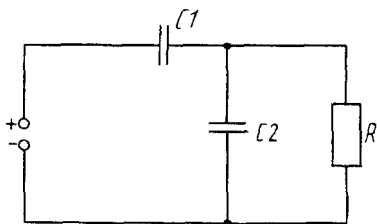


**667.** Какое количество электроэнергии расходуется на получение  $m = 1,0$  кг алюминия, если электролиз ведется при напряжении  $U = 10$  В, а КПД всей установки  $\eta = 80\%$ ? Молярная масса алюминия  $M = 27 \times 10^{-3}$  кг/моль, его валентность  $n = 3$ . Постоянная Фарадея  $F = 9,65 \cdot 10^4$  Кл/моль.



Р и с. 217

**668.** В цепи, схема которой приведена на рис. 217, конденсатор  $C_2$  имеет емкость  $C_2 = 10$  мкФ, сопротивление резистора  $R = 2$  кОм, площадь пластин конденсатора  $C_1$   $S = 100$  см<sup>2</sup>, а расстояние между ними  $d = 5$  мм. Воздух между обкладками конденсатора  $C_1$  ионизируется с помощью рентгеновского излучателя мощностью  $\omega = 2 \cdot 10^{12}$  пар носителей заряда за 1 с в 1 м<sup>3</sup>. Заряд каждого носителя равен элементарному заряду  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Все образованные за единицу времени носители долетают до пластин конденсатора  $C_1$ . Определить заряд на конденсаторе  $C_2$ .

**669.** В электронно-лучевой трубке сила тока в электронном пучке  $I = 600$  мкА, ускоряющее напряжение  $U = 10$  кВ. Найти, с какой силой давит электронный пучок, считая, что все электроны поглощаются экраном.

## 10. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

### Методические указания к решению задач

При решении задач, в которых рассматривается проводник или контур с током в магнитном поле, нужно на схематическом чертеже указать направление тока, направления вектора магнитной индукции и сил, действующих на проводник или контур. Если по условию задачи проводник (контур) находится в равновесии, то, как и при решении задач по статике, записывают условия равновесия.

Задачи на движение заряженных частиц в магнитном и электрическом полях решают в большинстве случаев пу-

тем составления уравнения движения материальной точки с учетом всех сил, действующих на частицу со стороны магнитного и электрического полей.

Если требуется найти ЭДС индукции, необходимо установить, изменением какой величины – вектора магнитной индукции ( $\vec{B}$ ), площади поверхности ( $S$ ), ограниченной контуром, или угла ( $\alpha$ ) между вектором  $\vec{B}$  и нормалью к поверхности – вызывается изменение  $\Delta\Phi$  потока магнитной индукции, а затем воспользоваться законом электромагнитной индукции. Составив уравнение на основе этого закона, решают его относительно неизвестной величины.

## Основные законы и формулы

*Закон Ампера:* на проводник длиной  $l$  с током силой  $I$ , помещенный в магнитное поле, действует сила, модуль которой

$$F = IBl \sin \alpha,$$

где  $B$  – модуль вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ ;  $\alpha$  – угол между направлением тока и вектором магнитной индукции. Направление этой силы определяется правилом левой руки: если левую руку расположить так, чтобы перпендикулярная проводнику составляющая вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  входила в ладонь, а четыре вытянутых пальца были направлены по току, то отогнутый на  $90^\circ$  большой палец покажет направление силы Ампера  $\vec{F}$ .

*Момент сил, действующих на плоский контур с током,* помещенный в однородное магнитное поле,

$$M = ISB \sin \alpha,$$

где  $I$  – сила тока в контуре;  $S$  – площадь поверхности, охватываемой контуром;  $B$  – модуль вектора магнитной индукции;  $\alpha$  – угол между вектором  $\vec{B}$  и нормалью  $\vec{n}$  к поверхности.

*Принцип суперпозиции магнитных полей:* магнитная индукция поля, создаваемого несколькими электрическими токами или движущимися зарядами, равна векторной сумме магнитных индукций полей, создаваемых каждым током или движущимся зарядом в отдельности:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_n.$$

*Магнитная индукция поля бесконечного прямолинейного проводника с током силой  $I$  в точке, удаленной от проводника на расстояние  $r$ ,*

$$B = \mu\mu_0 \frac{I}{2\pi r},$$

где  $\mu$  — магнитная проницаемость среды;  $\mu_0$  — магнитная постоянная:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

*Магнитная индукция поля в центре кругового витка с током*

$$B = \mu\mu_0 \frac{I}{2R},$$

где  $I$  — сила тока;  $R$  — радиус витка.

*Магнитная индукция поля внутри соленоида (цилиндрической катушки с током)*

$$B = \mu\mu_0 \frac{N}{l} I,$$

где  $\mu$  — магнитная проницаемость сердечника, вставленного в соленоид;  $\mu_0$  — магнитная постоянная;  $N$  — число витков соленоида;  $l$  — длина соленоида.

*Магнитный поток (поток вектора магнитной индукции) через поверхность площадью  $S$*

$$\Phi = BS \cos \alpha,$$

где  $B$  — модуль вектора магнитной индукции;  $\alpha$  — угол между вектором  $\vec{B}$  и нормалью  $\vec{n}$  к поверхности.

*Сила Лоренца* — это сила, действующая на заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле. Модуль этой силы

$$F_{\text{Л}} = |q|vB \sin \alpha,$$

где  $q$  — заряд частицы;  $v$  — модуль ее скорости;  $B$  — модуль магнитной индукции поля;  $\alpha$  — угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ .

Направление силы Лоренца определяется *правилом левой руки*: если левую руку расположить так, чтобы составляющая магнитной индукции  $B$ , перпендикулярная вектору скорости заряженной частицы, входила в ладонь, а четыре вытянутых пальца направлены вдоль вектора скорости частицы, если ее заряд положительный, или против вектора скорости, если заряд отрицательный, то отогнутый на  $90^\circ$  большой палец покажет направление силы Лоренца.

*Закон электромагнитной индукции*: ЭДС индукции, возникающая в замкнутом контуре, равна по модулю и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром:

$$\mathcal{E}_i = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Минус в этой формуле следует из правила Ленца.

*Правило Ленца*: возникающий в замкнутом контуре индукционный ток имеет такое направление, что магнитный поток этого тока через поверхность, ограниченную контуром, противодействует изменению магнитного потока, вызывающего индукционный ток.

*ЭДС индукции в проводнике, движущемся в постоянном во времени магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$ ,*

$$\mathcal{E}_i = Blv \sin \alpha,$$

где  $l$  — длина проводника;  $v$  — модуль его скорости;  $\alpha$  — угол, составленный вектором магнитной индукции  $\vec{B}$  с направлением скорости проводника.

*Магнитный поток* через поверхность, ограниченную контуром, возникающий при прохождении по этому контуру тока силой  $I$ ,

$$\Phi = LI,$$

где  $L$  — индуктивность контура.

