433. Из сосуда через вертикальную трубку, внутренний диаметр которой $d = 3{,}0$ мм, за некоторое время вытекло по каплям молоко массой $m = 50$ г. Определить количество упавших капель. Поверхностное натяжение молока $\sigma = 47$ мН/м. Считать диаметр шейки капли в момент отрыва равным внутреннему диаметру трубки.

434. Из плохо закрытого крана капает вода. Определить массу вытекшей за $t = 24$ ч воды, если время между отрывами ближайших капель $\tau = 1{,}0$ с. Диаметр шейки капли в момент ее отрыва считать равным диаметру трубы крана $d = 10$ мм. Поверхностное натяжение воды $\sigma = 72{,}7$ мН/м.

435. Разность Δh уровней ртути в двух сообщающихся вертикальных капиллярах, диаметры которых $d_1 = 0{,}5$ мм и $d_2 = 1$ мм, равна 1,5 см. Определить поверхностное натяжение ртути. Плотность ртути $\rho = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3.

436. В воду на ничтожно малую глубину опущена вертикально капиллярная трубка, внутренний диаметр которой $d = 1{,}0$ мм. Определить массу вошедшей в трубку воды. Смачивание считать полным. Поверхностное натяжение воды $\sigma = 72{,}7$ мН/м.

7. ТЕПЛОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

Методические указания к решению задач

Если в задаче рассматривается процесс передачи энергии от одних тел к другим без совершения работы (теплообмен), нужно на основании закона сохранения и превращения энергии составить уравнение теплового баланса:

$$Q_{\text{от}} = Q_{\text{получ}},$$

где $Q_{\text{от}}$ – количество теплоты, отданное одними телами; $Q_{\text{получ}}$ – количество теплоты, полученное другими телами. Если задан КПД теплообмена, то $\eta Q_{\text{от}} = Q_{\text{получ}}$.

Если внутренняя энергия U системы изменяется вследствие совершения системой механической работы A_1 над внешними телами, то составляется уравнение

$$-\eta \Delta U = A_1,$$

где η – КПД процесса. (В таких задачах теплообмен между телами обычно не учитывается.)

Если внутренняя энергия системы увеличивается в результате того, что внешние тела совершают над ней механическую работу A_2, то $\Delta U = \eta A_2$.

Записав затем выражения для $Q_{от}$, $Q_{получ}$, ΔU, A_1 и A_2, подставляют их в приведенные выше уравнения и решают относительно искомой величины.

Применяя первый закон термодинамики, надо учитывать, что в его уравнении $Q = \Delta U + A$ каждая из величин может быть либо положительной, либо отрицательной, либо равной нулю в зависимости от характера процесса. Если система получает количество теплоты Q, то $Q > 0$, если отдает, то $Q < 0$, если теплообмена нет, $Q = 0$; $\Delta U > 0$, если внутренняя энергия системы увеличивается, $\Delta U < 0$ – если уменьшается, $\Delta U = 0$ при неизменной внутренней энергии; $A > 0$, если система совершает работу над внешними телами, $A < 0$, если внешние тела совершают работу над системой, $A = 0$, если работа не совершается.

При изобарном процессе $Q \neq 0$, $\Delta U \neq 0$, $A \neq 0$.

При изотермическом процессе $T = \text{const}$, внутренняя энергия газа не изменяется ($\Delta U = 0$), поэтому $Q = A$, т. е. все переданное системе количество теплоты идет на совершение работы над внешними телами.

При изохорном процессе объем газа $V = \text{const}$, поэтому $A = 0$ и $Q = \Delta U$, т. е. все сообщенное газу количество теплоты идет на увеличение его внутренней энергии.

При адиабатном процессе теплообмена нет, $Q = 0$ и поэтому $A = -\Delta U$, т. е. работа, совершаемая газом, равна убыли его внутренней энергии.

Основные законы и формулы

Внутренняя энергия одноатомного идеального газа, молярная масса которого равна M, а масса m, находится по формуле

$$U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT,$$

где R – универсальная газовая постоянная; T – термодинамическая температура газа.

Работа, совершаемая газом при его расширении от объема V_1 до объема V_2 в любом процессе, вычисляется по формуле

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV,$$

где p – давление газа.

Работа, совершаемая газом при изобарном расширении,

$$A = p(V_2 - V_1) = p\Delta V.$$

Количество теплоты, необходимое для нагревания тела массой m от температуры T_1 до температуры T_2, подсчитывается по формуле

$$Q = cm(T_2 - T_1),$$

где c – удельная теплоемкость вещества.

