R = 100 кОм. Через какое время после начала зарядки энергия, запасенная в конденсаторе, станет равной энергии, выделенной в резисторе?

9. ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Методические указания к решению задач

При решении задач на расчет электрических цепей постоянного тока нужно начертить схему и внимательно проанализировать ее: выяснить, как соединены источники тока, резисторы, конденсаторы. Нередко заданную схему полезно начертить несколько иначе, чтобы получить новую схему, эквивалентную данной. При этом можно соединять и разъединять точки, имеющие равные потенциалы. На новой схеме надо выделить участки, где вид соединения проводников (параллельное, последовательное или их комбинации) стал очевиден. После этого используют формулы для расчета сопротивлений, а также закон Ома для участка цепи и для замкнутой цепи.

Необходимо учитывать, что постоянный ток через конденсатор не проходит. Если конденсатор в цепи постоянного тока соединен параллельно с резистором, то на конденсаторе такое же напряжение, как и на резисторе.

Расчет сложных разветвленных электрических цепей производят с помощью правил Кирхгофа, при этом действия следует выполнять в такой последовательности:

1) произвольно обозначить стрелками направления токов во всех участках цепи;

2) произвольно выбрать направления обхода контуров (по часовой стрелке или против);

3) составить систему уравнений согласно первому и второму правилам Кирхгофа, при этом: а) силы токов, входящих в узел, берутся со знаком «плюс», а силы токов, выходящих из узла, – со знаком «минус»; б) если направление тока совпадает с выбранным направлением обхода контура, то соответствующее произведение силы тока на сопротивление берется со знаком «плюс», если не совпадает, – со знаком «минус»; в) ЭДС следует брать со знаком «плюс», если при обходе контура приходится идти внутри

источника тока от отрицательного полюса к положительному, в противном случае — со знаком «минус»;

4) решить составленную систему уравнений; если при этом значения некоторых сил токов получатся со знаком «минус», это означает, что действительные направления этих токов противоположны указанным на схеме. Разумеется, правила Кирхгофа можно применять и при расчете простых цепей.

При решении задач на превращение электрической энергии в тепловую и механическую составляют уравнение на основе закона сохранения и превращения энергии. Задачи на электролиз решают путем составления уравнений на основе законов Фарадея.

Основные законы и формулы

Сила постоянного электрического тока

$$I = q/t,$$

где q — заряд, переносимый через поперечное сечение проводника за время t.

Плотность электрического тока

$$j = I/S,$$

где I — сила тока; S — площадь поперечного сечения проводника.

Закон Ома для участка цепи, не содержащего ЭДС:

$$I = U/R,$$

где I — сила тока, U — напряжение на этом участке; R — сопротивление.

Электрическое сопротивление проводника* длиной l с постоянной площадью поперечного сечения S

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где ρ — удельное сопротивление проводника.

Сопротивление проводника при температуре t

$$R_t = R_0(1 + \alpha t),$$

*Вместо термина «электрическое сопротивление» применяется краткая форма «сопротивление», вместо «сила электрического тока» — «сила тока» и т. п.

где R_0 – сопротивление проводника при 0 °C; α – температурный коэффициент сопротивления.

Аналогично выражается зависимость удельного сопротивления от температуры:

$$\rho_t = \rho_0(1 + \alpha t).$$

Общее сопротивление при последовательном соединении проводников

$$R = R_1 + R_2 + \ldots + R_n,$$

где $R_1, R_2, \ldots, R_n$ – сопротивления отдельных проводников. Если $R_1 = R_2 = \ldots = R_n$, то $R = nR_1$.

Общее сопротивление при параллельном соединении проводников удовлетворяет соотношению

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}.$$

Если $R_1 = R_2 = \ldots = R_n$, то $R = R_1/n$.

Закон Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r},$$

где I – сила тока в цепи, $\mathcal{E}$ – ЭДС источника; R – сопротивление внешнего участка цепи; r – внутреннее сопротивление источника.

Напряжение на зажимах источника

$$U = IR = \mathcal{E} - Ir,$$

если внутри источника ток направлен от отрицательного полюса к положительному; при противоположном направлении тока (это возможно при наличии в цепи нескольких источников тока)

$$U = \mathcal{E} + Ir.$$

Сила тока при коротком замыкании источника

$$I_0 = \mathcal{E}/r.$$

Сила тока в цепи при последовательном соединении различных источников

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \ldots + \mathcal{E}_n}{R + r_1 + r_2 + \ldots + r_n},$$

где $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \ldots, \mathcal{E}_n$ – ЭДС источников; $r_1, r_2, \ldots, r_n$ – внутренние сопротивления источников.

Сила тока при последовательном соединении n одинаковых источников с ЭДС $\mathscr{E}$ и внутренним сопротивлением r

$$I = \frac{n\mathscr{E}}{R + nr}.$$

Сила тока в цепи при параллельном соединении n одинаковых источников

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R + r/n}.$$

Правила Кирхгофа:

I. Алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в любом узле (т. е. в точке разветвления проводников), равна нулю:

$$I_1 + I_2 + \ldots + I_n = 0.$$

II. В любом замкнутом контуре сумма падений напряжения (т. е. произведений сил токов I_i на соответствующие сопротивления R_i) равна алгебраической сумме ЭДС, имеющихся в этом контуре:

$$I_1R_1 + I_2R_2 + \ldots + I_nR_n = \mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2 + \ldots + \mathscr{E}_m.$$

Работа постоянного электрического тока

$$A = qU = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t,$$

где q — заряд, прошедший по проводнику; U — напряжение; I — сила тока; t — время прохождения тока; R — сопротивление.

Мощность постоянного тока

$$P = qU/t = IU = I^2R = U^2/R.$$

Закон Джоуля–Ленца: количество теплоты, выделяемое проводником сопротивлением R с током силой I,

$$Q = I^2Rt,$$

где t — время прохождения тока.

Полная мощность, развиваемая источником тока,

$$P = I\mathscr{E} = I^2(R + r) = \frac{\mathscr{E}^2}{R + r},$$

где $\mathscr{E}$ — ЭДС источника с внутренним сопротивлением r, замкнутого на внешнее сопротивление R.

Полезная мощность (мощность, выделяемая на внешнем участке цепи, сопротивление которого равно R)

$$P_1 = IU = \frac{U^2}{R} = I\mathscr{E} - I^2r = \frac{\mathscr{E}^2R}{(R + r)^2}.$$

Коэффициент полезного действия (КПД) источника тока

$$\eta = \frac{P_1}{P} = \frac{U}{\mathscr{E}} = \frac{R}{R + r}.$$

Законы Фарадея для электролиза:

I. Масса m вещества, выделившегося на электроде, пропорциональна заряду q, прошедшему через электролит:

$$m = kq = kIt,$$

где k – электрохимический эквивалент вещества; I – сила тока; t – время его прохождения.

II. Электрохимический эквивалент вещества пропорционален его химическому эквиваленту:

$$k = \frac{1}{F}\frac{M}{n},$$

где F – постоянная Фарадея: $F = 9{,}65 \cdot 10^4$ Кл/моль; $F = eN_A$, e – заряд электрона; N_A – постоянная Авогадро; M – молярная масса; n – валентность; M/n – химический эквивалент.

Объединенный закон Фарадея:

$$m = \frac{1}{F}\frac{M}{n}It.$$

Примеры решения задач

574. Найти сопротивление между точками *1* и *2* цепей, схемы которых изображены на рис. 181, *а* ($R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R$) и рис. 181, *б*.