*ЭДС самоиндукции*, возникающая в замкнутом контуре, прямо пропорциональна скорости изменения силы тока в нем:

$$\mathcal{E}_s = -L \frac{\Delta I}{\Delta t},$$

где  $L$  — индуктивность контура;  $\Delta I$  — изменение силы тока за время  $\Delta t$ .

*Энергия магнитного поля тока* силой  $I$ , проходящего по проводнику с индуктивностью  $L$ ,

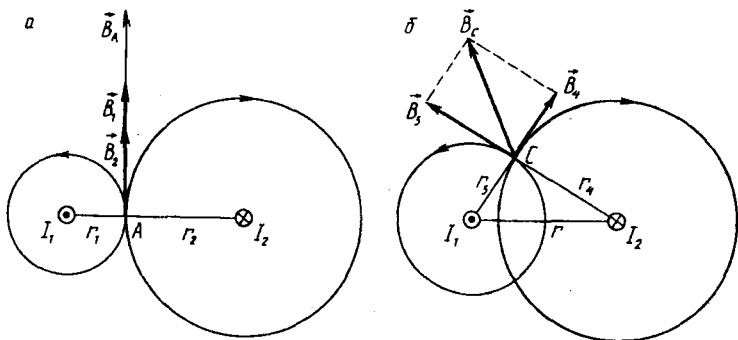
$$W = LI^2 / 2.$$

## Примеры решения задач

**670.** По двум длинным параллельным проводам, находящимся на расстоянии  $r = 10$  см друг от друга в вакууме, идут в противоположных направлениях\* токи силой  $I_1 = I_2 = I = 16$  А. Определить индукцию магнитного поля в точке  $A$ , удаленной на  $r_1 = 2$  см от одного провода и на  $r_2 = 8$  см от другого, и в точке  $C$ , удаленной на  $r_3 = 6$  см от одного провода и на  $r_2 = 8$  см от другого.

\*Символ  $\bullet$ , подобный острию летящей навстречу стрелы, показывает, что ток идет от рисунка к читателю. Если же ток идет от читателя к рисунку, то это обозначается символом  $\times$ , напоминающим оперение (хвост) улетающей стрелы. Так же обозначают направление вектора магнитной индукции  $B$ .

Решение. Направления векторов магнитной индукции  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$  в точке  $A$  (рис. 218, а), а также  $\vec{B}_3$  и  $\vec{B}_4$  в точке  $C$  (рис. 218, б) определим по правилу буравчика (правого винта).



Р и с. 218

Согласно принципу суперпозиции, магнитная индукция в точке  $A$

$$\vec{B}_A = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

Как видно из рисунка, векторы  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$  имеют одинаковое направление, поэтому модуль вектора  $\vec{B}_A$  равен сумме модулей векторов  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$ :

$$B_A = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2}.$$

Учитывая,  $I_1 = I_2 = I$ , получаем:

$$B_A = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right), \quad B_A = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Тл.}$$

В точке  $C$  результирующий вектор магнитной индукции  $\vec{B}_C$  является диагональю прямоугольника, так как  $r^2 = r_3^2 + r_4^2$ . (В общем случае, при других расстояниях, результирующий вектор индукции является диагональю параллелограмма, построенного на слагаемых векторах как на сторонах.)

Модуль вектора магнитной индукции  $\vec{B}_C$  найдем по теореме Пифагора:

$$B_C = \sqrt{B_3^2 + B_4^2} = \sqrt{\left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_3}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_4}\right)^2}.$$

Поскольку  $I_1 = I_2 = I$ , то

$$B_C = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_3 r_4} \sqrt{r_3^2 + r_4^2}, \quad B_C = 7 \cdot 10^{-5} \text{ Тл.}$$

**671.** Проводник  $AC$  (рис. 219, а) массой  $m = 20$  г и длиной  $l = 20$  см подвешен на двух тонких проволочках и помещен в однородное магнитное поле, вектор индукции которого направлен вертикально вверх, а модуль этого вектора  $B = 0,5$  Тл. На какой угол  $\alpha$  от вертикали отклонятся проволочки, поддерживающие проводник, если по нему пропустить ток силой  $I = 1$  А? Проволочки находятся за пределом магнитного поля.

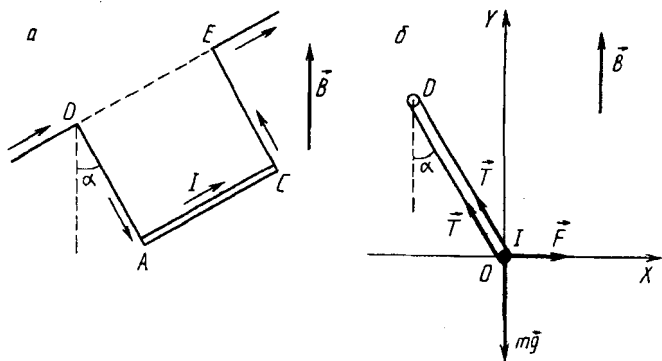
**Решение.** На проводник с током, помещенный в магнитное поле (рис. 219, б), действуют следующие силы: сила тяжести  $m\vec{g}$ , две силы натяжения проволочек  $\vec{T}$  и сила Ампера  $\vec{F}$  (силой тяжести проволочек пренебрегаем). Координатную ось  $OY$  направим вдоль вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  (вертикально вверх), ось  $OX$  — горизонтально.

Проводник находится в равновесии, поэтому суммы проекций всех действующих на него сил на оси  $OX$  и  $OY$  равны нулю:

$$F - 2T \sin \alpha = 0, \quad 2T \cos \alpha - mg = 0,$$

или

$$2T \sin \alpha = BIl, \quad 2T \cos \alpha = mg.$$



Р и с. 219

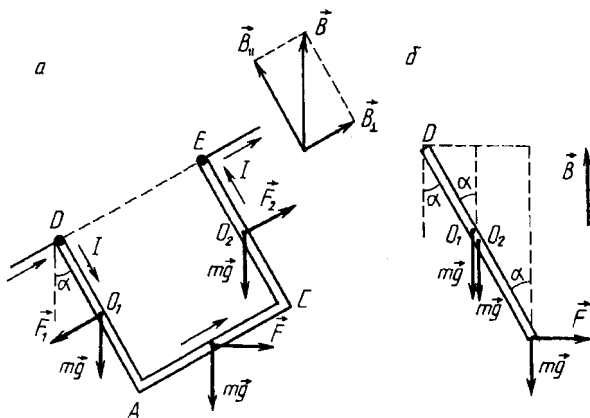
Отсюда, разделив почленно первое уравнение на второе, получим:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B l l}{m g}, \quad \alpha = \operatorname{arctg} \frac{B l l}{m g}, \quad \alpha = 27^\circ.$$

**672.** Алюминиевый провод, площадь поперечного сечения которого  $S$ , согнут в виде трех сторон квадрата и прикреплен своими концами к горизонтальной оси, вокруг которой он может свободно вращаться в однородном вертикальном магнитном поле (рис. 220, *a*). По проводу пропускают ток силой  $I$ . На какой угол  $\alpha$  отклонился провод от вертикальной плоскости? Плотность алюминия  $\rho$ .