Теплоемкость тела массой m

$$C = mc,$$

где c – удельная теплоемкость вещества.

Количество теплоты, необходимое для того, чтобы расплавить кристаллическое тело массой m,

$$Q_{пл} = \lambda m,$$

где λ – удельная теплота плавления. При кристаллизации выделяется такое же количество теплоты.

Количество теплоты, необходимое для превращения в пар жидкости массой m,

$$Q_{пар} = rm,$$

где r – удельная теплота парообразования жидкости. При конденсации выделяется такое же количество теплоты.

Количество теплоты, выделяемое при полном сгорании вещества массой m,

$$Q_{сг} = qm,$$

где q – удельная теплота сгорания вещества.

Закон сохранения и превращения энергии: во всех процессах, происходящих в природе, энергия не возникает из ничего и не исчезает, а лишь передается от одних тел к другим или превращается из одного вида в другой.

Первый закон термодинамики: количество теплоты, переданное системе, расходуется на изменение ее внутренней энергии и на совершение системой работы над внешними телами:

$$Q = \Delta U + A.$$

Коэффициент полезного действия теплового двигателя

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где A – работа, совершаемая двигателем; Q_1, Q_2 – количество теплоты, соответственно полученное двигателем от нагревателя и отданное холодильнику.

Максимальное значение КПД теплового двигателя равно КПД идеальной тепловой машины:

$$\eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 – температура нагревателя; T_2 – температура холодильника.

Второй закон термодинамики: невозможно перевести теплоту от более холодной системы к более нагретой при отсутствии других одновременных изменений в обеих системах или в окружающих телах.

Примеры решения задач

437. В латунный калориметр массой $m_1 = 100$ г, содержащий $m_2 = 250$ г воды при температуре $T_1 = 280$ К, опустили тело массой $m = 200$ г, нагретое до температуры $T_2 = 373$ К. В результате теплообмена установилась окончательная температура $T = 293$ К. Определить удельную теплоемкость вещества, из которого изготовлено тело. Удельная теплоемкость латуни $c_1 = 380$ Дж/(кг · К), воды $c_2 = 4190$ Дж/(кг · К).

Решение. При охлаждении тело отдает количество теплоты

$$Q = cm(T_2 - T),$$

а калориметр и вода получают количество теплоты соответственно

$$Q_1 = c_1 m_1 (T - T_1), \ Q_2 = c_2 m_2 (T - T_1).$$

На основе закона сохранения энергии составляем уравнение теплового баланса: $Q = Q_1 + Q_2$, или

$$cm(T_2 - T) = c_1 m_1 (T - T_1) + c_2 m_2 (T - T_2).$$

Отсюда находим удельную теплоемкость вещества, из которого изготовлено тело:

$$c = \frac{(c_1 m_1 + c_2 m_2)(T - T_1)}{m(T_2 - T)}, \; c = 882 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

438. Смешивают $m_1 = 300$ г воды при температуре $t_1 = 10$ °С и $m_2 = 400$ г льда при температуре $t_2 = -20$ °С. Определить установившуюся температуру смеси. Удельная теплоемкость воды $c_1 = 4{,}19 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), льда $c_2 = 2{,}12 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), удельная теплота плавления льда $\lambda = 330 \cdot 10^3$ Дж/кг.

Р е ш е н и е. Так как конечное состояние не очевидно, будем решать задачу поэтапно. Подсчитаем сначала количество теплоты, необходимое для нагревания льда до температуры плавления $t_{пл} = 0$ °С:

$$Q_2 = c_2 m_2 (t_{пл} - t_2), \; Q_2 = 16\,960 \text{ Дж}.$$

Теперь найдем количество теплоты, которое отдает вода, охлаждаясь до 0 °С:

$$Q_1 = c_1 m_1 (t_1 - t_{пл}), \; Q_1 = 12\,570 \text{ Дж}.$$

При вычислении учтено, что $\Delta t = \Delta T$.

Мы видим, что для того, чтобы нагреть весь лед до 0°С, недостает $Q_2 - Q_1 = 4390$ Дж. Такое количество теплоты выделится при превращении в лед некоторой части воды массой m_3:

$$Q_2 - Q_1 = \lambda m_3,$$

откуда

$$m_3 = (Q_2 - Q_1)/\lambda, \; m_3 = 13 \text{ г}.$$

Таким образом, в конечном состоянии в сосуде будет $m_2 + m_3 = 413$ г льда и $m_1 - m_3 = 287$ г воды при температуре $t = 0$ °С.