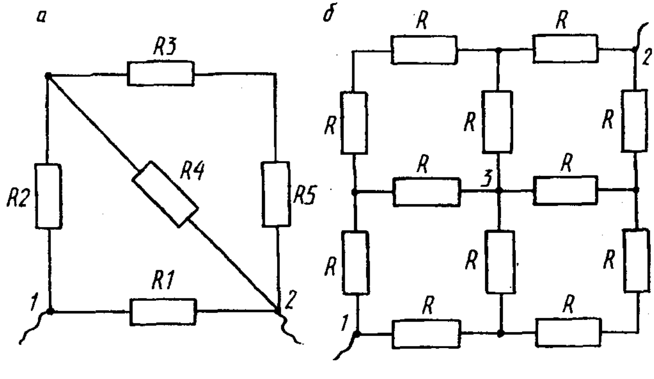
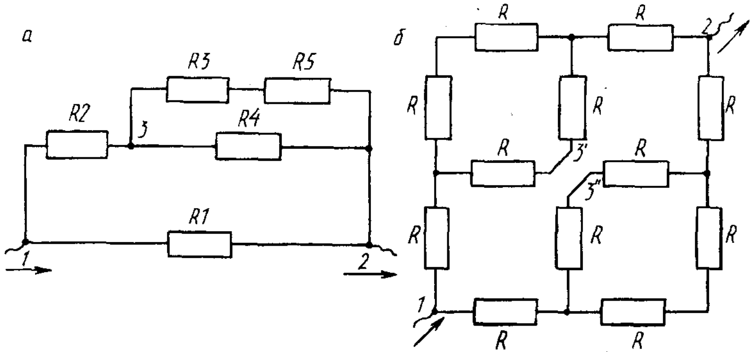


Рис. 181



Р и с. 182

Р е ш е н и е. Для схемы, показанной на рис. 181, *а*, начертим эквивалентную схему (рис. 182, *б*), из которой видно, что резисторы R3 и R5 соединены последовательно; их общее сопротивление равно $2R$. Параллельно с ними соединен резистор R4, сопротивление которого $R_4 = R$. Общее сопротивление участка цепи между точками *3* и *2*

$$R_{3-2} = 2RR/(2R + R) = 2R/3.$$

Последовательно с этим участком соединен резистор R2, в результате чего получается цепь, сопротивление которой

$$R' = R_{3-2} + R = 5R/3.$$

И, наконец, параллельно с этой цепью соединен резистор R1. Следовательно, общее сопротивление между точками *1* и *2*

$$R_{1-2} = R'R/(R' + R) = 5R/8.$$

Схему, приведенную на рис. 181, *б*, представим в виде двух одинаковых параллельно соединенных ветвей, разъединив точку *3* на две точки: *3'* и *3''* (рис. 182, *б*), которые вследствие симметричности схемы имеют одинаковый потенциал. Легко определить, что сопротивление между точками *1* и *2* (рис. 182, *б*) равно $3R/2$.

575. Имеется моток медной проволоки, площадь поперечного сечения которой $S = 0{,}10$ мм^2. Масса всей проволоки $m = 0{,}30$ кг. Определить сопротивление проволоки. Удельное сопротивление меди $\rho = 0{,}017 \cdot 10^{-6}$ Ом $\cdot$ м, плотность $D = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Р е ш е н и е. Сопротивление проволоки длиной l

$$R = \rho \frac{l}{S}. \qquad (1)$$

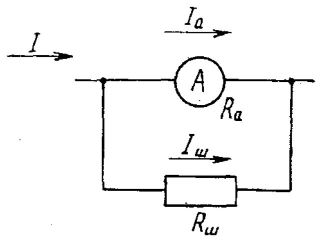
Масса проволоки $m = DlS$, где D – плотность. Отсюда $l = m/(DS)$. Подставив это значение в формулу (1), получим:

$$R = \rho m/(DS^2), \ R = 57 \text{ Ом}.$$

576. Амперметр, предназначенный для измерения силы тока не более $I_а = 20$ мА, необходимо использовать для измерения силы тока до $I = 0,5$ А. Рассчитать сопротивление шунта $R_ш$, если сопротивление амперметра $R_а = 5$ Ом.

Р е ш е н и е. Если в цепи сила тока больше максимальной $I_а$, на которую рассчитан амперметр, то параллельно ему включается резистор (шунт), как показано на рис. 183. При этом ток силой I в цепи частично ответвляется в шунт:

$$I = I_а + I_ш,$$



Р и с. 183

где $I_а$, $I_ш$ – силы токов, идущих через амперметр и шунт. Пусть сила тока в цепи $I = nI_а$, т. е. в n раз больше $I_а$. Тогда через шунт идет ток силой

$$I_ш = I - I_а = nI_а - I_а = I_а(n - 1).$$

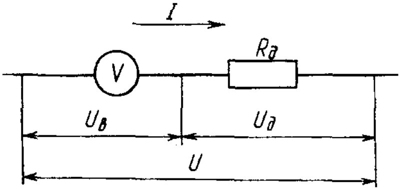
Напряжения на амперметре и шунте одинаковые: $I_а R_а = I_ш R_ш$. Отсюда $R_ш = I_а R_а / I_ш$. Следовательно,

$$R_ш = R_а/(n - 1),$$

где $n = I/I_а$. Подставив числовые значения, найдем $R_ш = 0,2$ Ом.

577. Вольтметр, рассчитанный на измерение напряжений до $U_в = 30$ В, имеет внутреннее сопротивление $R_в = 3,0$ кОм. Найти сопротивление $R_д$ добавочного резистора.

Р е ш е н и е. Если измеряемое напряжение больше максимального $U_в$, на которое рассчитан вольтметр, то можно последовательно с ним включить добавочный резистор (рис. 184). Пусть $R_в$ – сопротивление вольтметра, $R_д$ – сопротивление добавочного резистора, $U_в$ – предел



Р и с. 184

измерения вольтметра, $U = nU_в$ – измеряемое напряжение, в n раз большее допустимого. Поскольку вольтметр и добавочный резистор соединены последовательно, то $U = U_в + U_д$, отсюда

$$U_д = U - U_в = nU_в - U_в = U_в(n-1).$$

Сила тока, проходящего через вольтметр и добавочный резистор, одна и та же. Поэтому, используя закон Ома для участка цепи, будем иметь

$$\frac{U_в}{R_в} = \frac{U_в(n-1)}{R_д},$$

откуда $R_д = R_в(n-1)$, $R_д = 27$ кОм.

578. При температуре $t_1 = 20$ °C сопротивление платиновой проволоки $R_1 = 20$ Ом, а при температуре $t_2 = 500$ °C $R_2 = 59$ Ом. Найти значение температурного коэффициента сопротивления платины.

Р е ш е н и е. Выражения для сопротивления проволоки при температурах t_1 и t_2 имеют соответственно вид:

$$R_1 = R_0(1+\alpha t_1),\ R_2 = R_0(1+\alpha t_2),$$

где R_0 – сопротивление проволоки при 0 °C; α – температурный коэффициент сопротивления. Разделив почленно первое равенство на второе, получим

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{1+\alpha t_1}{1+\alpha t_2}.$$

Отсюда

$$\alpha = \frac{R_2 - R_1}{R_1 t_2 - R_2 t_1},\ \alpha = 4{,}4\cdot 10^{-3}\ \text{K}^{-1}.$$

579. В цепи, схема которой изображена на рис 185, сопротивления резисторов R1, R2, R3 равны соответственно 2, 4 и 6 Ом; ЭДС источника тока $\mathcal{E} = 10$ В, его внутреннее сопротивление $r = 0{,}4$ Ом. Что покажет амперметр? Сопротивлением амперметра пренебречь.