**Решение.** В отличие от предыдущей задачи в данном случае в магнитном поле находится не только горизонтальный провод, но и подвески (две другие стороны квадрата). Кроме того, здесь нельзя пренебречь силой тяжести подвесок. Учитывая это, обозначим все силы, действующие на согнутый проводник (рис. 220, *a*): силы тяжести  $m\vec{g}$ , приложенные к каждой из трех сторон квадрата, силу Ампера  $\vec{F}$ , действующую на горизонтальную сторону квадрата, силы Ампера  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ , действующие на подвески. Для определения направлений сил  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  мы разложили вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  на составляющие по двум направлениям: вдоль подвесок и перпендикулярно им.

Проводник находится в равновесии, следовательно, сумма моментов всех приложенных к нему сил относительно



Р и с. 220

оси вращения  $DE$  равна нулю. Поскольку силы  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  параллельны оси  $DE$ , они не создают вращающего момента относительно этой оси. Очевидно, что моменты сил реакции шарниров (на рисунке эти силы не показаны) относительно оси  $DE$  равны нулю. Обозначим  $DA = AC = CE = l$ . Тогда  $DO_1 = EO_2 = l/2$ , и уравнение моментов относительно оси  $DE$  (рис. 220, б) будет иметь вид

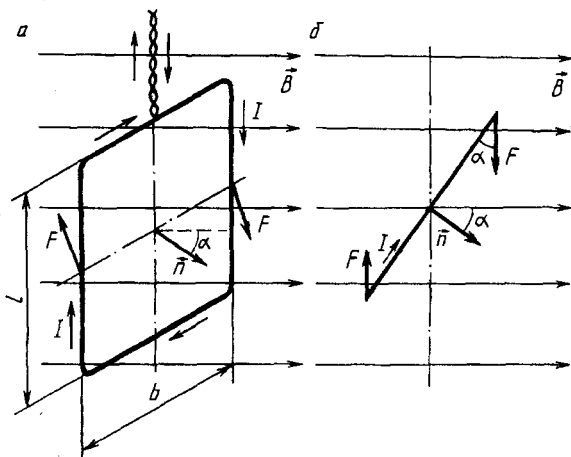
$$mgl \sin \alpha + 2mg \frac{l}{2} \sin \alpha - Fl \cos \alpha = 0.$$

Подставив сюда значения  $m = \rho Sl$  и  $F = IBl$ , получим после преобразований

$$2\rho Sg \sin \alpha = IB \cos \alpha.$$

Отсюда  $\operatorname{tg} \alpha = IB/(2\rho Sg)$ .

**673.** Рамка с током, изображенная на рис. 221, а, имеет размеры  $l = 4,0$  см,  $b = 5,0$  см. Индукция однородного магнитного поля  $B = 0,20$  Тл. Когда рамка повернута так, что нормаль к ней составляет с линиями магнитной индукции угол  $\alpha = 30^\circ$ , на рамку действует со стороны магнитного поля момент сил  $M = 2 \cdot 10^{-3}$  Н·м. Определить силу тока в рамке.



Р и с. 221

**Р е ш е н и е.** Согласно закону Ампера, на каждую из вертикальных сторон рамки действует сила  $F = BIl$ , направленная перпендикулярно плоскости, в которой лежат



эта сторона и вектор магнитной индукции  $\vec{B}$ . Суммарный момент этих сил

$$M = 2F \frac{b}{2} \sin \alpha = Fb \sin \alpha,$$

потому что плечо каждой из сил равно  $\frac{b}{2} \sin \alpha$ , где  $\alpha$  — угол между вектором  $\vec{B}$  и нормалью  $\vec{n}$  к плоскости витка (рис. 221, б). Подставив сюда значение  $F$ , получим

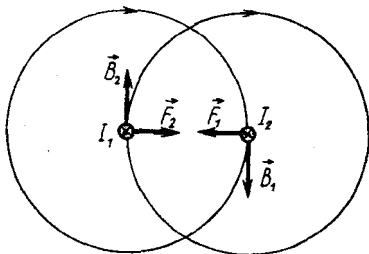
$$M = IBlb \sin \alpha.$$

Таким образом,

$$I = \frac{M}{Blb \sin \alpha}, \quad I = 10 \text{ А.}$$

**674.** Два очень длинных тонких параллельных провода с токами силой  $I_1 = I_2 = 5,0$  А расположены в вакууме на расстоянии  $r = 40$  см друг от друга. Определить силу, действующую на единицу длины каждого провода.

**Решение.** Предположим, что токи силой  $I_1$  и  $I_2$  идут в одном и том же направлении (рис. 222). Применив правило буравчика, определим направления векторов индукции  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$  магнитных полей токов силой  $I_1$  и  $I_2$  соответственно на расстоянии  $r$  от проводов. Провод с током силой  $I_2$  находится в поле, создаваемом током силой  $I_1$ . Модуль вектора магнитной индукция этого поля



Р и с. 222

$$B_1 = \mu\mu_0 \frac{I_1}{2\pi r}.$$

Следовательно, на любой отрезок длиной  $l$  провода с током силой  $I_2$  по закону Ампера действует сила  $\vec{F}_1$ , модуль которой

$$F_1 = I_2 B_1 l = \mu\mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi r} l,$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м — магнитная постоянная.

Легко показать, что на отрезок провода с током силой  $I_1$  такой же длины действует сила  $\vec{F}_2$ , модуль которой  $F_2 = F_1$ ,

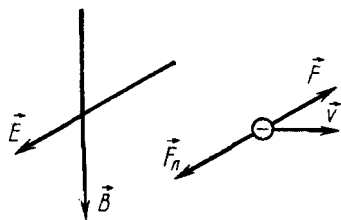
а направление противоположно направлению силы  $\vec{F}_1$ . Таким образом,

$$F_1 = F_2 = F = \mu\mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi r} l, \quad F = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Н.}$$

**675.** В области пространства одновременно существуют однородные и постоянные магнитное поле с индукцией  $B = 0,2$  Тл и перпендикулярное ему электрическое поле напряженностью  $E = 4 \cdot 10^5$  В/м. Перпендикулярно обоим полям движется, не отклоняясь от прямолинейной траектории, электрон. Какова его скорость?

**Решение.** На электрон, движущийся одновременно в магнитном и электрическом полях, действуют две силы:

$\vec{F} = e\vec{E}$  со стороны электрического поля и сила Лоренца  $\vec{F}_L$  со стороны магнитного поля (рис. 223). Эти силы имеют противоположные направления. Электрон не будет отклоняться от прямолинейной траектории, если модули этих сил равны, т. е.  $F = F_L$  или  $eE = evB$ . Отсюда  $v = E/B = 2 \cdot 10^6$  м/с.



