фотоаппарата, объектив которого имеет фокусное расстояние $F = 0{,}5$ м. Каков масштаб полученных снимков?

892. При фотографировании предмета с расстояния $d_1 = 15$ м высота его изображения на фотопленке $h_1 = 30$ мм; а при фотографировании с расстояния $d_2 = 9$ м $-$ $h_2 = 51$ мм. Найти фокусное расстояние объектива фотоаппарата.

893. Какое увеличение дает лупа, имеющая оптическую силу $D = 16$ дптр? Построить изображение в лупе.

894. Проекционный аппарат дает на экране увеличенное в $\Gamma = 20$ раз изображение диапозитива. Найти расстояние между объективом проекционного аппарата и изображением, если фокусное расстояние объектива $F = 20$ см.

895. Светящаяся точка, находящаяся на расстоянии $d = 15$ см от собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 10$ см, движется со скоростью $v = 2$ см/с перпендикулярно главной оптической оси. С какой скоростью движется изображение точки?

896. Кинокамерой сняли колебания тяжелого груза, подвешенного на проволоке. Съемка велась с помощью объектива с фокусным расстоянием $F = 5$ см. Изображение маятника на пленке имеет длину $l = 20$ мм. За время съемки $t = 1$ мин маятник совершил $N = 24$ полных колебания. С какого расстояния (от объектива до маятника) велась съемка? Маятник считать математическим.

15. СВЕТОВЫЕ ВОЛНЫ

Методические указания к решению задач

При решении большинства задач, в которых рассматривается интерференция света, нужно сначала выяснить, почему возникает и чему равна оптическая разность хода интерферирующих волн. Затем, применяя условие максимума или минимума освещенности при интерференции, составить уравнение, из которого можно определить искомую величину.

В ряде задач рассматривается дифракция света на дифракционной решетке. При решении их нужно использовать условие главных максимумов освещенности в дифракционной картине, учитывать симметричность этой картины относительно центрального максимума, а затем из составленной системы уравнений найти неизвестную величину.

Основные законы и формулы

Длина световой волны в среде

$$\lambda_{ср} = \lambda/n,$$

где λ – длина световой волны в вакууме; n – абсолютный показатель преломления среды.

Оптическая длина пути световой волны

$$L = nl,$$

где l – геометрическая длина пути.

Оптическая разность хода двух волн

$$\Delta = L_2 - L_1,$$

где L_2, L_1 – оптические длины путей этих волн.

Условие интерференционных максимумов:

$$\Delta = k\lambda \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \ \ldots),$$

где Δ – оптическая разность хода двух световых волн; λ – длина волны.

Условие интерференционных минимумов:

$$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \ \ldots).$$

Условие главных максимумов освещенности при дифракции на дифракционной решетке нормально падающего света:

$$d \sin\varphi = k\lambda \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \ \ldots),$$

где d – постоянная (период) дифракционной решетки; φ – угол отклонения лучей, соответствующий этому максимуму; k – порядок главного максимума; λ – длина световой волны.

Примеры решения задач

897. В опыте Юнга источником света служит ярко освещенная узкая щель S в экране A (рис. 281). Свет от нее падает на второй непрозрачный экран B, в котором имеются две одинаковые узкие щели S_1 и S_2, параллельные S. Щели S_1 и S_2 находятся на небольшом расстоянии друг от друга и являются когерентными источниками света. Интерференция наблюдается на экране C, параллельном экрану B и расположенном от него на расстоянии l, причем $l \gg d$. Интерференционная картина представляет собой чередование светлых и темных полос (максимумов и минимумов), параллельных друг другу. Найти расстояние между двумя соседними максимумами, если известно, что d = 0,2 мм, l = 2 м, длина световой волны λ = 500 нм.

