

V. ОПТИКА

13. ЗАКОНЫ ОТРАЖЕНИЯ И ПРЕЛОМЛЕНИЯ СВЕТА

Методические указания к решению задач

При решении большинства задач по оптике важное значение имеет правильно сделанный чертеж.

В задачах о преломлении света на плоской границе раздела двух сред при построении хода луча нужно учитывать, что при переходе луча из оптически менее плотной среды в оптически более плотную угол преломления меньше угла падения, а при переходе из оптически более плотной среды в менее плотную угол преломления больше угла падения. Если же во втором случае угол падения больше предельного угла, то луч не переходит во вторую среду — происходит полное отражение света. Сделав чертеж, надо на основании закона преломления света составить уравнения для каждой границы раздела сред и дополнительные уравнения исходя из геометрических соображений. Затем из этой системы уравнений определяют искомую величину.

Основные законы и формулы

Законы отражения света:

1. Падающий луч, отраженный луч и перпендикуляр к границе раздела двух сред, проведенный в точке падения луча, лежат в одной плоскости.

2. Угол отражения равен углу падения.

Законы преломления света:

1. Падающий луч, преломленный луч и перпендикуляр к границе раздела двух сред, проведенный в точке падения луча, лежат в одной плоскости.

2. Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления для данных двух сред есть величина постоянная, называемая *относительным показателем преломления* второй среды относительно первой:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{21}.$$

Абсолютным показателем преломления среды называется показатель преломления этой среды относительно вакуума. Он показывает, во сколько раз скорость света в среде меньше скорости света в вакууме: $n = c/v$, где c — скорость света в вакууме; v — скорость света в данной среде. Относительный показатель преломления

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1},$$

где v_1, v_2 — скорости света в первой и второй средах; n_1, n_2 — абсолютные показатели преломления этих сред.

Предельный угол полного отражения определяется из соотношения

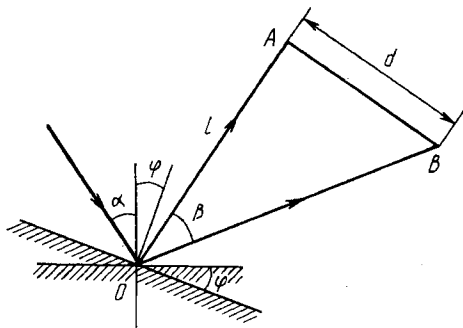
$$\sin \alpha_0 = n_2/n_1,$$

где n_2, n_1 — абсолютные показатели преломления сред.

Примеры решения задач

818. Луч света, отраженный от плоского зеркала, падает перпендикулярно на плоский экран, удаленный на $l = 8,0$ м от зеркала. На какое расстояние переместится световой зайчик на экране, если повернуть зеркало на угол $\varphi = 20^\circ$ вокруг оси, лежащей в плоскости зеркала и перпендикулярной плоскости, в которой находятся падающий и отраженный лучи?

Решение. При повороте зеркала на угол φ отраженный луч повернется на угол β (рис. 252). Тогда свето-



Р и с. 252

вой зайчик переместится на расстояние d . Из прямоугольного треугольника OAB находим $d = l \operatorname{tg} \beta$.

Найдем теперь угол β . При повороте зеркала на угол φ перпендикуляр к зеркалу, восстановленный в точке O падения луча, также повернется на угол φ , поэтому угол падения будет равен $\alpha + \varphi$, а угол между падающим и отраженным лучами равен $2(\alpha + \varphi)$. До поворота зеркала угол между падающим и отраженным лучами был равен 2α .