Р и с. 223

**676.** Электрон влетает в однородное магнитное поле в вакууме со скоростью  $v = 1 \cdot 10^7$  м/с, направленной перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определить траекторию движения электрона в магнитном поле, если модуль вектора магнитной индукции  $B = 5 \cdot 10^{-3}$  Тл.

**Решение.** На электрон, движущийся в магнитном поле, действует сила Лоренца, зависящая от скорости электрона и индукции магнитного поля. Сила Лоренца перпендикулярна скорости электрона, поэтому она не совершает работу. Значит, кинетическая энергия электрона не изменяется. Следовательно, не изменяется и модуль его скорости, а поскольку и индукция магнитного поля постоянна, то модуль силы Лоренца постоянен. Под действием этой силы электрон приобретает постоянное центростремительное ускорение, а это означает, что электрон в магнитном поле движется равномерно по окружности. Найдем ее радиус  $R$ .

По второму закону Ньютона  $F_L = m_e a$ , где  $a = v^2/R$  — центростремительное ускорение. Учитывая, что  $F_L = evB$ , будем иметь

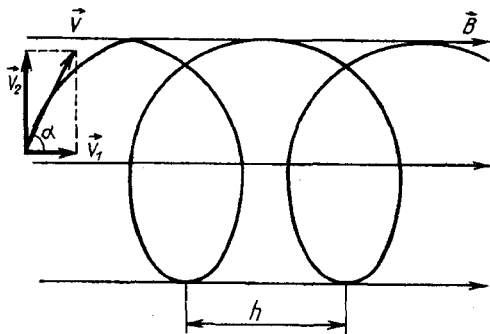
$$evB = m_e v^2 / R,$$

где  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл — заряд электрона;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг — его масса. Отсюда

$$R = \frac{m_e v}{eB}, \quad R = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

**677.** Частица массой  $m$ , обладающая зарядом  $q$ , влетает со скоростью  $v$  в однородное магнитное поле с индукцией  $B$  под углом  $\alpha$  к линиям магнитной индукции. Определить траекторию движения частицы.

**Решение.** Разложим вектор скорости  $\vec{v}$  частицы на две составляющие (рис. 224):  $\vec{v}_1$ , направленную вдоль линий магнитной индукции, и  $\vec{v}_2$ , перпендикулярную этим линиям. Модули этих составляющих — соответственно  $v_1 = v \cos \alpha$  и  $v_2 = v \sin \alpha$ .



Р и с. 224

На частицу действует сила Лоренца, обусловленная составляющей  $\vec{v}_2$ . Вследствие этого (см. решение задачи 676) частица движется по окружности со скоростью  $\vec{v}_2$  в плоскости, перпендикулярной магнитному полю. Радиус этой окружности определим, составив уравнение на основании второго закона Ньютона:

$$F = m \frac{v_2^2}{R}, \quad \text{или} \quad qv_2 B = \frac{mv_2^2}{R}.$$

Отсюда

$$R = mv \sin \alpha / (qB). \quad (1)$$

Одновременно частица будет двигаться и вдоль поля. Это равномерное движение со скоростью  $\vec{v}_1$ , так как состав-

ляющая  $\vec{v}_1$  не вызывает появления силы Лоренца. В результате одновременного движения по окружности и по прямой частица будет двигаться по винтовой линии, «навиваясь» на линии магнитной индукции.

Шаг винтовой линии

$$h = v_1 T, \quad (2)$$

где  $T$  – период обращения частицы по окружности:

$$T = 2\pi R / v_2. \quad (3)$$

Учитывая соотношения (1) и (3), получаем по формуле (2)

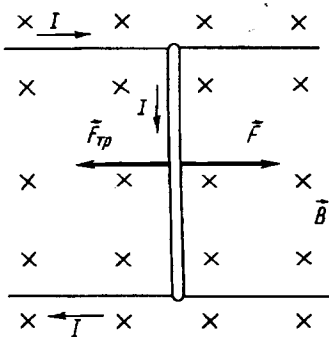
$$h = 2\pi m v \cos \alpha / (qB).$$

**678.** Горизонтальные рельсы находятся в вертикальном однородном магнитном поле на расстоянии  $l = 0,3$  м друг от друга. На рельсах лежит стержень, перпендикулярный им. Какой должна быть индукция магнитного поля, для того чтобы стержень начал равномерно двигаться вдоль рельсов, если по нему пропускать ток силой  $I = 50$  А?

Коэффициент трения стержня о рельсы  $\mu = 0,2$ , масса стержня  $m = 0,5$  кг.

**Решение.** При пропускании тока по стержню на него действует сила Ампера, модуль которой  $F = IBl$ , и сила трения  $F_{\text{тр}}$ , которая в данном случае равна  $\mu mg$  (рис. 225). Стержень будет двигаться равномерно, если модули этих сил равны:  $\mu mg = IBl$ . Отсюда

$$B = \mu mg / (Il), \quad B = 7 \cdot 10^{-2} \text{ Тл.}$$



Р и с. 225

**679.** Проволочное кольцо радиуса  $R = 5$  см расположено в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 1$  Тл так, что вектор магнитной индукции перпендикулярен плоскости кольца. Определить среднюю ЭДС индукции, возникающую в кольце, если его повернуть на угол  $90^\circ$  за время  $\Delta t = 10^{-1}$  с.

**Решение.** Когда кольцо расположено так, что вектор  $\vec{B}$  перпендикулярен плоскости кольца, магнитный поток через поверхность, ограниченную кольцом,

$$\Phi_1 = BS = B\pi R^2,$$

где  $S$  – площадь кольца.

Если повернуть кольцо на  $90^\circ$ , то магнитный поток  $\Phi_2 = 0$ . Изменение магнитного потока

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = -B\pi R^2.$$

Средняя скорость изменения магнитного потока

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{B\pi R^2}{\Delta t}.$$

Согласно закону электромагнитной индукции, в кольце возникает средняя ЭДС индукции

$$\langle \mathcal{E}_i \rangle = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B\pi R^2}{\Delta t}, \quad \langle \mathcal{E}_i \rangle = 8 \cdot 10^{-2} \text{ В}.$$

**680.** Самолет летит горизонтально со скоростью  $v = 1200$  км/ч. Найти разность потенциалов, возникающую между концами крыльев, если вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли  $B_B = 5,0 \cdot 10^{-5}$  Тл. Размах крыльев  $l = 40$  м. Чему равна максимальная разность потенциалов, которая может возникнуть при полете самолета? Горизонтальная составляющая индукции магнитного поля Земли  $B_r = 2 \cdot 10^{-5}$  Тл.