Р е ш е н и е. *I способ.* Амперметр покажет силу тока I_3, идущего через резистор R3. Пусть I_1 – сила тока, идущего через резистор R1. В узле B он разветвляется на токи силой I_2 и I_3, поэтому

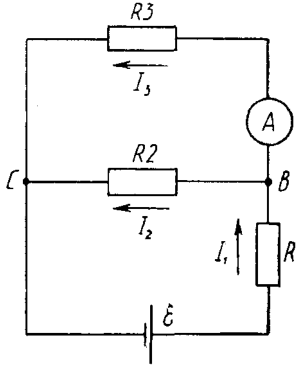
$$I_1 = I_2 + I_3. \qquad (1)$$

Напряжения на резисторах R2 и R3 равны, т. е.

$$I_2 R_2 = I_3 R_3. \qquad (2)$$

Решив совместно уравнения (1) и (2), получим

$$I_3 = I_1 R_2/(R_2 + R_3). \qquad (3)$$



Р и с 185

Силу тока I_1 найдем по закону Ома для замкнутой цепи:

$$I_1 = \mathscr{E}/(R + r), \qquad (4)$$

где R – сопротивление внешней части цепи; r – внутреннее сопротивление источника. Учитывая, что R2 и R3 соединены параллельно, а R1 – последовательно с ними, нетрудно найти, что

$$R = R_1 + R_2 R_3/(R_2 + R_3).$$

Подставив это значение в формулу (4), получим

$$I_1 = \frac{\mathscr{E}(R_2 + R_3)}{(R_2 + R_3)(R_1 + r) + R_2 R_3}.$$

Тогда, согласно формуле (3), будем иметь:

$$I_3 = \frac{\mathscr{E} R_2}{(R_2 + R_3)(R_1 + r) + R_2 R_3}, \; I_3 = 0{,}8 \text{ А}.$$

II способ. Для узла B на основании первого правила Кирхгофа составим уравнение:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0. \qquad (1)$$

Обходя контуры $BR_2C\mathscr{E}R_1B$ и BR_3CR_2B против часовой стрелки, на основании второго правила Кирхгофа составим уравнения:

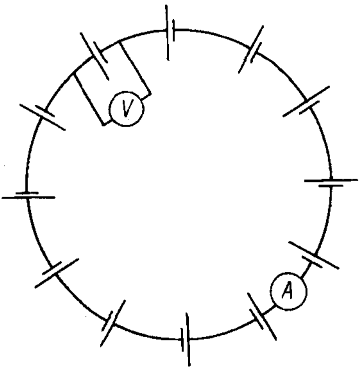
$$I_2 R_2 + I_1 r + I_1 R_1 = \mathscr{E}, \; I_3 R_3 - I_2 R_2 = 0. \qquad (2)$$

Подставив в уравнения (1), (2) числовые значения заданных величин, получим систему трех уравнений с тремя неизвестными

$$\left.\begin{aligned} I_1 - I_2 - I_3 &= 0, \\ 4I_2 + 2{,}4I_1 &= 10, \\ 6I_3 - 4I_2 &= 0, \end{aligned}\right\}$$

решив которую, найдем $I_3 = 0{,}8$ А.

580. Несколько источников тока соединены так, как показано на рис. 186. Каковы показания амперметра и вольтметра? Сопротивление вольтметра считать бесконечно большим. Сопротивлением амперметра и соединительных проводов пренебречь. Рассмотреть два случая: когда все источники тока одинаковы и когда они имеют различные ЭДС и различные внутренние сопротивления.



Р и с. 186

Р е ш е н и е. Если все n источников одинаковы, то сила тока в цепи

$$I = \frac{n\mathscr{E}}{nr} = \frac{\mathscr{E}}{r}.$$

Таково показание амперметра.

Как следует из закона Ома для замкнутой цепи, вольтметр покажет на зажимах источника напряжение $U = \mathscr{E} - Ir$. Подставив сюда значения силы тока, получим $U = 0$.

Если все источники различны, то сила тока в цепи

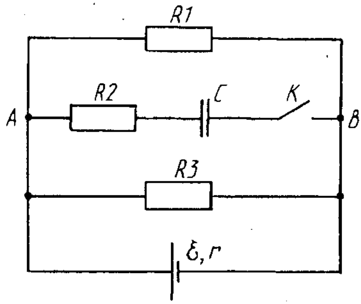
$$I_1 = \frac{\mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2 + \ldots + \mathscr{E}_n}{r_1 + r_2 + \ldots + r_n}.$$

В этом случае вольтметр покажет $U_1 \neq 0$.

581. В цепи, схема которой приведена на рис. 187, сопротивления резисторов R1, R2, R3 – соответственно $R_1 = R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 5$ Ом, ЭДС источника $\mathscr{E} = 34$ В, его внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом, емкость конденсатора $C = 20$ мкФ. Определить, какой заряд q пройдет через ключ К при его замыкании.

Р е ш е н и е. При замкнутом ключе конденсатор зарядится до некоторого напряжения U, после чего ток через резистор R2 проходить не будет. Напряжение U на конденсаторе равно напряжению между точками A и B. Между этими точками параллельно включены резисторы R1 и R3 (ток через R2 не идет). Поэтому

$$U = I\frac{R_1R_3}{R_1 + R_3}.$$



Р и с. 187

Заряд на конденсаторе

$$q = CU = CI\frac{R_1R_3}{R_1 + R_3}.$$

Силу тока найдем по закону Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R_1R_3/(R_1 + R_3) + r}.$$

Подставив это значение в выражение для заряда, получим:

$$q = \frac{C\mathscr{E}}{1 + r\dfrac{R_1 + R_3}{R_1R_3}}, \; q = 4\cdot10^{-4} \text{ Кл}.$$

582. ЭДС батареи $\mathscr{E} = 16$ В, внутреннее сопротивление $r = 3{,}0$ Ом. Найти сопротивление внешней части цепи, если известно, что в ней выделяется мощность $P_1 = 16$ Вт. Определить КПД батареи.

Р е ш е н и е. Мощность, выделяемая во внешней части цепи (полезная мощность), $P_1 = I^2R$, где R – внешнее сопротивление. Силу тока найдем по закону Ома для замкнутой цепи:

$$I = \mathscr{E}/(R + r).$$

Тогда

$$P_1 = \frac{\mathscr{E}^2R}{(R+r)^2}, \text{ или } R^2 + \left(2r - \frac{\mathscr{E}^2}{P_1}\right)R + r^2 = 0.$$

Подставим числовые значения заданных величин в это квадратное уравнение и решим его относительно R:

$$R^2 + \left(2\cdot3 - \frac{16^2}{16}\right)R + 3^2 = 0, \; R^2 - 10R + 9 = 0,$$

$$R_1 = 1 \text{ Ом}, \; R_2 = 9 \text{ Ом}.$$

КПД будет иметь два значения, соответствующих двум найденным значениям внешнего сопротивления:

$$\eta_1 = \frac{R_1}{R_1 + r} = 0{,}25, \ \eta_2 = \frac{R_2}{R_2 + r} = 0{,}75.$$

583. ЭДС источника тока $\mathscr{E} = 1{,}6$ В, его внутреннее сопротивление $r = 0{,}5$ Ом. Чему равен КПД источника при силе тока $I = 2{,}4$ А?

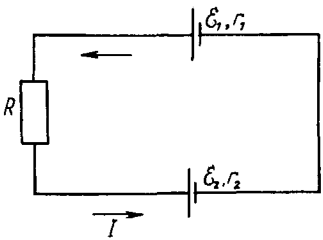
Р е ш е н и е. Полная мощность, развиваемая источником тока, $P = I\mathscr{E}$. Внутри источника выделяется мощность $P_2 = I^2\mathscr{E}$. Следовательно, полезная мощность, выделяемая на внешнем участке цепи,

$$P_1 = I\mathscr{E} - I^2 r.$$

КПД источника при силе тока I

$$\eta = \frac{P_1}{P} = \frac{I\mathscr{E} - I^2 r}{I\mathscr{E}} = 1 - \frac{Ir}{\mathscr{E}}, \ \eta = 0{,}3.$$

584. В цепи, схема которой дана на рис. 188, ЭДС и внутреннее сопротивление первого источника тока – соответственно $\mathscr{E}_1 = 2$ В и $r_1 = 1$ Ом, второго источника – $\mathscr{E}_2 = 1$ В и $r_2 = 0{,}5$ Ом. Сопротивление внешнего участка цепи $R = 3{,}5$ Ом. Найти силу тока в цепи и напряжение на зажимах каждого источника.