439. В сосуд, содержащий $m_1 = 10$ кг воды при температуре $T_1 = 293$ К, влили $m_2 = 7$ кг расплавленного свинца, взятого при температуре плавления $T_{пл} = 600$ К. При этом образовалось $\Delta m_1 = 0{,}05$ кг пара. Какая температура установится в сосуде после того, как свинец отвердеет? Удельные теплоемкости воды и свинца — соответственно $c_1 = 4190$ Дж/(кг · К) и $c_2 = 130$ Дж/(кг · К), удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}26 \cdot 10^6$ Дж/кг, удельная теплота плавления свинца $\lambda = 30 \cdot 10^3$ Дж/кг. Теплоемкостью сосуда пренебречь.

Р е ш е н и е. Количество теплоты, отданное свинцом при его отвердевании и охлаждении от температуры отвердевания $T_{пл}$ до установившейся температуры T,

$$Q_1 = \lambda m_2 + c_2 m_2 (T_{пл} - T).$$

Количество теплоты, полученное испарившейся водой,

$$Q_2 = c_1 (T_к - T_1) \Delta m_1 + r \Delta m_1,$$

где $T_к = 373$ К – температура кипения воды.

Количество теплоты, полученное неиспарившейся водой,

$$Q_3 = c_1 (m_1 - \Delta m_1)(T - T_1).$$

Составим уравнение теплового баланса: $Q_1 = Q_2 + Q_3$, или

$$\lambda m_2 + c_2 m_2 (T_{пл} - T) =$$
$$= c_1 (T_к - T_1) \Delta m_1 + r \Delta m_1 + c_1 (m_1 - \Delta m_1)(T - T_1).$$

Решив это уравнение относительно T, получим:

$$T = \frac{m_2(\lambda + c_2 T_{пл}) + c_1 m_1 T_1 - (c_1 T_к + r)\Delta m_1}{c_1(m_1 - \Delta m_1) + c_2 m_2}, \quad T = 3 \cdot 10^2 \text{ К}.$$

440. В калориметре при температуре $t_1 = 0$ °С находилось $m_в = 500$ г воды и $m_л = 100$ г льда. Сколько водяного пара при температуре $t_2 = 100$ °С было впущено в воду, если в результате весь лед растаял и в калориметре установилась температура $t = 90$ °С? Теплоемкость калориметра $C_к = 1600$ Дж/К, удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}26 \cdot 10^6$ Дж/кг, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплоемкость воды $c = 4{,}19 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К). Потерями энергии в окружающую среду пренебречь.

Р е ш е н и е. Количество теплоты, отданное водяным паром массой $m_п$ при его конденсации и охлаждении образовавшейся воды от температуры конденсации до установившейся температуры T,

$$Q_1 = r m_п + c m_п (T_2 - T).$$

Количество теплоты, полученное льдом, водой, образовавшейся из льда, водой, находившейся в калориметре, и калориметром,

$$Q_2 = \lambda m_л + cm_л(T - T_1) + cm_в(T - T_1) + C_к(T - T_1).$$

На основании закона сохранения и превращения энергии составляем уравнение теплового баланса: $Q_1 = Q_2$, или

$$rm_п + cm_п(T_2 - T) = \lambda m_л + (cm_л + cm_в + C_к)(T - T_1).$$

Отсюда находим массу пара:

$$m_п = \frac{\lambda m_л + (c(m_в + m_л) + C_к)(T - T_1)}{r + c(T_2 - T)}, \; m_п = 0{,}2 \text{ кг}.$$

441. Автомобиль расходует $m = 5{,}67$ кг бензина на $s = 50$ км пути. Определить среднюю мощность, развиваемую при этом двигателем автомобиля, если средняя скорость движения $v_{ср} = 80$ км/ч и КПД двигателя $\eta = 22\%$. Удельная теплота сгорания бензина $q = 46 \cdot 10^6$ Дж/кг.

Решение. Развиваемая двигателем средняя мощность $N = A/t$, где A – полезная работа, совершенная за счет теплоты, выделившейся при сгорании бензина; t – время, за которое расходуется бензин. При сгорании бензина выделяется количество теплоты $Q = qm$. Учитывая КПД, получаем $A = \eta qm$.