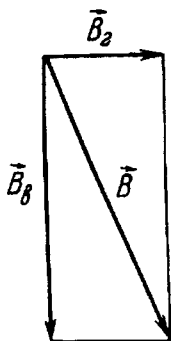
**Решение.** Разность потенциалов, возникающая между концами крыльев самолета, равна ЭДС индукции:  $U = \mathcal{E}_i$ . При горизонтальном полете скорость самолета направлена перпендикулярно вертикальной составляющей индукции магнитного поля Земли, поэтому разность потенциалов

$$U = B_B lv, \quad U = 0,67 \text{ В}.$$

Максимальная разность потенциалов  $U_m$  при данных скорости и размахе крыльев может возникнуть тогда, когда скорость самолета будет направлена перпендикулярно вектору  $\vec{B}$  индукции магнитного поля Земли (рис. 226). Согласно теореме Пифагора, модуль вектора  $\vec{B}$

$$B = \sqrt{B_r^2 + B_B^2},$$

поэтому  $U_m = lv\sqrt{B_r^2 + B_B^2}$ ,  $U_m = 0,72$  В.



Р и с. 226

**681.** Проволочная рамка площадью  $S = 400 \text{ см}^2$  равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ Тл}$  вокруг оси, перпендикулярной направлению поля. Период вращения рамки  $T = 0,05 \text{ с}$ . Рамка состоит из  $N = 300$  витков. Определить максимальное значение ЭДС, возникающей в рамке.

**Решение.** Рассмотрим один виток рамки. При равномерном вращении его вокруг оси  $OO'$  (рис. 227) с угловой скоростью  $\omega$  магнитный поток, пронизывающий площадь, ограниченную этим витком, будет непрерывно изменяться с течением времени по закону

$$\Phi = BS \cos \alpha,$$

где  $S$  – площадь рамки;  $\alpha$  – угол между нормалью к плоскости и вектором  $\vec{B}$ .

Время будем отсчитывать с момента, когда  $\alpha = 0$ . Тогда в момент времени  $t$   $\alpha = \omega t$ , следовательно,

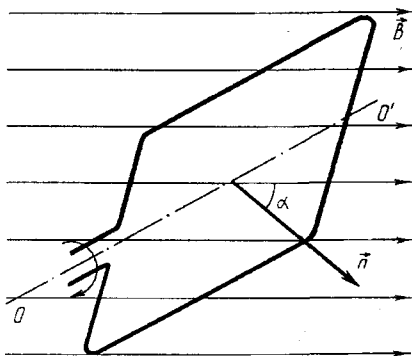
$$\Phi_1 = BS \cos \omega t,$$

а в момент времени  $t + \Delta t$

$$\Phi_2 = BS \cos \omega(t + \Delta t).$$

За промежуток времени  $\Delta t$  магнитный поток изменится на

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= \Phi_2 - \Phi_1 = BS(\cos \omega(t + \Delta t) - \cos \omega t) = \\ &= BS(\cos \omega t \cos \omega\Delta t - \sin \omega t \sin \omega\Delta t - \cos \omega t). \end{aligned}$$



Р и с . 227

Если  $\Delta t$  очень мало, можно считать  $\cos \omega \Delta t \approx 1$  и  $\sin \omega \Delta t \approx \omega \Delta t$ , поэтому

$$\Delta \Phi = -BS\omega \Delta t \sin \omega t.$$

ЭДС индукции в одном витке

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = BS\omega \sin \omega t. \quad (1)$$

В  $N$  витках ЭДС индукции будет в  $N$  раз больше, т. е.

$$\mathcal{E}_i = NBS\omega \sin \omega t, \text{ или } \mathcal{E}_i = \mathcal{E}_m \sin \omega t,$$

где  $\mathcal{E}_m$  — максимальное (амплитудное) значение ЭДС индукции:

$$\mathcal{E}_m = NBS\omega. \quad (2)$$

Таким образом, при равномерном вращении проводящей рамки в однородном магнитном поле в ней возникает переменная синусоидальная ЭДС индукции.

Подставив в выражение (2) значение угловой скорости  $\omega = 2\pi/T$ , где  $T$  — период вращения рамки, найдем:

$$\mathcal{E}_m = \frac{2\pi NBS}{T}, \quad \mathcal{E}_m = 30 \text{ В.}$$

Заметим, что формулу (1) можно получить проще, воспользовавшись понятием производной. Если  $\Phi(t)$  — функция времени, то, как известно, производная этой функции есть скорость изменения ее в момент времени  $t$ . Согласно закону электромагнитной индукции, ЭДС индукции в замкнутом контуре равна скорости изменения потока магнитной индукции через поверхность, ограниченную контуром. Поэтому с учетом знака ЭДС индукции  $\mathcal{E}_i = -\Phi'$ , где  $\Phi'$  — производная функции  $\Phi(t)$ , выражающей зависимость магнитного потока от времени. Так как  $\Phi(t) = BS \cos \omega t$ , то, взяв производную функции  $\Phi(t)$  по времени, получим

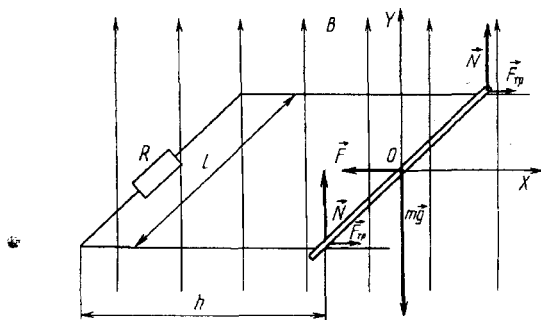
$$\mathcal{E}_i = BS\omega \sin \omega t.$$

**682.** Определить скорость изменения силы тока в катушке индуктивностью  $L = 100$  мГн, если в ней возникла ЭДС самоиндукции  $\mathcal{E}_s = 80,0$  В.

**Решение.** Находим  $|\mathcal{E}_s| = L \left| \frac{\Delta I}{\Delta t} \right|$ , где  $\left| \frac{\Delta I}{\Delta t} \right|$  — скорость изменения силы тока. Отсюда

$$\left| \frac{\Delta I}{\Delta t} \right| = \frac{|\dot{\mathcal{E}}_s|}{L}, \quad \left| \frac{\Delta I}{\Delta t} \right| = 800 \text{ А/с.}$$

**683.** На горизонтальных проводящих стержнях лежит металлическая перемычка массой  $m = 50$  г (рис. 228). Коэффициент трения между стержнями и перемычкой  $\mu = 0,15$ . Стержни замкнуты на резистор сопротивлением  $R = 5$  Ом. Система находится в магнитном поле, магнитная индукция которого направлена вертикально вверх, а ее модуль изменяется со временем по закону  $B = At$ , где  $A = 5$  Тл/с. Определить момент времени, в который перемычка начнет двигаться по стержню. Геометрические размеры:  $l = 1$  м,  $h = 0,3$  м. Сопротивлением перемычки и проводящих стержней пренебречь.



Р и с . 228 .

**Р е ш е н и е.** Проводящие стержни с резистором и перемычка образуют контур. Этот контур находится в переменном магнитном поле, поэтому в нем возникает индукционный ток. Следовательно, на перемычку будет действовать сила Ампера, модуль которой в момент времени  $t$

$$F = IBl = IAtl,$$

где  $I$  — сила тока.