Р и с. 188

Р е ш е н и е. Данная цепь содержит два последовательно соединенных источника тока. Будем считать положительным направление обхода цепи против часовой стрелки. Тогда $\mathscr{E}_1 > 0$, $\mathscr{E}_2 < 0$, и полная ЭДС в цепи $\mathscr{E} = |\mathscr{E}_1| - |\mathscr{E}_2|$. Согласно закону Ома, сила тока

$$I = \frac{|\mathscr{E}_1| - |\mathscr{E}_2|}{R + r_1 + r_2}. \tag{1}$$

Поскольку $|\mathscr{E}_1| > |\mathscr{E}_2|$, ток внутри первого источника направлен от отрицательного полюса к положительному, поэтому напряжение на его зажимах

$$U_1 = \mathscr{E}_1 - Ir_1. \tag{2}$$

Внутри второго источника ток направлен от положительного полюса к отрицательному, поэтому напряжение на его зажимах

$$U_2 = \mathscr{E}_2 + Ir_2. \qquad (3)$$

Вычисления по формулам (1)–(3) дают: $I = 0{,}2$ А, $U_1 = 2$ В, $U_2 = 1$ В.

585. Батарея, состоящая из двух одинаковых параллельно соединенных элементов с ЭДС $\mathscr{E} = 2$ В, замкнута резистором, сопротивление которого $R = 1{,}4$ Ом. Внутренние сопротивления элементов $r_1 = 1$ Ом и $r_2 = 1{,}5$ Ом. Найти силу тока в каждом элементе и во всей цепи.

Решение. При параллельном соединении одинаковых элементов батарея имеет такую же ЭДС, как и ЭДС одного элемента. Внутреннее же сопротивление батареи рассчитывают по обычному правилу параллельного соединения сопротивлений. Согласно закону Ома, сила тока в цепи (рис. 189)

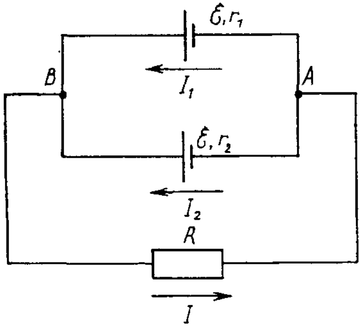


Рис. 189

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R + r_1 r_2/(r_1 + r_2)}, \quad I = 1 \text{ А}.$$

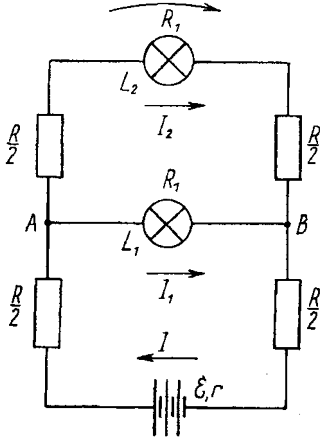
Этот ток разветвляется в точке A на токи силой I_1 и I_2, которые обратно пропорциональны сопротивлениям r_1 и r_2. Имеем:

$$I_1 + I_2 = I, \; I_1 r_1 = I_2 r_2.$$

Подставив в эти уравнения значения I, r_1 и r_2 и решив полученную систему, найдем: $I_1 = 0{,}6$ А, $I_2 = 0{,}4$ А.

586. К разноименным полюсам батареи, ЭДС которой $\mathscr{E} = 120$ В и внутреннее сопротивление $r = 10$ Ом, подключены два провода с одинаковыми сопротивлениями $R = 20$ Ом. Свободные концы проводов и их середины соединены друг с другом через две лампочки сопротивлением $R_1 = 200$ Ом каждая. Найти силу тока, идущего через батарею, и силы токов, проходящих через лампочки.

Решение. Схема соединения показана на рис. 190. Обозначим на схеме направления токов I, I_1 и I_2, проходящих через батарею, провода и лампочки. Обходя контуры



Р и с. 190

$AL_1B\mathscr{E}A$ и AL_2BL_1A по часовой стрелке, составляем по второму правилу Кирхгофа уравнения:

$$Ir + I\frac{R}{2} + I_1R_1 + I\frac{R}{2} = \mathscr{E}, \qquad (1)$$

$$I_2R_1 + I_2\frac{R}{2} - I_1R_1 + I_2\frac{R}{2} = 0. \qquad (2)$$

По первому правилу Кирхгофа составим уравнение для узла A:

$$I - I_1 - I_2 = 0. \qquad (3)$$

Упростив уравнения (1) и (2) и добавив к ним уравнение (3), получим систему трех уравнений с тремя неизвестными

$$\left.\begin{array}{l} I(R+r) + I_1R_1 = \mathscr{E}, \\ I_2(R_1+r) = I_1R_1, \\ I - I_1 - I_2 = 0. \end{array}\right\}$$

Подставив числовые значения величин, получим:

$$\left.\begin{array}{l} 30I + 200I_1 = 120, \\ 220I_2 = 200I_1, \\ I - I_1 - I_2 = 0. \end{array}\right\}$$

Отсюда найдем: $I = 0{,}89$ А, $I_1 = 0{,}47$ А, $I_2 = 0{,}42$ А.

Предлагаем читателю решить эту задачу, не применяя правил Кирхгофа, а используя закон Ома для замкнутой цепи.

587. К источнику, ЭДС которого $\mathscr{E} = 18$ В и внутреннее сопротивление $r = 0{,}5$ Ом, подключены три одинаковых проводника сопротивлением $R = 4{,}5$ Ом каждый, соединенных по схеме, показанной на рис. 191, *а*. Сопротивлением соединительных проводов AC и BD пренебречь. Определить силы токов, проходящих через каждый проводник.

Р е ш е н и е. В заданной цепи точки A и C имеют одинаковый потенциал, поэтому их можно объединить. Одинаковый потенциал имеют и точки B, D. Объединив точки A и C, а также B и D, получим схему (рис. 191, *б*), на

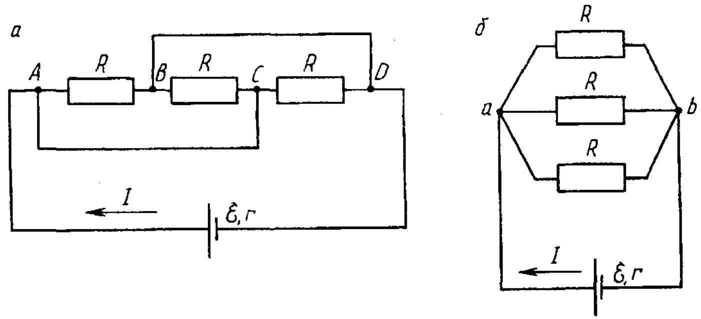


Рис. 191

которой тип соединения проводников очевиден. Теперь задача решается просто. Поскольку проводники соединены параллельно, их общее сопротивление равно $R/3$. По закону Ома сила тока

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R/3 + r}.$$

Этот ток разветвляется в точке a, и по каждому проводнику проходит ток силой

$$I_1 = I_2 = I_3 = \frac{I}{3} = \frac{\mathscr{E}}{R + 3r} = 3\ \text{А}.$$

588. Два элемента, ЭДС которых $\mathscr{E}_1 = 6$ В и $\mathscr{E}_2 = 12$ В и внутренние сопротивления $r_1 = 0{,}2$ Ом и $r_2 = 0{,}5$ Ом, соединены параллельно и замкнуты на резистор сопротивлением $R = 4$ Ом (рис. 192). Найти силу тока в каждом элементе и в резисторе.

