу, действующую на опору.

286. Однородный массивный стержень с укрепленными на его концах грузами $m_1 = 5,5$ кг и $m_2 = 1$ кг находится в равновесии, если его подпереть на расстоянии, равном $1/5$ его длины, от более тяжелого груза. Какова масса стержня?

287. К концам горизонтального стержня длиной $l = 0,8$ м и массой $m = 2$ кг подвешены два груза: слева массой $m_1 = 1$ кг, справа массой $m_2 = 3$ кг. На каком расстоянии со стороны большей массы следует подпереть стержень, чтобы он остался в равновесии?

288. Концы стержня, массой которого можно пренебречь, прикреплены к двум вертикально расположенным пружинам одинаковой длины. Стержень при этом занимает горизонтальное положение. Жесткость первой пружины $k_1 = 6$ Н/м, второй $k_2 = 4$ Н/м. Расстояние между пружинами $l = 2$ м. На каком расстоянии от первой пружины нужно подвесить груз к стержню, чтобы он остался горизонтальным?

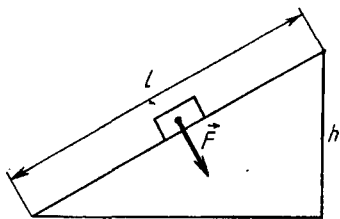
289. При взвешивании на неравноплечих рычажных весах масса тела (по сумме масс уравновешивающих гирь) оказалась на одной чаше весов равной $m_1 = 2$ кг, а на другой $m_2 = 8$ кг. Найти истинную массу тела. Массой коромысла пренебречь.

290. Груз массой $m = 10$ кг перемещают равномерно по прямой в горизонтальной плоскости, прилагая силу, направленную под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Определить модуль этой силы, если коэффициент трения $\mu = 0,20$.

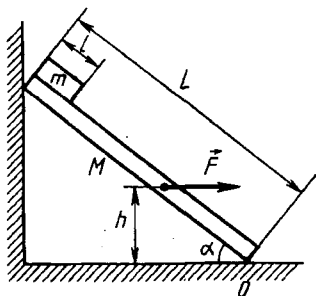
291. На платформу кузова грузового автомобиля на высоту $h = 1,2$ м по наклонным брускам длиной $l = 2,0$ м равномерно тянут груз массой $m = 300$ кг. Коэффициент трения скольжения $\mu = 0,20$. Определить силу тяги, направленную параллельно брускам.

292. На доске длиной $l = 64$ см стоит сплошной цилиндр, у которого высота в $n = 3,0$ раза больше диаметра основания. На какую наибольшую высоту можно поднять один из концов доски, чтобы цилиндр не опрокинулся?

293. Деревянный брусок находится на наклонной плоскости (рис. 101). С какой наименьшей силой F нужно



Р и с. 101



Р и с. 102

прижать брусок к наклонной плоскости, чтобы он оставался на ней в покое? Масса бруска $m = 2,0$ кг, длина наклонной плоскости $l = 1,0$ м, высота ее $h = 0,60$ м. Коэффициент трения бруска о наклонную плоскость $\mu = 0,40$.

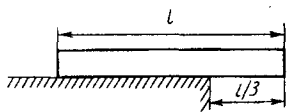
294. Груз массой $m = 5,0$ кг находится на наклонной плоскости, образующей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. К грузу приложена сила \vec{F} , направленная вдоль наклонной плоскости. Коэффициент трения груза о плоскость $\mu = 0,20$. Определить модуль приложенной силы, если груз перемещается равномерно вниз по плоскости.

295. К верхнему краю доски длиной L и массой M прибит брусок, длина которого l и масса m (рис. 102). Доска закреплена в точке O и прислонена к стенке под углом α к основанию. При какой горизонтальной силе \vec{F} , приложенной на высоте h , равновесие доски не нарушится, если стенку убрать?

296. На столе лежит однородная цепочка длиной l . Часть ее свешивается со стола. Какова максимальная длина свешивающейся части, если коэффициент трения между цепочкой и столом равен μ ?

297. С какой минимальной силой, направленной горизонтально, надо прижать брусок к вертикальной стене, чтобы он не соскользнул вниз? Масса бруска $m = 6$ кг, коэффициент трения между бруском и стеной $\mu = 0,1$.

298. Двое рабочих несут бревно, масса которого $m = 50$ кг. Один поддерживает бревно на расстоянии $l_1 = 1$ м от его конца, а второй — противоположный конец бревна. Длина бревна $l = 5$ м. Определить силы, с которыми бревно действует на каждого рабочего.



