

8. Некоторые сведения по математике

Квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$.

Корни квадратного уравнения

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Квадрат суммы двух чисел

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Квадрат разности двух чисел

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Разность квадратов двух чисел

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$$

Пропорция — равенство двух отношений:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \quad b \neq 0, \quad d \neq 0.$$

Основное свойство пропорции: $ad = bc$.

Площадь треугольника $S = \frac{1}{2}ah$, где a — основание треугольника; h — его высота.

Площадь трапеции

$$S = \frac{1}{2}(a + b)h,$$

где a, b — основания трапеции; h — высота.

Длина окружности $L = 2\pi R$, где R — радиус окружности.

Площадь круга $S = \pi R^2$, где R — радиус круга.

Площадь сферической поверхности $S = 4\pi R^2$, где R — радиус сферы.

Объем шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, где R — радиус шара.

Объем цилиндра $V = \pi R^2 h$, где R — радиус основания цилиндра; h — его высота.

Теорема синусов:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma},$$

где a, b, c — стороны треугольника; α, β, γ — углы, лежащие против сторон a, b и c соответственно.

Теорема косинусов:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha,$$

где a, b, c — стороны треугольника; α — угол, лежащий против стороны a .

Некоторые тригонометрические формулы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha},$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha},$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta,$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta,$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta,$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta,$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha,$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1,$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2},$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2},$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2},$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}.$$

Некоторые значения тригонометрических функций

Функция	Угол, град (рад)					
	0	30 ($\pi/6$)	45 ($\pi/4$)	60 ($\pi/3$)	90 ($\pi/2$)	180 (π)
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	-

Производные основных элементарных функций

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
C ($C = \text{const}$)	0	\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}, x > 0$
x	1	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
x^n	nx^{n-1}	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x	$\sin x$	$\cos x$
a^x	$a^x \ln a$	$\cos x$	$-\sin x$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$	$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
x^2	$2x$	$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$

Простейшие интегралы

$$\int 0 \cdot dx = C, \quad C = \text{const},$$

$$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C,$$

$$\int 1 \cdot dx = \int dx = x + C,$$

$$\int e^x dx = e^x + C,$$

$$\int x dx = \frac{x^2}{2} + C,$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C,$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C,$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C,$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C.$$