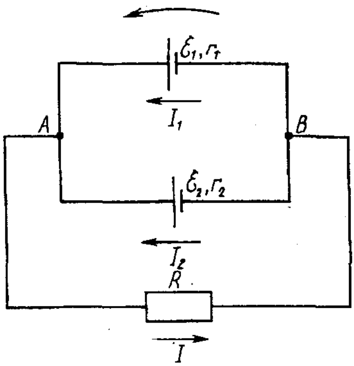


Рис. 192

Решение. Обозначим произвольно направления токов силой I, I_1, I_2. Обходя контуры $B\mathscr{E}_1A\mathscr{E}_2B$ и $A\mathscr{E}_2BRA$ против часовой стрелки, по второму правилу Кирхгофа составим уравнения:

$$I_1r_1 - I_2r_2 = \mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2,$$
$$IR + I_2r_2 = \mathscr{E}_2.$$

Добавим к ним уравнение для узла A, составленное по первому правилу Кирхгофа:

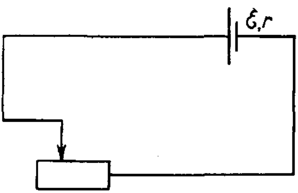
$$I_1 + I_2 - I = 0,$$

и, подставив числовые значения сопротивлений, получим систему уравнений

$$\left.\begin{aligned} &0{,}2I_1 - 0{,}5I_2 = -6,\\ &4I + 0{,}5I_2 = 12,\\ &I_1 + I_2 - I = 0. \end{aligned}\right\}$$

Решив эту систему, найдем: $I = 2$ А, $I_1 = -7$ А, $I_2 = 9$ А. Минус перед I_1 указывает на то, что действительное направление тока силой I_1 противоположно произвольно обозначенному.

589. Имеется источник тока с ЭДС, равной $\mathscr{E}$, и внутренним сопротивлением r, замкнутый на реостат (рис. 193). Выразить мощность P_1, выделяемую во внешней части цепи, как функцию силы тока I. Построить график этой функции. При какой силе тока эта мощность будет максимальной?



Р и с. 193

Р е ш е н и е. Развиваемая источником полная мощность $P = I\mathscr{E}$. Часть этой мощности $P_2 = I^2 r$ выделяется внутри источника, остальная – во внешней части цепи:

$$P_1 = I\mathscr{E} - I^2 r. \qquad (1)$$

Графиком этой функции является парабола, обращенная ветвями вниз. Для построения графика преобразуем выражение (1):

$$P_1 = -r\left(I^2 - 2\frac{\mathscr{E}}{2r}I + \frac{\mathscr{E}^2}{4r^2} - \frac{\mathscr{E}^2}{4r^2}\right) = -r\left(I - \frac{\mathscr{E}}{2r}\right)^2 + \frac{\mathscr{E}^2}{4r^2}.$$

Отсюда видно, что координаты вершины параболы (рис. 194) $I_1 = \mathscr{E}/(2r)$, $P_{1m} = \mathscr{E}^2/(4r)$. Следовательно, при токе силой

$$I_1 = \mathscr{E}/(2r) \qquad (2)$$

мощность, выделяемая во внешней части цепи, будет иметь максимальное значение: $P_{1m} = \mathscr{E}^2/(4r)$.

Пусть внешний участок цепи имеет такое сопротивление R, при котором сила тока равна I_1. Тогда по закону Ома для замкнутой цепи

$$I_1 = \mathcal{E}/(R + r).$$

Сравнивая это выражение с формулой (2), находим, что $R = r$. Таким образом, мы приходим к важному выводу: полезная мощность (мощность, выделяемая на внешнем участке цепи) максимальна в том случае, когда внутреннее сопротивление источника равно сопротивлению внешнего участка цепи. При этом КПД источника

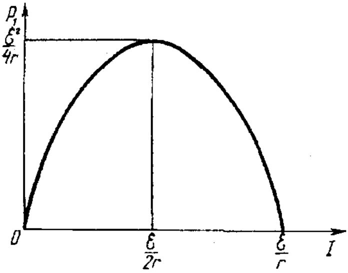


Рис. 194

$$\eta = \frac{R}{R + r} = \frac{r}{2r} = 0{,}5, \text{ или } \eta = 50\,\%.$$

Из графика, приведенного на рис. 194, также видно, что каждому значению полезной мощности, кроме максимального, соответствуют два значения сопротивления внешнего участка цепи. При силе тока короткого замыкания $I_0 = \mathcal{E}/r$ полезная мощность равна нулю.

590. Нагреватель кипятильника состоит из четырех секций. Сопротивление каждой секции $R = 1$ Ом. Нагреватель питается от аккумуляторной батареи, ЭДС которой $\mathcal{E} = 8$ В и внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом. Как следует подключить элементы нагревателя, чтобы вода в кипятильнике нагрелась в максимально короткий срок? Каковы при этом полная мощность, расходуемая аккумулятором, и его КПД?

Решение. В решении задачи 589 показано, что максимальную полезную мощность источник дает в том случае, когда сопротивление внешнего участка цепи равно внутреннему сопротивлению источника. Следовательно, чтобы вода нагрелась в максимально короткий срок, нужно секции включить так, чтобы их общее сопротивление r было равно 1 Ом. Это условие выполняется, если включить только одну секцию или соединить секции в две параллельные ветви по две секции в каждой. При этом аккумулятор расходует мощность

$$P = I\mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}}{2R}\mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}^2}{2R}, \; P = 32 \text{ Вт}.$$

Как показано в решении задачи 589, КПД кипятильника $\eta = 50\%$.

591. ЭДС батареи $\mathscr{E} = 12$ В. Наибольшая сила тока, которую может дать батарея, $I_m = 10$ А. Определить максимальную мощность, которая может выделяться во внешней цепи.

Решение. В решении задачи 589 показано, что максимальная мощность, которая может выделяться во внешней цепи,

$$P_{1m} = \mathscr{E}^2/(4r),$$

где r — внутреннее сопротивление источника.

Из закона Ома для замкнутой цепи $I = \mathscr{E}/(R+r)$ видно, что сила тока будет наибольшей при $R = 0$ (короткое замыкание). В этом случае $I_m = I_0 = \mathscr{E}/r$. Отсюда $r = \mathscr{E}/I_m$. Подставив это значение в формулу мощности, получим:

$$P_{1m} = \frac{\mathscr{E}I_m}{4},\ P_{1m} = 30\text{ Вт}.$$

592. Электрическая плитка имеет сопротивление $R = 50$ Ом и питается от сети, напряжение которой $U = 220$ В. КПД плитки $\eta = 0{,}8$. Сколько времени надо нагревать на этой плитке лед массой $m = 2$ кг, взятый при температуре $T_1 = 263$ К, чтобы превратить его в воду, а полученную воду довести до кипения и превратить в пар? Удельная теплоемкость льда $c_1 = 2{,}1 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплоемкость воды $c_2 = 4{,}19 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), удельная теплота парообразования воды $r = 22{,}6 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Решение. Учитывая КПД, составляем уравнение теплового баланса:

$$\eta Q_1 = Q_2, \tag{1}$$

где Q_1 — количество теплоты, выделяемое плиткой; Q_2 — количество теплоты, затраченное на нагревание льда до температуры плавления $T_{пл} = 273$ К, на плавление льда, нагревание полученной воды до температуры кипения $T_к = 373$ К и испарение воды.

Если плитка была включена в течение времени t, то

$$Q_1 = \frac{U^2}{R}t. \tag{2}$$

Составим выражение для Q_2:

$$Q_2 = c_1 m(T_{пл} - T_1) + \lambda m + c_2 m(T_к - T_{пл}) + rm. \quad (3)$$

Подставив значения (2) и (3) в уравнение (1), найдем:

$$t = \frac{Rm(c_1(T_{пл} - T_1) + \lambda + c_2(T_к - T_{пл}) + r)}{\eta U^2},$$

$$t = 8 \cdot 10^3 \text{ с} = 2 \text{ ч}.$$

593. Два потребителя, сопротивления которых R_1 и R_2, подключаются к сети постоянного тока первый раз параллельно, а второй последовательно. В каком случае потребляется бо́льшая мощность от сети? Отдельно рассмотреть случай, когда $R_1 = R_2$.

Р е ш е н и е. Потребляемая от сети мощность

$$P = U^2/R, \quad (1)$$

где U — напряжение в сети; R — общее сопротивление потребителей.