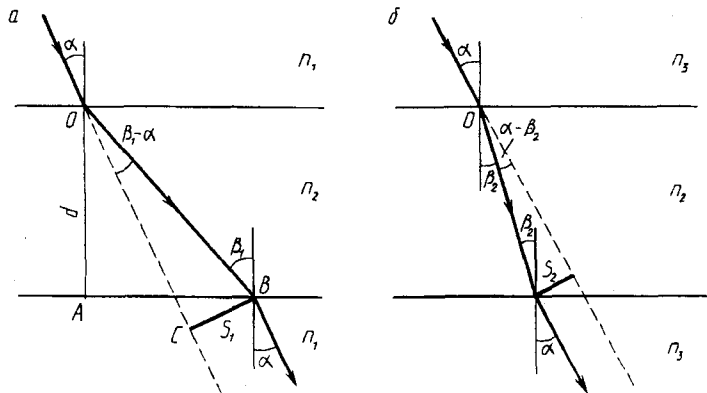
Поскольку направление падающего луча осталось неизменным, то отраженный луч повернулся на угол

$$\beta = 2(\alpha + \varphi) - 2\alpha = 2\varphi.$$

Таким образом, $d = l \operatorname{tg} 2\varphi$. Подставив числовые значения, найдем $d = 6,7$ м.

819. Световой луч падает под углом $\alpha = 30^\circ$ на плоскопараллельную стеклянную пластинку толщиной $d = 10$ см. Определить смещение луча пластинкой, если она погружена: в сероуглерод; в воду. Показатели преломления сероуглерода, стекла и воды — соответственно $n_1 = 1,6$, $n_2 = 1,5$ и $n_3 = 1,3$.

Решение. Ход луча в первом и втором случаях показан на рис. 253, а, б. Показатель преломления сероуглерода больше показателя преломления стекла, а показатель преломления воды меньше показателя преломления стекла. Поэтому в первом случае преломленный луч в стекле удаляется от перпендикуляра, восстановленного в точке падения, а во втором приближается к нему. Вышедший из



Р и с. 253

пластинки луч в обоих случаях будет параллелен падающему.

Определим смещение s_1 луча, когда пластина погружена в сероуглерод (рис. 253, а). Из прямоугольных треугольников AOB и COB получим

$$\frac{s_1}{\sin(\beta_1 - \alpha)} = \frac{d}{\cos \beta_1}.$$

Отсюда

$$s_1 = \frac{d \sin(\beta_1 - \alpha)}{\cos \beta_1}. \quad (1)$$

По закону преломления света $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_1} = \frac{n_2}{n_1}$, откуда

$$\sin \beta_1 = \frac{n_1 \sin \alpha}{n_2}. \quad (2)$$

Следовательно,

$$\cos \beta_1 = \sqrt{1 - \sin^2 \beta_1} = \frac{1}{n_2} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}. \quad (3)$$

Подставив значения (2) и (3) в формулу (1), после преобразований получим:

$$s_1 = d \left(\frac{n_1 \sin 2\alpha}{2\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}} - \sin \alpha \right), \quad s_1 = 5,9 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Для случая, когда пластинка погружена в воду, смещение определяется аналогично. Поэтому читателю рекомендуется найти смещение самостоятельно, используя рис. 253, б.

820. Определить угол отклонения светового луча трехгранной призмой с преломляющим углом φ , если угол падения луча на переднюю грань равен α , а показатели преломления среды вне призмы и материала призмы равны соответственно n_1 и n_2 , причем $n_2 > n_1$.

Решение. Угол отклонения луча

$$\theta = (\alpha - \beta) + (\beta_1 - \alpha_1) \quad (1)$$

как внешний угол треугольника ABC (рис. 254). Кроме того, $\angle AEB = \angle BDK = \varphi$ как углы со взаимно перпендикулярными сторонами. Угол BDK является внешним углом треугольника ABD , поэтому

$$\varphi = \beta + \alpha_1. \quad (2)$$

На основании выражений (1) и (2) получим

$$\theta = \alpha - \varphi + \beta_1. \quad (3)$$

Используя закон преломления света, можем записать:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{n_1}{n_2}. \quad (4)$$

Отсюда

$$\sin \beta = \frac{n_1 \sin \alpha}{n_2}, \quad \sin \beta_1 = \frac{n_2 \sin \alpha_1}{n_1}.$$