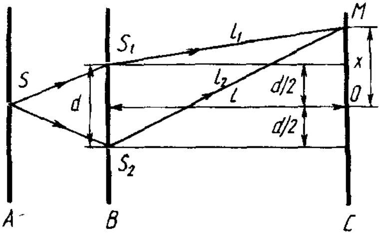


Рис. 281

Решение. В некоторой точке M экрана C будет наблюдаться интерференционный максимум при выполнении условия

$$\Delta = k\lambda, \tag{1}$$

где $\Delta = L_2 - L_1$ – оптическая разность хода. В данном случае $\Delta = l_2 - l_1$, так как показатель преломления воздуха $n = 1$. Обозначим через x_k расстояние от точки M до точки O, симметричной относительно щелей. Из рисунка видно, что

$$l_1^2 = l^2 + (x_k - d/2)^2,\ l_2^2 = l^2 + (x_k + d/2)^2.$$

Отсюда получим:

$$l_2^2 - l_1^2 = 2x_k d,\ (l_2 + l_1)(l_2 - l_1) = 2x_k d,$$

$$l_2 - l_1 = 2x_k d/(l_2 + l_1).$$

Из условия $l \gg d$ следует, что $l_2 + l_1 \approx 2l$, поэтому

$$\Delta = x_k d/l. \tag{2}$$

Подставив значение Δ из равенства (1) в (2), найдем

$$x_k = kl\lambda/d.$$

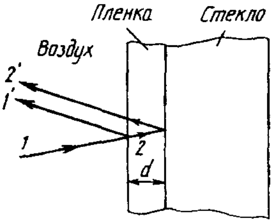
Расстояние Δx между двумя соседними интерференционными максимумами

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{(k+1)l\lambda}{d} - \frac{kl\lambda}{d} = \frac{l\lambda}{d},\ \Delta x = 5 \text{ мм}.$$

Отметим, что величина Δx называется также *шириной интерференционной полосы*.

898. Чтобы уменьшить потери света из-за отражения от поверхностей стекла, осуществляют так называемое *просветление оптики:* на свободные поверхности линз наносят тонкие пленки вещества с показателем преломления n меньшим, чем у стекла. Определить минимальную толщину пленки, при которой возникает интерференционный минимум отражения для света с длиной волны $\lambda = 550$ нм, падающего в направлении нормали. Показатель преломления пленки $n = 1,2$.

Р е ш е н и е. При отражении света от границ раздела воздух–пленка и воздух–стекло (рис. 282) происходит потеря полуволны (сдвиг по фазе на 180°), так как и в первом, и во втором случае свет отражается от оптически более плотной среды. Поэтому оптическая разность хода когерентных волн $1'$ и $2'$ зависит только от толщины пленки d и ее показателя преломления n:



Р и с. 282

$$\Delta = 2dn.$$

Здесь учтено, что волна $2'$ проходит дополнительный путь, равный удвоенной толщине пленки. Интерференционный минимум в отраженном свете будет наблюдаться при выполнении условия

$$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \text{ или } 2dn = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad (k = 0,\ 1,\ 2\ldots).$$

При $k = 0$ получим минимальную толщину пленки:

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4n}, \; d_{\min} = 1,2 \cdot 10^2 \text{ нм.}$$

899. Кольца Ньютона образуются в прослойке воздуха между плоскопараллельной стеклянной пластинкой и положенной на нее плосковыпуклой линзой с радиусом кривизны $R = 5,0$ м. Наблюдение ведется в отраженном свете. Радиус третьего темного кольца $r_3 = 3,1$ мм. Найти длину волны света, падающего нормально на плоскую поверхность линзы.