При параллельном соединении потребителей их общее сопротивление $R' = R_1 R_2/(R_1 + R_2)$, а при последовательном $R'' = R_1 + R_2$. В первом случае, согласно выражению (1), потребляется мощность

$$P_1 = \frac{U^2(R_1 + R_2)}{R_1 R_2}, \quad (2)$$

а во втором

$$P_2 = \frac{U^2}{R_1 + R_2}. \quad (3)$$

Разделив почленно равенство (2) на (3), получим

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{(R_1 + R_2)^2}{R_1 R_2} = \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_2}{R_1} + 2 \geqslant 4. \quad (4)$$

Таким образом, при параллельном подключении нагрузок потребляется бо́льшая мощность от сети, чем при последовательном.

Из формулы (4) следует, что при $R_1 = R_2$ будем иметь $P_1/P_2 = 4$, т. е. две параллельно соединенные одинаковые нагрузки потребляют от сети в 4 раза бо́льшую мощность, чем те же нагрузки, соединенные последовательно.

594. Обмотка электродвигателя постоянного тока сделана из провода общим сопротивлением $R = 2$ Ом. По обмотке работающего двигателя, включенного в сеть с напряжением $U = 110$ В, идет ток силой $I = 10$ А. Какую мощность потребляет двигатель? Каков КПД двигателя?

Решение. Электродвигатель потребляет мощность

$$P = IU,\ P = 1{,}1 \cdot 10^3 \text{ Вт}.$$

Часть этой мощности затрачивается на нагревание провода обмотки: $P_1 = I^2R$, остальная мощность P_2 – полезная (превращается в механическую мощность). На основании закона сохранения и превращения энергии $IU = I^2R + P_2$. Отсюда $P_2 = IU - I^2R$. Следовательно, КПД электродвигателя

$$\eta = \frac{P_2}{P} = \frac{IU - I^2R}{IU} = 1 - \frac{IR}{U},\ \eta = 0{,}8.$$

595. Замкнутая цепь состоит из источника тока, ЭДС которого $\mathscr{E}$ и внутреннее сопротивление r, и реостата (см. рис. 193). Построить графики зависимости силы тока в цепи и напряжения на зажимах источника от внешнего сопротивления R.

Решение. По закону Ома для замкнутой цепи

$$I = \mathscr{E}/(R + r).$$

В соответствии с этой формулой график зависимости $I = f(R)$ показан на рис. 195, *а*.

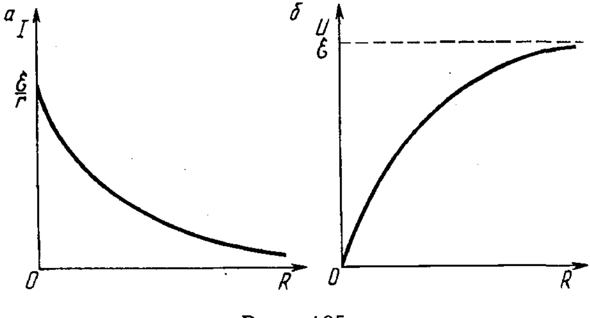


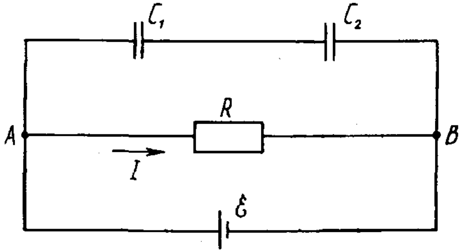
Рис. 195

Выразим напряжение на зажимах источника как функцию R:

$$U = \mathscr{E} - Ir = \mathscr{E} - \frac{\mathscr{E}r}{R + r} = \frac{\mathscr{E}}{1 + r/R}.$$

График этой функции показан на рис. 195, *б*.

596. Найти напряжения на конденсаторах емкостями C_1 и C_2 в цепи, показанной на рис. 196, если известно, что при коротком замыкании сила тока, проходящего через источник, возрастает в n раз.



Р и с. 196

Р е ш е н и е. Конденсаторы соединены последовательно, поэтому заряды на них одинаковы:

$$q = C_1U_1 = C_2U_2, \tag{1}$$

где U_1, U_2 – напряжения на первом и втором конденсаторах соответственно.

Пусть U – напряжение на резисторе (между точками A и B). Тогда

$$U = U_1 + U_2, \tag{2}$$

так как последовательно соединенные конденсаторы включены параллельно резистору.

Решив совместно уравнения (1) и (2) относительно U_1 и U_2, получим:

$$U_1 = \frac{UC_2}{C_1 + C_2}, \quad U_2 = \frac{UC_1}{C_1 + C_2}. \tag{3}$$

В ветви AC_1C_2B ток отсутствует, поэтому, как следует из закона Ома для замкнутой цепи,

$$U = \mathscr{E} - Ir, \tag{4}$$

где $\mathscr{E}$ – ЭДС источника; I – сила тока, проходящего через резистор и источник; r – внутреннее сопротивление источника.

Согласно условию, $I = I_0/n$, где I_0 – сила тока при коротком замыкании. Так как $I_0 = \mathscr{E}/r$, то

$$I = \mathscr{E}/(nr). \qquad (5)$$

Из формул (4) и (5) находим

$$U = \left(1 - \frac{1}{n}\right)\mathscr{E} = \frac{(n-1)\mathscr{E}}{n}.$$

Подставив это значение U в выражения (3), найдем напряжения на конденсаторах:

$$U_1 = \frac{(n-1)\mathscr{E}C_2}{n(C_1 + C_2)}, \quad U_2 = \frac{(n-1)\mathscr{E}C_1}{n(C_1 + C_2)}.$$

597. Через двухэлектродную лампу (диод) с плоскими электродами идет ток силой I = 10 мА. Напряжение на лампе U = 100 В. С какой силой действуют на анод лампы падающие на него электроны, если скорость их вблизи катода равна нулю? Отношение заряда электрона к его массе $e/m_e = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.

Решение. Пусть $\vec{v}_1$ – скорость электрона в момент соударения его с анодом. За время t при силе тока I число соударений

$$N = \frac{q}{e} = \frac{It}{e}, \qquad (1)$$

где q – заряд, переносимый N электронами; e – заряд электрона.

По второму закону Ньютона импульс силы, действующей со стороны анода на электроны при соударениях, равен изменению суммарного импульса электронов:

$$\vec{F}t = N(m_e\vec{v}_2 - m_e\vec{v}_1),$$

где m_e – масса электрона; $\vec{v}_2$ – скорость электрона после соударения. В проекциях на координатную ось, направленную от анода к катоду, это уравнение будет иметь вид

$$Ft = N(m_e v_2 + m_e v_1),$$

или с учетом того, что $v_2 = 0$,

$$Ft = Nm_e v_1, \qquad (2)$$

где F – модуль суммарной силы, с которой анод действует на электроны. Согласно третьему закону Ньютона, с такой же по модулю силой действуют электроны на анод. Из соотношений (1) и (2) получим

$$F = Im_e v_1 / e. \qquad (3)$$

Найдем модуль скорости $\vec{v}_1$, исходя из того, что изменение кинетической энергии электрона в промежутке между анодом и катодом равно работе электрического поля:

$$m_e v_1^2 / 2 = eU.$$

Отсюда $v_1 = \sqrt{2eU/m_e}$. Подставив это значение скорости в формулу (3), получим:

$$F = \frac{Im_e}{e}\sqrt{\frac{2eU}{m_e}} = I\sqrt{\frac{2U}{e/m_e}},\ F = 3{,}4 \cdot 10^{-7}\ \text{Н}.$$

598. Резистор и конденсатор соединены последовательно с аккумулятором; при этом заряд на обкладках конденсатора $q_1 = 60 \cdot 10^{-5}$ Кл. Если же резистор и конденсатор подключить к аккумулятору параллельно, то заряд на обкладках конденсатора $q_2 = 40 \cdot 10^{-5}$ Кл. Найти внутреннее сопротивление аккумулятора, если сопротивление резистора $R = 45$ Ом.