Кроме того, на перемычку действуют две силы трения  $\vec{F}_{\text{тр}}$ , модуль каждой из которых  $F_{\text{тр}} = \mu N$ , где  $N$  — сила нормальной реакции стержня.

Перемычка начнет двигаться при условии, что сумма проекций всех сил на ось  $OX$  равна нулю, т. е.  $2F_{\text{тр}} - F = 0$ , или

$$2\mu N - IAtl = 0. \quad (1)$$



Чтобы найти  $N$ , спроектируем силы на ось  $OY$  и составим уравнение  $2N - mg = 0$ . Отсюда

$$N = mg/2. \quad (2)$$

Согласно закону Ома, сила тока  $I = \mathcal{E}_i/R$ , где  $\mathcal{E}_i$  – ЭДС индукции. По закону электромагнитной индукции

$$|\mathcal{E}_i| = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right|,$$

где  $\Delta\Phi$  – изменение магнитного потока за время  $\Delta t$ .

Пусть  $t_1 = 0$ , тогда  $\Delta t = t$ ,  $\Phi_1 = 0$ ,  $\Phi_2 = BS = AtS$ ,  $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = AtS$ ,  $|\mathcal{E}_i| = AS = Alh$ , где  $S = lh$  – площадь, ограниченная контуром. Следовательно, сила тока

$$I = Alh/R. \quad (3)$$

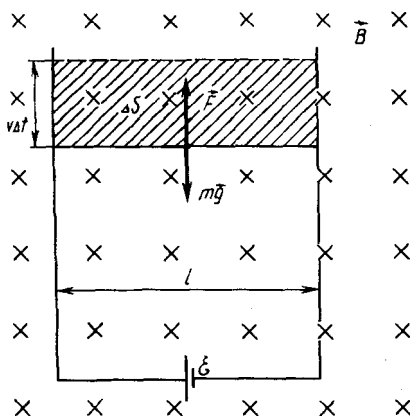
Подставив значения (2) и (3) в уравнение (1), получим

$$\mu mg - \frac{A^2 l^2 h}{R} t = 0.$$

Отсюда

$$t = \frac{\mu mg R}{A^2 l^2 h}, \quad t = 5 \cdot 10^{-2} \text{ с.}$$

**684.** Горизонтально расположенный проводящий стержень, сопротивление которого  $R$  и масса  $m$ , может скользить без нарушения электрического контакта по двум вертикальным медным шинам. Расстояние между шинами равно  $l$ . Снизу их концы соединены с источником тока, ЭДС которого равна  $\mathcal{E}$  (рис. 229). Перпендикулярно плоскости, в которой находятся шины, приложено однородное магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$ . Найти постоянную скорость, с которой будет подниматься стержень. Сопротивлением шин и источника тока, а также трением пренебречь.



Р и с. 229

**Р е ш е н и е.** На стержень действуют две силы: сила тяжести  $m\vec{g}$  и направленная вверх сила Ампера  $\vec{F}$ , модуль которой

$$F = Il, \quad (1)$$

где  $I$  — сила тока в цепи.

Так как стержень движется с постоянной скоростью, то выполняется условие равновесия

$$F - mg = 0. \quad (2)$$

Кроме ЭДС источника  $\mathcal{E}$ , в цепи действует ЭДС индукции  $\mathcal{E}_i$ . По закону Ома для замкнутой цепи сила тока

$$I = \frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}_i}{R}. \quad (3)$$

Согласно закону электромагнитной индукции,

$$\mathcal{E}_i = -\Delta\Phi/\Delta t, \quad (4)$$

где  $\Delta\Phi$  — изменение магнитного потока за время  $\Delta t$ . Магнитная индукция в данном случае постоянна, следовательно,  $\Delta\Phi = B\Delta S$ , где  $\Delta S = S_2 - S_1$  — изменение площади, ограниченной контуром, за время  $\Delta t$ . Как видно из рис. 229,  $\Delta S = lv\Delta t$ . Следовательно,  $\Delta\Phi = Blv\Delta t$ , и на основании формулы (4)  $\mathcal{E}_i = -Blv$ . Подставив это значение ЭДС индукции в формулу (3), получим

$$I = \frac{\mathcal{E} - Blv}{R}. \quad (5)$$

На основании выражений (1), (2) и (5) получим

$$Bl \frac{\mathcal{E} - Blv}{R} - mg = 0,$$

откуда

$$v = \frac{\mathcal{E}}{Bl} - \frac{Rmg}{B^2 l^2}.$$

Нетрудно убедиться, что при равномерном движении стержня вниз со скоростью  $v_1$  возникала бы ЭДС индукции  $\mathcal{E}_i = Blv_1$ , так как в этом случае площадь контура уменьшается и поэтому  $\Delta S = -lv_1\Delta t$ . Предлагаем читателю самостоятельно найти значение  $v_1$ .

**685.** Однозарядные ионы, массовые числа которых  $A_1 = 20$  и  $A_2 = 22$ , разгоняются в электрическом поле при

разности потенциалов  $U = 4,0 \cdot 10^3$  В, затем влетают в однородное магнитное поле с индукцией  $B = 0,25$  Тл перпендикулярно силовым линиям и, описав полуокружность, вылетают двумя пучками. Определить расстояние между этими пучками. Заряд одновалентного иона  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, атомная единица массы  $m_0 = 1,66 \cdot 10^{-27}$  кг.

**Решение.** Найдем скорости  $v_1$  и  $v_2$  ионов, которые они имели при вылете из электрического поля. Работа сил электрического поля равна изменению кинетической энергии каждого иона:

$$eU = m_1 v_1^2 / 2, \quad eU = m_2 v_2^2 / 2.$$

Отсюда

$$v_1 = \sqrt{2eU/m_1}, \quad v_2 = \sqrt{2eU/m_2}, \quad (1)$$

где  $m_1, m_2$  – массы ионов:

$$m_1 = A_1 m_0, \quad m_2 = A_2 m_0. \quad (2)$$

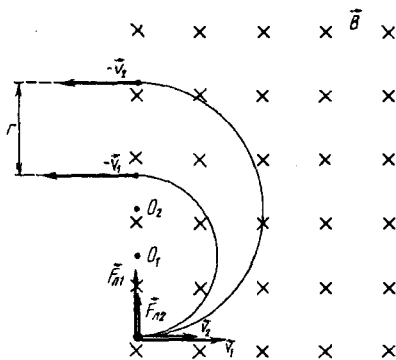
В магнитном поле на ионы действуют силы Лоренца  $\vec{F}_{Л1}$  и  $\vec{F}_{Л2}$  (рис. 230), модули которых – соответственно

$$F_{Л1} = ev_1 B, \quad F_{Л2} = ev_2 B.$$

Эти силы сообщают ионам центростремительное ускорение, вследствие чего ионы движутся по окружностям таких радиусов  $R_1$  и  $R_2$ , что, согласно второму закону Ньютона,

$$ev_1 B = m_1 v_1^2 / R_1, \quad ev_2 B = m_2 v_2^2 / R_2.$$

Отсюда



Р и с. 230

$$R_1 = \frac{m_1 v_1}{eB}, \quad R_2 = \frac{m_2 v_2}{eB}. \quad (3)$$

Подставив в выражения (3) значения (1) и (2), получим:

$$R_1 = \frac{\sqrt{2eUA_1 m_0}}{eB}, \quad R_2 = \frac{\sqrt{2eUA_2 m_0}}{eB}. \quad (4)$$

Так как  $A_2 > A_1$ , из формул (4) следует, что  $R_2 > R_1$ . Это и показано на рис. 230. Из него видно, что ионы вылетают из магнитного поля двумя пучками, расстояние между которыми равно разности диаметров полуокружностей, т. е.