Решение. В отраженном свете темные кольца образуются при выполнении условия интерференционных минимумов

$$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad (k = 0,\ 1,\ 2,\ldots), \qquad (1)$$

где Δ – оптическая разность хода волн, отраженных от выпуклой поверхности на границе раздела стекло–воздух и от пластинки на границе воздух–стекло (рис. 283). Во втором случае отражение происходит от оптически более плотной среды, поэтому теряется половина волны. С учетом этого находим, что разность хода

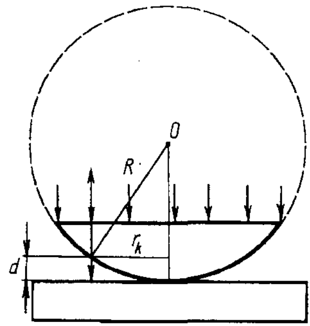


Рис. 283

$$\Delta = 2dn + \lambda/2, \qquad (2)$$

где d – толщина воздушного зазора; n – показатель преломления воздуха ($n = 1$).

Из рисунка видно, что $R^2 = r_k^2 + (R-d)^2$, или $R^2 = r_k^2 + R^2 - 2Rd + d^2$. Отсюда, учитывая, что $d \ll R$, получим $d = r_k^2/(2R)$. Подставив это значение d и $n = 1$ в формулу (2), получим

$$\Delta = \frac{r_k^2}{R} + \frac{\lambda}{2}. \qquad (3)$$

Приравняв правые части выражений (1) и (3), будем иметь формулу для радиуса k-го темного кольца Ньютона в отраженном свете:

$$r_k = \sqrt{k\lambda R} \ (k = 0,\ 1,\ 2,\ldots).$$

Отсюда найдем длину световой волны:

$$\lambda = \frac{r_k^2}{kR}.$$

Следовательно,

$$\lambda = \frac{r_3^2}{3R},\ \lambda = 6{,}4\cdot 10^{-7}\ \text{м}.$$

900. На дифракционную решетку длиной $l = 20$ мм, содержащую $n = 1{,}0 \cdot 10^4$ штрихов, падает нормально монохроматический свет. Зрительная трубка спектрометра наведена на главный максимум первого порядка. Чтобы навести трубку на другой максимум того же порядке, ее необходимо повернуть на угол $\alpha = 40°$. Определить: 1) длину световой волны; 2) число максимумов, наблюдаемых в спектре дифракционной решетки; 3) угол отклонения лучей, соответствующий последнему максимуму.

Р е ш е н и е. Из условия главных максимумов освещенности для дифракционной решетки $d\sin\varphi = k\lambda$ следует, что длина световой волны

$$\lambda = \frac{d\sin\varphi}{k},$$

где d – постоянная решетки; φ – угол отклонения лучей, соответствующий максимуму k-го порядка. Максимумы расположены симметрично относительно центрального максимума, поэтому максимуму первого порядка ($k = 1$) соответствует угол $\varphi_1 = \alpha/2$. Следовательно, длина волны

$$\lambda = d\sin\varphi_1 = d\sin\frac{\alpha}{2}.$$

Постоянная решетки $d = l/n$, поэтому

$$\lambda = \frac{l}{n}\sin\frac{\alpha}{2}, \ \lambda = 6{,}8\cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Для определения числа максимумов, даваемых дифракционной решеткой, вычислим сначала наибольшее значение порядка максимума k_{max}. Максимальный угол φ_{max} отклонения лучей не может превышать 90°. При $\sin\varphi_{max} = 1$ имеем

$$k_{max} \leqslant \frac{d\sin\varphi_{max}}{\lambda} \leqslant \frac{d}{\lambda}.$$

Вычислив, получим $k_{max} \leqslant 2{,}9$. Число k_{max} должно быть целым, поэтому берем максимальное целое число, не превосходящее 2,9, т. е. $k_{max} = 2$. Влево и вправо от центрального максимума будет наблюдаться по одинаковому числу максимумов, равному k_{max}. С учетом центрального максимума общее число максимумов

$$N = 2k_{max} + 1, \ N = 5.$$

Найдем максимальный угол отклонения лучей:

$$\sin\varphi_{max} = \frac{k_{max}\lambda}{d}, \ \varphi_{max} = \arcsin\left(\frac{k_{max}\lambda n}{l}\right), \ \varphi_{max} = 43°.$$