Из выражения (2) следует, что $\alpha_1 = \varphi - \beta$, поэтому

$$\sin \beta_1 = \frac{n_2}{n_1} \sin(\varphi - \beta) = \frac{n_2}{n_1} (\sin \varphi \cos \beta - \cos \varphi \sin \beta).$$

Подставим в эту формулу значение $\sin \beta$ и произведем преобразования:

$$\begin{aligned} \sin \beta_1 &= \frac{n_2}{n_1} \left((\sin \varphi) \sqrt{1 - \frac{n_1^2 \sin^2 \alpha}{n_2^2}} - (\cos \varphi) \frac{n_1}{n_2} \sin \alpha \right) = \\ &= \frac{n_2}{n_1} (\sin \varphi) \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2 \alpha} - \cos \varphi \sin \alpha. \end{aligned} \quad (5)$$

Учитывая равенства (3) и (5), получаем значение угла отклонения луча призмой:

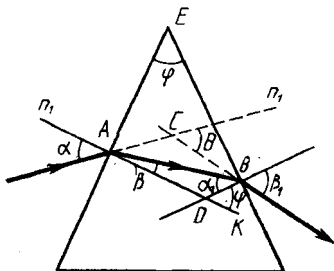
$$\theta = \alpha - \varphi + \arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} (\sin \varphi) \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2 \alpha} - \cos \varphi \sin \alpha \right). \quad (6)$$

Полезно обратить внимание на то, что в случае, когда преломляющий угол φ мал (призма тонкая) и угол падения α мал, выражение для угла отклонения θ имеет более простую форму. Действительно, в этом случае, заменяя в формулах (4) синусы углов их значениями (в радианах), получаем:

$$\alpha = \frac{n_2}{n_1} \beta, \quad \beta_1 = \frac{n_2}{n_1} \alpha_1.$$

Подставив эти значения в формулу (3) и учитывая выражение (2), найдем

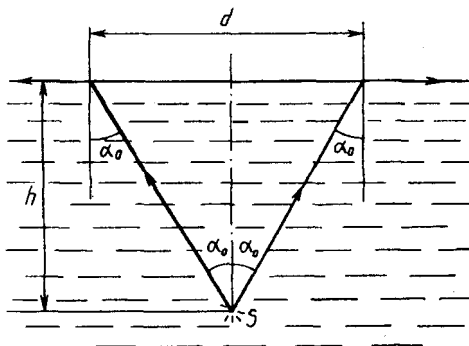
$$\theta = (n_2/n_1 - 1)\varphi.$$



Р и с. 254

Эта формула является частным случаем формулы (6) при малых φ и α . Она может быть получена из формулы (6), если заменить синусы углов φ и α их значениями (в радианах) и пренебречь членами, пропорциональными α^2 и φ^2 .

821. На какой глубине расположен точечный источник света S в воде, если с поверхности воды лучи выходят в воздух из круга диаметром $d = 20$ м (рис. 255)? Показатель преломления воды $n = 1,3$.



Р и с. 255

Р е ш е н и е. Вторая среда (воздух) оптически менее плотная, чем первая (вода), поэтому из воды выйдут только те лучи света, угол падения которых меньше предельного угла α_0 . Как видно из рисунка, глубина

$$h = d / (2 \operatorname{tg} \alpha_0). \quad (1)$$

Для предельного угла справедливо соотношение $\sin \alpha_0 = n_2 / n_1$, где n_1, n_2 — абсолютные показатели преломления соответственно воды и воздуха. Так как $n_1 = n, n_2 = 1$, то $\sin \alpha_0 = 1/n$. Тогда

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{\sin \alpha_0}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha_0}} = \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}}.$$

Подставив это значение в формулу (1), получим:

$$h = \frac{d \sqrt{n^2 - 1}}{2}, \quad h = 8,3 \text{ м.}$$