Путь s автомобиль проходит за время $t = s/v_{ср}$. Следовательно,

$$N = \eta q m v_{ср}/s, \; N = 2{,}6 \cdot 10^4 \text{ Вт}.$$

442. В тающую льдину попадает пуля, летящая со скоростью $v = 1000$ м/с. Масса пули $m = 10$ г. Считая, что половина энергии пули пошла на раздробление льда, а другая половина – на его плавление, найти массу растаявшего льда. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Решение. Количество теплоты, затраченное на плавление льда, $Q = \lambda m_1$, где m_1 – масса растаявшего льда. С другой стороны, эта теплота получается за счет половины кинетической энергии пули:

$$Q = \frac{1}{2} E_k = \frac{1}{2}\frac{mv^2}{2} = \frac{mv^2}{4}.$$

Следовательно, $mv^2/4 = \lambda m_1$, откуда масса растаявшего льда

$$m_1 = \frac{mv^2}{4\lambda}, \; m_1 = 7{,}8 \cdot 10^{-3} \text{ кг}.$$

443. С какой высоты упал без начальной скорости свинцовый шар, если при падении температура его повысилась на $\Delta T = 10$ К? Считать, что 80% энергии шара пошло на его нагревание. Сопротивлением воздуха пренебречь. Удельная теплоемкость свинца $c = 130$ Дж/(кг · К).

Р е ш е н и е. Потенциальная энергия шара массой m на высоте h $E_p = mgh$. Эта энергия частично затрачена на увеличение внутренней энергии шара при ударе о землю. На основании закона сохранения и превращения энергии составим равенство:

$$\eta mgh = cm\Delta T,$$

где $\eta = 0{,}8$; c – удельная теплоемкость свинца. Отсюда находим высоту:

$$h = \frac{c\Delta T}{\eta g}, \ h = 1{,}7 \cdot 10^2 \text{ м}.$$

444. В цилиндре при температуре $t_1 = 20$ °С находится $m = 2$ кг воздуха. Какая работа будет совершена при изобарном нагревании воздуха до температуры $t_2 = 120$ °С? Молярная масса воздуха $M = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Р е ш е н и е. При изобарном расширении работа газа

$$A = p\Delta V, \qquad (1)$$

где p – давление; ΔV – изменение объема.

Запишем уравнение Менделеева – Клапейрона для двух состояний воздуха:

$$pV_1 = \frac{m}{M}RT_1, \ pV_2 = \frac{m}{M}RT_2.$$

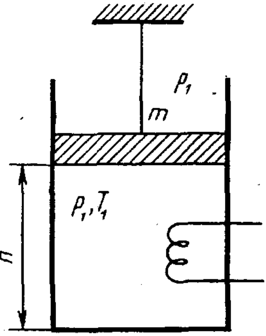
Вычитая почленно из второго уравнения первое, получаем

$$p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M}R(T_2 - T_1). \qquad (2)$$

Но $V_2 - V_1 = \Delta V$, поэтому на основании равенств (1) и (2) находим:

$$A = \frac{m}{M}R(T_2 - T_1), \ A = 5{,}7 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

445. В теплоизолированном высоком цилиндрическом сосуде на расстоянии h от дна висит на нити поршень массой m (рис. 139). Под поршнем находится ν моль идеального газа. Давление под поршнем в начальный момент равно внешнему давлению, температура газа T_1. Газ нагревается спиралью. Какое количество теплоты нужно подвести к газу, чтобы поршень поднялся до высоты $2h$ от дна? Трение отсутствует. Внутренняя энергия моля газа $U = CT$, универсальная газовая постоянная R, ускорение свободного падения g.



Р и с. 139

Р е ш е н и е. По первому закону термодинамики сообщенное газу количество теплоты

$$Q = \Delta U + A, \qquad (1)$$

где ΔU – изменение внутренней энергии газа; A – работа, совершенная газом против внешних сил.

На поршень при расширении газа действуют две внешние силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила, обусловленная внешним давлением p_1 и равная $p_1 S$, где S – площадь поршня. Поднимая поршень от высоты h до $2h$, газ совершает работу

$$A = (mg + p_1 S)h. \qquad (2)$$

Изменение внутренней энергии газа

$$\Delta U = C(T_2 - T_1),$$

где T_2 – конечная температура газа; T_1 – начальная температура.