Решение. В первом случае (рис. 197, *а*) тока в цепи нет, напряжение на конденсаторе равно ЭДС источника $\mathscr{E}$, поэтому заряд на конденсаторе емкостью C

$$q_1 = CU_1 = C\mathscr{E}. \qquad (1)$$

Во втором случае (рис. 197, *б*) отсутствует ток в ветви ACB, напряжение на конденсаторе такое же, как и на подключенном к нему параллельно резисторе, т. е. $U_2 = IR$, где I – сила тока. Ее мы найдем по закону Ома для замкнутой цепи:

$$I = \mathscr{E}/(R + r),$$

где r – внутреннее сопротивление аккумулятора. Тогда

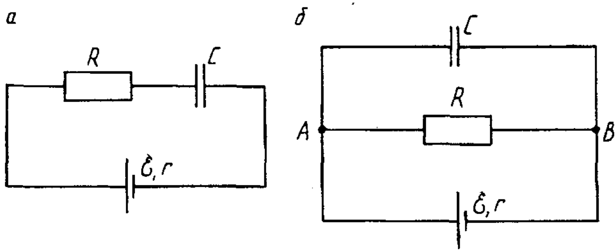


Рис. 197

$$U_2 = \mathscr{E}R/(R + r),$$

а заряд на конденсаторе

$$q_2 = CU_2 = C\mathscr{E}R/(R + r). \qquad (2)$$

На основании выражений (1) и (2) получим уравнение

$$q_2 = q_1 R/(R + r),$$

решив которое относительно r, найдем:

$$r = R(q_1 - q_2)/q_2, \ r = 23 \text{ Ом}.$$

599. Дуговая лампа горит под напряжением $U = 80$ В и потребляет мощность $P = 800$ Вт. На сколько повысится температура подводящих проводов через промежуток времени $\tau = 1$ мин после включения лампы, если проводка выполнена медным проводом, площадь поперечного сечения которого $S = 4$ мм^2? Половина выделившегося количества теплоты отдается окружающей среде. Удельное сопротивление меди $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом $\cdot$ м, плотность меди $D = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3, удельная теплоемкость $c = 395$ Дж/(кг $\cdot$ К).

Р е ш е н и е. По проводам проходит ток силой $I = P/U$. За время τ в них, согласно закону Джоуля–Ленца, выделится количество теплоты

$$Q_1 = I^2 R\tau = \frac{P^2}{U^2} R\tau,$$

где R – сопротивление проводов: $R = \rho\frac{l}{S}$; l – длина проводов. Выразим l через объем V и площадь поперечного сечения S: $l = V/S$. А так как объем меди $V = m/D$, где m – масса меди, D – ее плотность, то

$$l = \frac{m}{DS}, \ R = \frac{\rho m}{DS^2}.$$

Следовательно,

$$Q_1 = \frac{P^2 \rho m\tau}{U^2 DS^2}. \qquad (1)$$

Количество теплоты, затраченное на нагревание меди на ΔT,

$$Q_2 = cm\Delta T. \qquad (2)$$

Учитывая условие $Q_2 = \eta Q_1$, где $\eta = 0{,}5$, получаем на основании выражений (1) и (2)

$$cm\Delta T = \eta \frac{P^2 \rho m \tau}{U^2 D S^2}.$$

Отсюда

$$\Delta T = \frac{\eta P^2 \rho \tau}{U^2 S^2 c D}, \ \Delta T = 0{,}9 \text{ К}.$$

600. Источник тока, ЭДС которого $\mathcal{E}$ и внутреннее сопротивление r, замкнут на внешнюю цепь. При изменении ее сопротивления сила тока I в цепи также изменяется. Найти зависимость КПД источника от силы тока I. Начертить график этой зависимости.

Решение. КПД источника тока

$$\eta = P_1/P, \qquad (1)$$

где P_1 – мощность, выделяемая на внешней цепи (полезная мощность); P – полная мощность, развиваемая источником. Полезную мощность P_1 можно выразить как разность между полной мощностью и мощностью P_2, выделяемой внутри источника: $P_1 = P - P_2$.

При силе тока I и ЭДС $\mathcal{E}$ будем иметь:

$$P = I\mathcal{E}, \ P_2 = I^2 r,$$

где r – внутреннее сопротивление источника. Тогда

$$P_1 = I\mathcal{E} - I^2 r.$$

Подставив значения P_1 и P_2 в формулу (1), получим:

$$\eta = \frac{I\mathcal{E} - I^2 r}{I\mathcal{E}}, \text{ или } \eta = 1 - \frac{r}{\mathcal{E}} I.$$

Графиком зависимости КПД источника η от силы тока I является прямая (рис. 198). Из рисунка, в частности, видно, что при силе тока $I_0 = \mathcal{E}/r$, т. е. при коротком замыкании, КПД источника равен нулю.

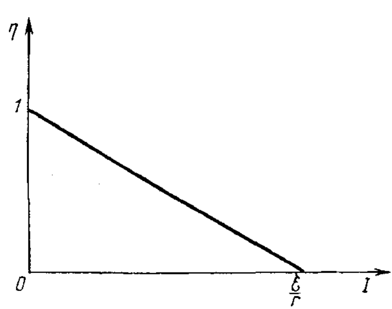
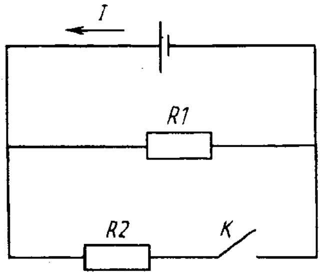


Рис. 198

601. В цепи, схема которой изображена на рис. 199, тепловая мощность, выделяемая во внешней цепи, одинакова при замкнутом и разомкнутом ключе К.



Р и с. 199

Определить внутреннее сопротивление источника, если $R_1 = 12$ Ом, $R_2 = 4$ Ом.

Р е ш е н и е. Выделяемая во внешней цепи тепловая мощность

$$P = I^2R,$$

где I – сила тока; R – сопротивление внешней цепи.

При замкнутом ключе внешняя цепь состоит из двух соединенных параллельно резисторов, и ее сопротивление, следовательно,

$$R = R_1R_2/(R_1 + R_2). \qquad (1)$$

Во внешней цепи в этом случае выделяется мощность

$$P_1 = I_1^2R = \left(\frac{\mathscr{E}}{R + r}\right)^2 R, \qquad (2)$$

где $\mathscr{E}$ – ЭДС источника тока; r – его внутреннее сопротивление.

При разомкнутом ключе внешняя цепь состоит из одного резистора, сопротивление которого R_1, поэтому в ней выделяется мощность

$$P_2 = I_2^2R_1 = \left(\frac{\mathscr{E}}{R_1 + r}\right)^2 R_1. \qquad (3)$$

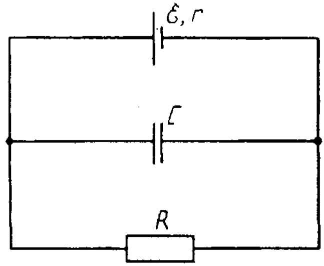
Учитывая, что $P_1 = P_2$, на основании формул (2) и (3) получаем

$$\frac{\mathscr{E}^2R}{(R + r)^2} = \frac{\mathscr{E}^2R_1}{(R_1 + r)^2}.$$

Решив это уравнение относительно r, найдем $r = \sqrt{R_1R}$. Подставив значение R из формулы (1), получим:

$$r = \sqrt{\frac{R_1^2R_2}{R_1 + R_2}}, \quad r = 6 \text{ Ом}.$$

602. Батарея аккумуляторов замкнута резистором, параллельно которому присоединен конденсатор емкостью $C = 10$ мкФ (рис. 200). Определить ЭДС батареи, если заряд на конденсаторе $q = 4{,}6 \times \times 10^{-4}$ Кл, а в резисторе выделяется мощность $P = 23$ Вт и известно, что сила тока при коротком замыкании батареи $I_0 = 5{,}0$ А.