Р и с. 103

299. Однородная доска массой $M = 1$ кг лежит на столе так, как показано на рис. 103. Груз какой массы надо положить на правый конец доски, чтобы левый ее конец начал подниматься?

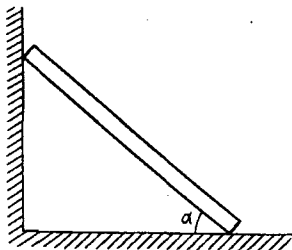
300. Дверь, высота которой $H = 2$ м, ширина $l = 1$ м и масса $m = 32$ кг, подвешена на двух петлях, находящихся на расстоянии $a = 20$ см от верхнего и нижнего краев двери. С какой силой дверь тянет верхнюю петлю в горизонтальном направлении?

301. Однородный стержень покоится, опираясь на гладкую стену и шероховатый пол (рис. 104). Масса стержня $m = 10$ кг, угол между стержнем и полом $\alpha = 45^\circ$. Найти силу трения.

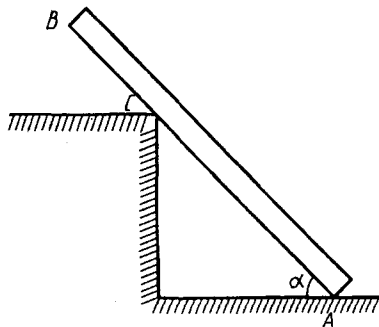
302. Однородный стержень AB опирается на шероховатый пол и гладкий выступ C (рис. 105). Расстояние $AC = 0,75AB$. При каком коэффициенте трения стержень будет составлять с полом угол $\alpha = 45^\circ$ в положении равновесия?

303. Однородный стержень одним концом упирается в вертикальную стену, а другой его конец удерживается с помощью нити, длина которой равна длине стержня (рис. 106). При каких углах α стержень будет находиться в равновесии, если коэффициент трения между стержнем и стеной $\mu = 0,3$?

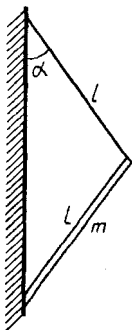
304. Однородная балка массой $m = 60$ кг и длиной $l = 4,0$ м опирается о гладкий пол и выступ B , находящийся на высоте $h = 3,0$ м над полом (рис. 107). Балка образует



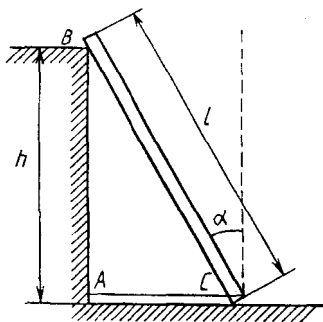
Р и с. 104



Р и с. 105



Р и с. 106

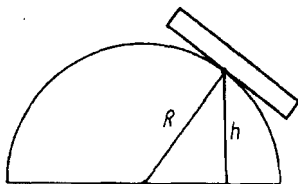


Р и с. 107

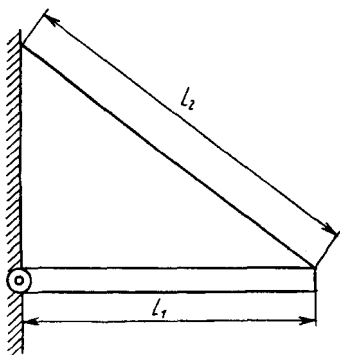
угол $\alpha = 30^\circ$ с вертикалью и удерживается веревкой AC , протянутой у самого пола. Вычислить силу натяжения веревки, силу реакции пола и силу реакции выступа B .

305. Тонкая однородная доска лежит, касаясь средней точкой поверхности полусферы радиуса $R = 2,0$ м (рис. 108). При какой наименьшей высоте h центра тяжести доски (от горизонтального основания полусферы) доска не будет соскальзывать с полусферы, если коэффициент трения $\mu = 0,80$?

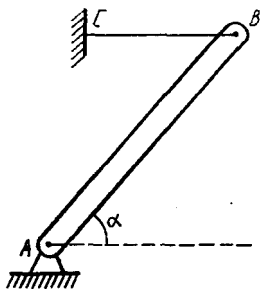
306. Однородная балка длиной $l_1 = 4$ м одним концом шарнирно прикреплена к вертикальной стене и удерживается в горизонтальном положении тросом, привязанным к другому ее концу (рис. 109). Масса балки $m = 500$ кг, длина троса $l_2 = 8$ м. Определить силу натяжения троса.