До нагревания газа уравнение его состояния имеет вид

$$p_1 Sh = \nu RT_1. \qquad (3)$$

После подвода теплоты поршень поднялся, нить не натянута и газ находится под давлением, равным сумме внешнего давления и давления, обусловленного силой тяжести поршня:

$$p_2 = p_1 + mg/S.$$

Уравнение состояния газа теперь запишется так:

$$(p_1 + mg/S)2hS = \nu RT_2. \qquad (4)$$

Решая совместно уравнения (3) и (4), находим

$$T_2 = 2T_1 + 2mgh/\nu R.$$

Тогда

$$\Delta U = C(T_1 + 2mgh/\nu R). \quad (5)$$

Кроме того, из формул (2) и (3) найдем

$$A = mgh + \nu RT_1. \quad (6)$$

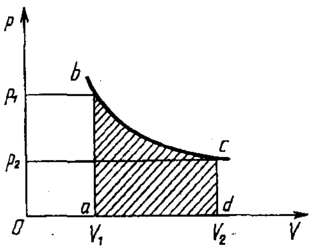
Подставив значения (5) и (6) в выражение (1), получим

$$Q = (C + \nu R)T_1 + mgh(1 + 2C/(\nu R)).$$

446. При изотермическом расширении азота массой $m = 100$ г, имевшего температуру $T = 280$ К, его объем увеличился в 3 раза. Найти: работу, совершенную газом при расширении; изменение внутренней энергии газа; количество теплоты, сообщенное газу.

Р е ш е н и е. Из уравнения Менделеева–Клапейрона находим

$$p = \frac{mRT}{MV},$$



Р и с. 140

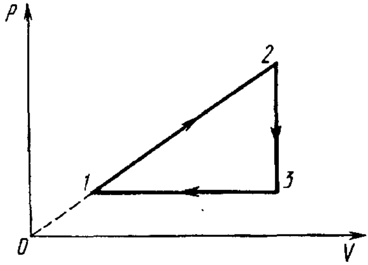
откуда видно, что при $T = \text{const}$ (изотермический процесс) давление газа убывает обратно пропорционально объему (рис. 140). Работа газа численно равна площади фигуры, ограниченной графиком зависимости $p = f(V)$, осью V и отрезками ab и cd, численно равными давлениям p_1 и p_2 в начальном и конечном состояниях. Следовательно,

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{mRT}{MV}\,dV = \frac{m}{M}RT\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V} = \frac{m}{M}RT\ln\frac{V_2}{V_1}.$$

Молярная масса азота $M = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $V_2/V_1 = 3$, $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К). Подставив в последнюю формулу числовые значения, получим $A = 9 \cdot 10^3$ Дж.

Изменение внутренней энергии $\Delta U = 0$, так как $T = \text{const}$. Следовательно, согласно первому закону термодинамики, сообщенное газу количество теплоты $Q = A = 9 \cdot 10^3$ Дж.

447. Тепловой процесс, график которого изображен на рис. 141, совершают над идеальным газом, масса которого остается постоянной. Определить, как изменялась температура газа на участках *1–2*, *2–3*, *3–1*. Выяснить, на каких участках газ получал некоторое количество теплоты и на каких отдавал.



Р и с. 141

Р е ш е н и е. Из графика видно, что на участке *1–2* давление газа прямо пропорционально объему: $p = aV$, где $a = \text{const}$ – коэффициент пропорциональности.

На основании уравнения Менделеева–Клапейрона получим

$$aV^2 = \frac{m}{M}RT,$$

откуда

$$T = \frac{aM}{mR}V^2.$$

Таким образом, с увеличением объема V газа его температура возрастала, внутренняя энергия увеличивалась, т. е. $\Delta U > 0$. При этом газ, расширяясь, совершал положительную работу: $A > 0$. Согласно первому закону термодинамики, $Q_{1-2} = \Delta U + A$. Следовательно, $Q_{1-2} > 0$, т. е. на участке *1–2* газу сообщалось некоторое количество теплоты.

На участке *2–3* совершался изохорный процесс, поэтому, согласно закону Шарля,

$$p_2/T_2 = p_3/T_3,$$

откуда

$$T_3 = T_2\frac{p_3}{p_2}.$$

Поскольку $p_3 < p_2$, то $T_3 < T_2$, и внутренняя энергия газа на этом участке уменьшилась ($\Delta U < 0$). В изохорном процессе работа газа $A = 0$. Следовательно, $Q_{2-3} < 0$, т. е. газ отдавал некоторое количество теплоты.