Р и с. 200

Р е ш е н и е. ЭДС равна сумме падений напряжения на внешнем и внутреннем участках цепи:

$$\mathscr{E} = U + Ir, \qquad (1)$$

где U – падение напряжения на резисторе; I – сила тока в цепи; r – внутреннее сопротивление батареи.

Падение напряжения на резисторе равно напряжению на конденсаторе:

$$U = q/C. \qquad (2)$$

Выделяемая в резисторе мощность $P = IU$. Отсюда сила тока

$$I = P/U = PC/q. \qquad (3)$$

Сила тока при коротком замыкании $I_0 = \mathscr{E}/r$, откуда

$$r = \mathscr{E}/I_0. \qquad (4)$$

Подставив в уравнение (1) значения (2)–(4), получим

$$\mathscr{E} = \frac{q}{C} + \frac{PC\mathscr{E}}{qI_0}. \qquad (5)$$

Решив уравнение (5) относительно $\mathscr{E}$, найдем:

$$\mathscr{E} = \frac{q^2 I_0}{C(qI_0 - PC)}, \ \mathscr{E} = 51 \text{ В}.$$

603. Электродуговая печь потребляет ток силой $I = 200$ А от сети с напряжением $U = 220$ В. Последовательно с печью включен ограничивающий резистор сопротивлением $R = 0{,}2$ Ом. Определить мощность, потребляемую печью.

Р е ш е н и е. Сила тока, проходящего через резистор, равна I, так как резистор включен последовательно с печью. Значит, в нем выделяется мощность $P_1 = I^2R$. Печь вместе с резистором потребляет мощность $P = IU$. Следовательно, потребляемая печью мощность

$$P_2 = P - P_1 = IU - I^2 R.$$

После подстановки числовых значений величин получим $P_2 = 3{,}6 \cdot 10^4$ Вт.

604. Электрическая плитка мощностью $P_1 = 550$ Вт для сети с напряжением $U_1 = 220$ В была включена в сеть с напряжением $U_2 = 127$ В. Какая мощность потребляется плиткой при таком включении? На сколько нужно укоротить спираль, чтобы плитка потребляла мощность P_1 при напряжении U_2?

Решение. При заданном включении потребляемая плиткой мощность

$$P_2 = U_2^2 / R_1, \tag{1}$$

где R_1 – сопротивление плитки.

При включении в сеть с напряжением U_1 потребляемая мощность $P_1 = U_1^2 / R_1$. Отсюда $R_1 = U_1^2 / P_1$. Подставив это значение в формулу (1), получим:

$$P_2 = P_1 (U_2 / U_1)^2, \; P_2 = 185 \text{ Вт}.$$

Чтобы плитка потребляла мощность P_1 при напряжении $U_2 < U_1$, надо укоротить спираль на некоторую величину Δl, т. е. $l_2 = l_1 - \Delta l$. Поскольку сопротивление спирали прямо пропорционально ее длине, то

$$\frac{l_1 - \Delta l}{l_1} = \frac{R_2}{R_1}. \tag{2}$$

При напряжении U_2 и сопротивлении R_2 мощность

$$P_1 = U_2^2 / R_2.$$

Учитывая, что $P_1 = U_1^2 / R_1$, получаем $U_1^2 / R_1 = U_2^2 / R_2$. Отсюда $R_2 / R_1 = (U_2 / U_1)^2$. Подставив значение этого отношения в формулу (2), будем иметь

$$\frac{l_1 - \Delta l}{l_1} = \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2,$$

откуда

$$\frac{\Delta l}{l_1} = 1 - \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2, \quad \frac{\Delta l}{l_1} = 0{,}67,$$

т. е. спираль надо укоротить на 0,67 ее длины.

605. Сколько времени нужно пропускать ток силой $I = 1{,}8$ А через раствор соли серебра, чтобы на $N = 12$ ложках, служащих катодом и имеющих площадь поверхности $S = 50$ см^2 каждая, отложился слой серебра толщиной $h = 0{,}058$ мм? Плотность серебра $\rho = 10{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3, молярная масса серебра $M = 108 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, его валентность $n = 1$. Постоянная Фарадея $F = 9{,}65 \cdot 10^4$ Кл/моль.

Р е ш е н и е. По закону Фарадея масса серебра, отложившегося на ложках,

$$m = \frac{1}{F}\frac{M}{n}It, \qquad (1)$$

где t — время прохождения тока.

С другой стороны,

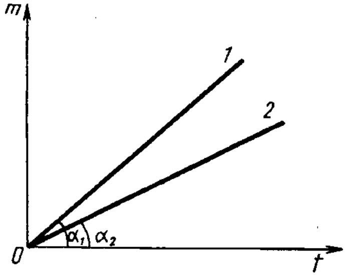
$$m = \rho V = \rho NSh, \qquad (2)$$

где V — объем выделившегося серебра; h — толщина слоя.

Из выражений (1) и (2) следует, что

$$t = \frac{nF\rho NSh}{MI}, \; t = 1{,}8 \cdot 10^4 \text{ с} = 5 \text{ ч}.$$

606. На рис. 201 представлены графики зависимости массы двух различных веществ, выделяемых на электродах при электролизе, от времени прохождения тока через электролит. Какому из этих графиков (*1* или *2*) соответствует вещество с бо́льшим электрохимическим эквивалентом, если сила тока, проходящего через электролит, в обоих случаях одинакова? Ответ обосновать.



Р и с. 201

Р е ш е н и е. Согласно закону Фарадея, масса вещества, выделяемого на электроде за время t при силе тока I, $m = kIt$, где k — электрохимический эквивалент вещества. Отсюда следует, что график зависимости $m = f(t)$ есть прямая, составляющая с положительным направлением оси t такой угол α, что $\operatorname{tg}\alpha = kI$. Из рис. 201 видно, что $\alpha_1 > \alpha_2$. Следовательно, $k_1 I > k_2 I$ и $k_1 > k_2$, т. е. веществу с бо́льшим электрохимическим эквивалентом соответствует график *1*.

607. При электролизе раствора медного купороса на катоде за некоторое время выделилось $m = 2{,}0$ г меди при силе тока $I = 0{,}25$ А. Расстояние между прямоугольными электродами $l = 30$ см, площадь каждого электрода $S = 50$ см^2. Найти изменение расхода электроэнергии, требуемой для получения такой же массы меди при той же силе тока, если расстояние между электродами увеличилось вдвое, а глубина погружения электродов – в 4 раза. Удельное сопротивление раствора $\rho = 0{,}33$ Ом · м, электрохимический эквивалент меди $k = 3{,}3 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл.

Р е ш е н и е. Согласно закону Фарадея, масса меди, выделившейся на катоде, $m = kIt$, где t – время, в течение которого ток пропускали через раствор.

Поскольку в первом и во втором случаях выделяется одинаковая масса меди при той же силе тока, то время пропускания тока тоже одинаковое: $t_1 = t_2 = t = m/(kI)$. В первом случае расход электроэнергии

$$W_1 = I^2 R_1 t,$$

во втором

$$W_2 = I^2 R_2 t,$$

где R_1, R_2 – сопротивление электролита в первом и втором случаях соответственно.

Пусть d – ширина электрода, h – глубина погружения в первом случае. Тогда $dh = S$ и

$$R_1 = \rho \frac{l}{dh} = \rho \frac{l}{S}, \quad R_2 = \rho \frac{2l}{d \cdot 4h} = \rho \frac{l}{2S}.$$

Отсюда видно, что $R_2 < R_1$. Следовательно, $W_2 < W_1$. Значит, расход энергии во втором случае меньше, чем в первом, на величину

$$W_1 - W_2 = I^2 t(R_2 - R_1) = I^2 \frac{m}{kI}\left(\rho \frac{l}{S} - \rho \frac{l}{2S}\right) = \frac{Im\rho l}{2kS},$$

$$W_1 - W_2 = 1{,}5 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

Задачи для самостоятельного решения

608. Найти среднюю скорость упорядоченного движения электронов в медном проводнике, площадь поперечного сечения которого $S = 4{,}0$ мм^2, при силе тока $I = 1{,}0$ А,