

ПРЕДИСЛОВИЕ

Эта книга написана в качестве учебника по специальному курсу математического анализа (сокращенно «Анализ III»). «Анализ III» читается на третьем курсе механико-математического факультета МГУ, начиная с 1949 г.; инициатором введения такого курса и первым лектором был акад. А. Н. Колмогоров. «Анализ III» построен на материале прежних отдельных курсов теории функций действительного переменного, вариационного исчисления и интегральных уравнений и освещает весь этот материал с единой точки зрения, имеющей свои истоки в теории линейных пространств.

Предлагаемая книга построена по следующему плану. Первая глава излагает стандартный минимум по теории множеств. Вторая глава содержит элементы теории метрических и линейных нормированных пространств. В третьей главе развивается вариационное исчисление; оно представлено здесь как теория дифференцируемых функционалов в линейных нормированных пространствах. Четвертая глава посвящена теории интеграла Лебега; в основу изложения положена схема Ф. Рисса, как более экономная по сравнению со схемой Лебега и более быстро вводящая в суть дела. Пятая глава «Геометрия гильбертова пространства» содержит теорию ортогональных разложений и интегральных уравнений в геометрической трактовке. В шестой главе выясняются связи между интегрированием и дифференцированием и строится интеграл Стильтьеса. В последней, седьмой главе излагается теория преобразования Фурье; здесь дан несколько нетрадиционный материал, которому, ввиду его особого значения в математической физике, уже давно следует занять надлежащее место в курсе математического анализа. Для обеспечения различных вариантов лекционного курса материал последних трех глав несколько расширен.

Логическая зависимость между главами дается следующей схемой:



Следует заметить, что общая точка зрения функционального анализа, развиваемая в этом курсе, не является целью сама по себе, а только средством; основная же цель есть введение в классические области математического анализа.

В пределах каждой темы, вынужденные быть максимально краткими, мы ограничиваемся лишь выяснением наиболее важных вопросов, вполне сознавая, что читатель, может быть, в некоторых случаях останется неудовлетворенным. Вообще отбор материала, особенно для последних глав, представил для автора наибольшие затруднения. Некоторые интересные, но лежащие несколько в стороне вопросы были вынесены в задачи; они могут быть использованы в работе семинара.

От читателя требуется владение общим курсом математического анализа в объеме, например, «Краткого курса» А. Я. Хинчина. При этом условии книгой можно пользоваться и для самостоятельного изучения предмета. В конце книги предполагаются известными также элементарные свойства аналитических функций.

Автор весьма признателен М. Г. Крейну, О. А. Олейник и Д. А. Райкову, прочитавшим книгу в рукописи и своей критикой много способствовавшим ее улучшению. При втором издании текст заново просмотрен, дополнен и местами улучшен. Введено также некоторое число новых задач. Автор благодарит своих многочисленных корреспондентов из Ленинграда, Казани, Баку и других городов СССР за ценные критические замечания по первому изданию.

Автор