Переход из состояния *3* в состояние *1* происходил при постоянном давлении. По закону Гей-Люссака

$$V_3/T_3 = V_1/T_1,$$

откуда

$$T_1 = T_3 \frac{V_1}{V_3}.$$

Объем газа уменьшался, поэтому $A < 0$ и $T_1 < T_3$, следовательно, $\Delta U < 0$. На основании первого закона термодинамики приходим к выводу: $Q_{3-1} < 0$, т. е. газ на участке 3–1 отдавал некоторое количество теплоты.

448. Газ совершает круговой процесс, график которого изображен на рис. 142, *а*. Какая работа может быть совершена за один цикл при таком процессе, если наименьшая температура газа $t_1 = 0$ °С, а наибольшая $t_3 = 127$ °С? При температуре t_1 объем газа $V_1 = 5$ л, при t_3 $V_3 = 6$ л. Количество газа $\nu = 0{,}5$ моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К).

Решение. Изобразим этот процесс в координатах p, V (рис. 142, *б*). Здесь работа, совершаемая газом при расширении, положительна и численно равна площади, ограниченной графиком $p_2 = p_3 = \text{const}$, осью V и отрезками ab и cd. Работа, совершаемая при сжатии, отрицательна и численно равна площади, ограниченной графиком $p_1 = p_4 = \text{const}$, осью V и отрезками ae и fd. Следовательно, суммарная работа, совершенная газом, равна разности этих площадей, т. е. численно равна плошади прямоугольника $bcfe$:

$$A = (p_2 - p_1)(V_3 - V_1). \qquad (1)$$

Запишем уравнение Менделеева–Клапейрона для состояний, которым на графиках соответствуют точки 1 и 3:

$$p_1V_1 = \nu RT_1, \quad p_3V_3 = \nu RT_3.$$

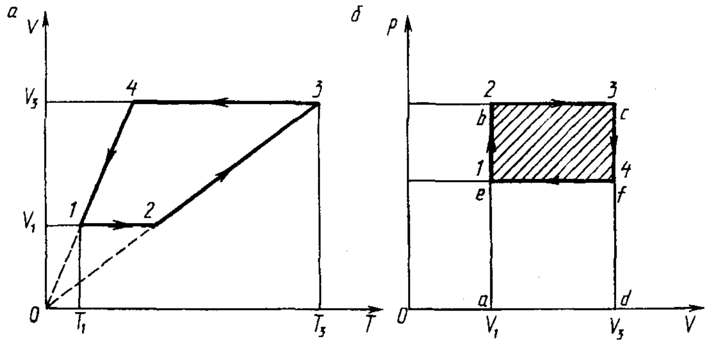


Рис. 142

Из первого уравнения следует, что $p_1 = \nu RT_1/V_1$. Из второго уравнения, учитывая, что $p_3 = p_2$, находим

$$p_2 = \nu RT_3/V_3.$$

Подставив значения p_1 и p_2 в выражение (1), получим:

$$A = \nu R\left(\frac{T_3}{V_3} - \frac{T_1}{V_1}\right)(V_3 - V_1),\ A = 5 \cdot 10\ \text{Дж}.$$

449. Герметичный сосуд вместимостью $V = 0{,}25$ м^3 содержит азот под давлением $p_1 = 120$ кПа. Какое давление установится в сосуде, если азоту сообщить количество теплоты $Q = 8{,}4$ кДж? Молярная теплоемкость азота в данных условиях $C = 21$ Дж/(моль · К). Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К).

Р е ш е н и е. Нагревание происходит при постоянном объеме, поэтому, согласно закону Шарля,

$$p_1/T_1 = p_2/T_2,$$

где T_1, T_2 – начальная и конечная температуры азота. Отсюда

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1}. \qquad (1)$$

Используя уравнение Менделеева–Клапейрона, найдем начальную температуру:

$$T_1 = \frac{p_1 V}{\nu R}, \qquad (2)$$

где $\nu = m/M$ – количество вещества азота.

При изохорном процессе работа газа равна нулю. Поэтому, согласно первому закону термодинамики, изменение внутренней энергии азота равно сообщенному ему количеству теплоты. Пусть температура газа увеличилась на ΔT. Тогда $Q = \nu C \Delta T$, откуда

$$\Delta T = \frac{Q}{\nu C}. \qquad (3)$$

Следовательно, температура стала равной $T_2 = T_1 + \Delta T$.