Р и с. 108



Р и с. 109



Р и с. 110

307. Тонкий однородный стержень шарнирно укреплен в точке A и удерживается нитью BC (рис. 110). Масса стержня m , угол его наклона к горизонту равен α . Найти силу натяжения нити, а также модуль и направление силы реакции шарнира.

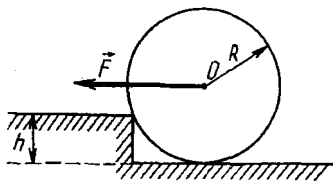
308. На какую максимальную высоту может подняться человек массой $m = 75$ кг по лестнице длиной $l = 5$ м, приставленной к гладкой стене? Максимальная сила трения между лестницей и полом $F_{\text{тр}} = 300$ Н, угол между лестницей и полом $\alpha = 60^\circ$. Массой лестницы пренебречь.

309. Какова должна быть минимальная сила \vec{F} (рис. 111), приложенная к оси колеса массой m и радиусом R и направленная горизонтально, чтобы она могла поднять колесо на ступеньку высотой h ($h < R$)? Считать, что при повороте колесо не проскальзывает.

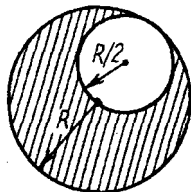
310. Два однородных шара, алюминиевый и цинковый, одинакового радиуса $R = 10$ см скреплены в точке касания. Найти расстояние от центра тяжести этой системы до центра цинкового шара. Плотность алюминия $\rho_1 = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м³, плотность цинка $\rho_2 = 7,1 \cdot 10^3$ кг/м³.

311. Четыре однородных шара массами $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 5$ кг, $m_3 = 7$ кг, $m_4 = 3$ кг укреплены на невесомом стержне таким образом, что их центры находятся на равных расстояниях $d = 0,2$ м друг от друга. Найти положение центра тяжести системы.

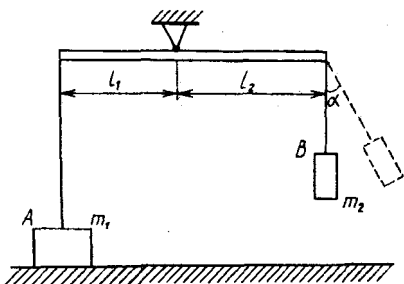
312. Определить положение центра тяжести однородной круглой пластинки радиуса $R = 30$ см, в которой вырезано отверстие вдвое меньшего радиуса, касающееся края пластинки (рис. 112).



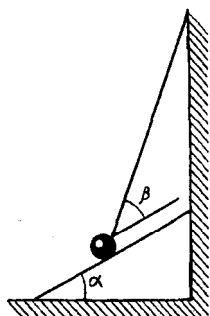
Р и с. 111



Р и с. 112



Р и с. 113



Р и с. 114

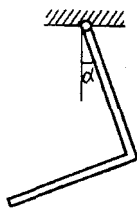
313. Два однородных шара из одного и того же материала, радиусы которых $R_1 = 3$ см, $R_2 = 2$ см, скреплены в точке касания. На каком расстоянии от точки скрепления находится центр тяжести системы?

314. В двух вершинах равностороннего треугольника, сторона которого равна a , помещены шарики массой m каждый. В третьей вершине находится шарик массой $2m$. Где расположен центр масс этой системы?

315. Два тела A и B , массы которых $m_1 = 1,5$ кг и $m_2 = 0,45$ кг соответственно, подвешены на нитях к легкому коромыслу, плечи которого имеют длину $l_1 = 0,6$ м и $l_2 = 1$ м, причем тело A лежит на полу (рис. 113). На какой минимальный угол α следует отклонить подвес тела B , чтобы после его отпущения тело A оторвалось от пола?

316. Однородный шар массой $m = 10$ кг удерживается на гладкой наклонной плоскости веревкой, укрепленной над плоскостью (рис. 114). Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 30^\circ$, угол между веревкой и наклонной плоскостью $\beta = 45^\circ$. Определить силу, с которой шар давит на наклонную плоскость.

317. Однородный стержень согнули посередине под прямым углом и подвесили на шарнире за один из концов (рис. 115). Найти угол α между прикрепленной частью стержня и вертикалью.



Р и с. 115