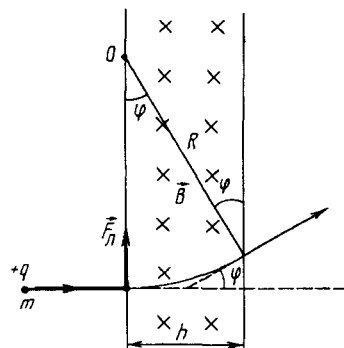
$$r = 2R_2 - 2R_1 = 2(R_2 - R_1).$$

Подставив в это выражение значения  $R_1$  и  $R_2$  из формул (4), найдем:

$$r = \frac{2\sqrt{2}}{B} \sqrt{\frac{m_0 U}{e}} (\sqrt{A_2} - \sqrt{A_1}), \quad r = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

**686.**  $\alpha$ -Частица влетает по нормали в область поперечного однородного магнитного поля с индукцией  $B = 0,1$  Тл (рис. 231). Размер области  $h = 0,2$  м. Найти скорость частицы, если после прохождения магнитного поля она отклонилась на угол  $\varphi = 30^\circ$  от первоначального направления. Отношение заряда  $\alpha$ -частицы к ее массе  $q/m = 0,5 \cdot 10^8$  Кл/кг.

**Решение.** В магнитном поле на  $\alpha$ -частицу действует сила Лоренца  $\vec{F}_L$ , модуль которой  $F_L = qvB$ . Эта сила сообщает частице центростремительное ускорение  $a = v^2/R$ , где  $R$  — радиус окружности, по дуге которой движется частица в магнитном поле.



Р и с. 231

По второму закону Ньютона уравнение движения имеет вид

$$qvB = mv^2/R,$$

где  $m$  — масса частицы;  $v$  — ее скорость. Отсюда

$$v = \frac{q}{m} RB.$$

Как видно из рис. 231,  $R = h/\sin \varphi$ . Следовательно,

$$v = \frac{q}{m} \frac{hB}{\sin \varphi}, \quad v = 2 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

**687.** Из электронной пушки, ускоряющее напряжение в которой  $U = 600$  В, вылетает электрон и попадает в однородное магнитное поле с индукцией  $B = 1,2$  Тл. Направление скорости составляет с направлением линий магнитной индукции угол  $\alpha = 30^\circ$ . Найти ускорение электрона в магнитном поле. Отношение заряда электрона к его массе  $e/m_e = 1,76 \cdot 10^{11}$  Кл/кг.

**Решение.** Сила Лоренца  $\vec{F}_L$ , действующая на движущийся в магнитном поле электрон, сообщает ему ускорение  $\vec{a}$ , сонаправленное с этой силой. По второму закону Ньютона имеем уравнение движения  $\vec{F}_L = m_e \vec{a}$ , или в проекциях на направление силы Лоренца  $F_L = m_e a$ , откуда

$$a = F_L / m_e. \quad (1)$$

Модуль силы Лоренца

$$F_L = evB \sin \alpha, \quad (2)$$

где  $v$  – скорость электрона, с которой он вылетел из электронной пушки.

Изменение кинетической энергии электрона в электронной пушке равно работе электростатического поля:  $m_e v^2 / 2 = eU$ . Отсюда

$$v = \sqrt{2U \frac{e}{m_e}}. \quad (3)$$

Подставив значения (2) и (3) в формулу (1), получим

$$a = \frac{e}{m_e} B \sqrt{2U \frac{e}{m_e}} \sin \alpha, \quad a = 1,5 \cdot 10^{18} \text{ м/с}.$$

**688.** Из двух одинаковых проводников изготовлены два контура – квадратный и круговой. Оба контура помещены в одной плоскости в изменяющемся во времени однородном магнитном поле. В круговом контуре индуцируется постоянный ток силой  $I_1 = 0,41$  А. Найти силу тока в квадратном контуре.

**Решение.** По закону Ома сила тока в круговом контуре

$$I_1 = \mathcal{E}_1 / R_1, \quad (1)$$

в квадратном

$$I_2 = \mathcal{E}_2 / R_2, \quad (2)$$

где  $\mathcal{E}_1$ ,  $\mathcal{E}_2$  — ЭДС индукции в этих контурах;  $R_1$ ,  $R_2$  — сопротивления контуров. Так как проводники одинаковые, то  $R_1 = R_2$ .

Разделив почленно равенство (1) на (2), получим  $I_1/I_2 = \mathcal{E}_1/\mathcal{E}_2$ , откуда сила тока в квадратном контуре

$$I_2 = I_1 \frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1}. \quad (3)$$

По закону электромагнитной индукции находим ЭДС индукции в контурах:

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{\Delta\Phi_1}{\Delta t} = -\frac{S_1\Delta B}{\Delta t}, \quad \mathcal{E}_2 = -\frac{\Delta\Phi_2}{\Delta t} = -\frac{S_2\Delta B}{\Delta t}, \quad (4)$$

где  $\Delta B/\Delta t$  — скорость изменения магнитной индукции, одинаковая для обоих контуров и постоянная во времени, так как индукционные токи постоянны;  $S_1$ ,  $S_2$  — площади, ограниченные соответственно круговым и квадратным контуром.

Из формул (4) следует

$$\mathcal{E}_2/\mathcal{E}_1 = S_2/S_1. \quad (5)$$

Пусть  $l$  — длина проводника. Тогда сторона квадрата равна  $l/4$ , а радиус кругового контура  $R = l/(2\pi)$ . Следовательно,

$$S_1 = \pi R^2 = \frac{l^2}{4\pi}, \quad S_2 = \frac{l^2}{16}. \quad (6)$$

Поэтому, учитывая выражения (5) и (6), будем иметь  $\mathcal{E}_2/\mathcal{E}_1 = \pi/4$ . Подставив это значение в формулу (3), найдем:

$$I_2 = \frac{\pi}{4} I_1, \quad I_2 = 3,2 \cdot 10^{-1} \text{ А.}$$

**689.** Металлическое кольцо, диаметр которого  $d$  и сопротивление  $R$ , расположено в однородном магнитном поле так, что плоскость кольца перпендикулярна вектору магнитной индукции  $\vec{B}$ . Кольцо вытягивают в сложенный вдвое отрезок прямой; при этом площадь, ограниченная контуром проводника, уменьшается равномерно. Определить заряд  $q$ , который пройдет по проводнику.