Найдем отношение

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 + \Delta T}{T_1} = 1 + \frac{\Delta T}{T_1}.$$

Учитывая значения (2) и (3), получаем

$$\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{QR}{CVp_1}.$$

Тогда

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{QR}{CVp_1}. \qquad (4)$$

На основании выражений (1) и (4) имеем:

$$p_2 = p_1 + \frac{QR}{CV}, \; p_2 = 1{,}3 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

450. В вертикальном цилиндре вместимостью $V = 200$ см^3 под тяжелым поршнем находится газ при температуре $T = 300$ К. Масса поршня $m = 50$ кг, его площадь $S = 50$ см^2. Для повышения температуры газа на $\Delta T = 100$ К ему было сообщено количество теплоты $Q = 46{,}5$ Дж. Найти изменение внутренней энергии газа. Атмосферное давление $p_0 = 1{,}0 \cdot 10^5$ Па. Трение не учитывать. Ускорение свободного падения g принять равным 10 м/с^2.

Р е ш е н и е. Согласно первому закону термодинамики, количество теплоты Q, подведенное к газу, расходуется на изменение внутренней энергии ΔU и совершение работы A над внешними телами: $Q = \Delta U + A$. Отсюда

$$\Delta U = Q - A. \qquad (1)$$

Газ расширяется при постоянном давлении

$$p = p_0 + \frac{mg}{S},$$

совершая при этом работу $A = p\Delta V$, или

$$A = \left(p_0 + \frac{mg}{S}\right)\Delta V, \qquad (2)$$

где ΔV — изменение объема газа. Согласно закону Гей-Люссака,

$$\frac{V}{T} = \frac{V + \Delta V}{T + \Delta T},$$

откуда

$$\Delta V = \frac{V\Delta T}{T}.$$

Подставив это выражение в формулу (2), получим

$$A = \left(p_0 + \frac{mg}{S}\right)\frac{V\Delta T}{T}. \qquad (3)$$

На основании выражений (1) и (3) получим:

$$\Delta U = Q - \left(p_0 + \frac{mg}{S}\right)\frac{V\Delta T}{T}, \ \Delta U = 33 \text{ Дж}.$$

Задачи для самостоятельного решения

451. Чтобы охладить $V = 4{,}5$ л воды от температуры $t_1 = 30$ °С до $t_2 = 10$ °С, в воду бросают кусочки льда при температуре $t_3 = 0$ °С. Найти массу льда, необходимого для охлаждения воды. Плотность воды $\rho = 1 \cdot 10^3$ кг/м^3, удельная теплоемкость воды $c = 4190$ Дж/(кг · К), удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг.

452. В сосуд, содержащий $m_1 = 2{,}35$ кг воды при температуре $T_1 = 293$ К, опускают кусок олова, нагретого до температуры $T_2 = 503$ К. Температура воды в сосуде повысилась на $\Delta T = 15$ К. Вычислить массу олова. Испарением воды пренебречь. Удельная теплоемкость воды $c_1 = 4{,}19 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), олова $c_2 = 2{,}5 \cdot 10^2$ Дж/(кг · К).

453. Нагретую железную болванку поставили на лед, имеющий температуру $t_1 = 0$ °С. В результате охлаждения болванки до 0 °С под ней расплавилось $m_1 = 460$ г льда. Какова была температура нагретой болванки, если ее масса $m_2 = 3{,}3$ кг? Удельная теплоемкость железа $c = 460$ Дж/(кг · К), удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг.

454. При нормальном атмосферном давлении некоторую массу воды нагревают до температуры кипения, пропуская через нее пар при температуре $t_1 = 100$ °С. Во сколько раз увеличится масса воды, когда она достигнет температуры кипения? Начальная температура воды $t_2 = 20$ °С, ее удельная теплоемкость и удельная теплота парообразования – соответственно $c = 4{,}19 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), $r = 22{,}6 \cdot 10^5$ Дж/кг.

455. В калориметр налито $m_1 = 2{,}0$ кг воды при температуре $t_1 = 6{,}0$ °С и положен кусок льда массой $m_2 = 2{,}0$ кг, температура которого $t_2 = -20$ °С. Каково будет содержимое калориметра после установления теплового равновесия? Теплоемкостью калориметра и теплообменом