**Решение.** При деформации кольца изменяется площадь, ограниченная контуром. Следовательно, изменяется магнитный поток, что приводит к возникновению ЭДС индукции. За время  $\Delta t$  по проводнику пройдет заряд

$$q = I\Delta t, \quad (1)$$

где  $I$  – сила индукционного тока; по закону Ома

$$I = \varepsilon_i / R; \quad (2)$$

$\varepsilon_i$  – ЭДС индукции. Согласно закону электромагнитной индукции,

$$\varepsilon_i = -\Delta\Phi / \Delta t, \quad (3)$$

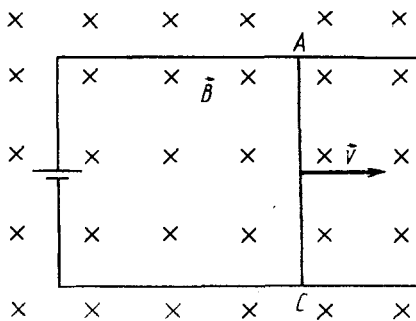
где  $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$  – изменение магнитного потока. Начальный магнитный поток  $\Phi_1 = BS_1$ , где  $S_1$  – площадь, ограниченная кольцом. Так как  $S_1 = \pi d^2 / 4$ , то  $\Phi_1 = B\pi d^2 / 4$ .

Когда кольцо вытянули в сложенный вдвое отрезок прямой, получили  $S_2 = 0$ , поэтому  $\Phi_2 = BS_2 = 0$ . Следовательно,

$$\Delta\Phi = -B\pi d^2 / 4. \quad (4)$$

На основании формул (1)–(4) получим  $q = B\pi d^2 / (4R)$ .

**690.** Проводящий контур с источником тока, имеющим внутреннее сопротивление  $r = 0,2$  Ом, находится в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,1$  Тл. Вектор  $\vec{B}$  перпендикулярен плоскости контура и направлен так, как показано на рис. 232. Проводник  $AC$  может скользить по направляющим рельсам, не теряя электрического контакта. Найти силу тока в цепи при движении проводника  $AC$  со скоростью  $v_1 = 10$  м/с вправо, если при движении его в том же направлении со скоростью  $v_2 = 40$  м/с ток отсутствует. Сопротивление проводника  $AC$   $R = 0,1$  Ом, его длина  $l = 10$  см. Сопротивлением направляющих рельсов и силами трения пренебречь.



Р и с. 232

**Р е ш е н и е.** При движении проводника  $AC$  вправо площадь контура увеличивается, и поэтому в нем, как это показано в решении задачи 684, возникает ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_i = -Blv,$$

где  $B$  — модуль вектора магнитной индукции;  $l$  — длина проводника;  $v$  — его скорость.

По закону Ома сила тока в контуре

$$I = \frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}_i}{R + r} = \frac{\mathcal{E} - Blv}{R + r},$$

где  $\mathcal{E}$  — ЭДС источника тока.

При скорости  $v_1$  сила тока

$$I_1 = \frac{\mathcal{E} - Blv_1}{R + r}, \quad (1)$$

при скорости  $v_2$

$$I_2 = \frac{\mathcal{E} - Blv_2}{R + r}. \quad (2)$$

Из формулы (2), учитывая, что  $I_2 = 0$ , находим ЭДС источника тока:  $\mathcal{E} = Blv_2$ . Подставив это значение ЭДС в выражение (1), получим:

$$I_1 = \frac{Bl(v_2 - v_1)}{R + r}, \quad I_1 = 1 \text{ А.}$$

**691.** Проводящая рамка, имеющая  $N = 500$  витков площадью  $S = 12 \text{ см}^2$  каждый, замкнута на гальванометр, сопротивление которого  $R = 5 \text{ кОм}$ . Рамка находится в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 2 \cdot 10^{-2} \text{ Тл}$ , причем силовые линии поля перпендикулярны плоскости рамки. Какой заряд пройдет по цепи гальванометра, если рамку повернуть на  $180^\circ$ ?

**Р е ш е н и е.** При повороте рамки в ней индуцируется ЭДС, среднее значение которой

$$\mathcal{E}_i = -\Delta\Phi / \Delta t, \quad (1)$$

где  $\Delta\Phi$  — изменение магнитного потока;  $\Delta t$  — время, в течение которого происходил поворот.

Сила тока в рамке  $I = \mathcal{E}_i / R$ . Прошедший по цепи за время  $\Delta t$  заряд

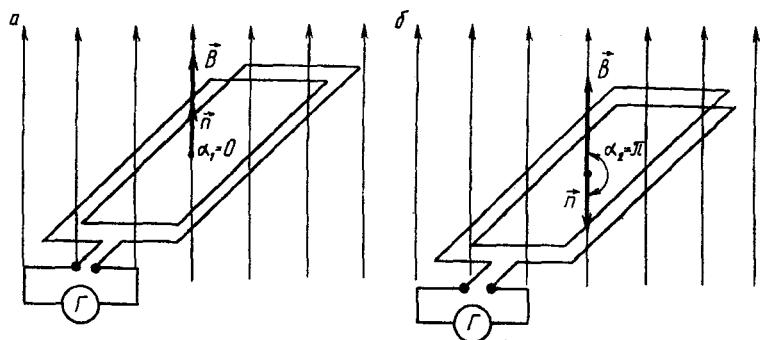
$$q = I\Delta t = \frac{\mathcal{E}_i}{R} \Delta t. \quad (2)$$



## Изменение магнитного потока

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1. \quad (3)$$

Начальный магнитный поток через поверхность, ограниченную рамкой (рис. 233, а),  $\Phi_1 = NBS$ , так как угол  $\alpha_1$



Р и с. 233

между векторами  $\vec{B}$  и  $\vec{n}$  (нормали к поверхности) равен нулю и  $\cos\alpha_1 = 1$ . После поворота на  $180^\circ$  векторы  $\vec{B}$  и  $\vec{n}$  направлены противоположно (рис. 233, б),  $\alpha_2 = \pi$ ,  $\cos\alpha_2 = -1$ , следовательно,  $\Phi_2 = -NBS$ . Подставив значения  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  в выражение (3), получим

$$\Delta\Phi = -2NBS.$$

Теперь формула (1) примет вид

$$\mathcal{E}_i = 2NBS/(\Delta t),$$

и, подставив это значение в выражение (2), найдем заряд:

$$q = 2NBS/R, \quad q = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Кл.} \quad (4)$$

Полезно обратить внимание на то, что описанным в данной задаче методом можно измерять магнитную индукцию  $B$ . В самом деле, зная число витков  $N$ , площадь витка  $S$ , сопротивление цепи  $R$  (при этом надо учитывать и сопротивление гальванометра) и измерив заряд  $q$  с помощью гальванометра, можно по формуле (4) найти  $B$ .