

Для сохранения свойства аддитивности в релятивистской кинематике вводится новая кинематическая величина — быстрота y (англ. rapidity). По определению

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{c+v}{c-v}, \quad (1.17)$$

так что быстрота однозначно определяется скоростью.

Из (1.17) легко получить, что для быстрот y_1, y_2 частицы в разных системах отсчета

$$y_{1,2} = \frac{1}{2} \ln \frac{c+v_{1,2}}{c-v_{1,2}}$$

справедлив аналогичный (1.15) аддитивный закон

$$y_2 = y_1 + y \quad (\text{рел.}), \quad (1.18)$$

где y дается формулой (1.17), а v есть относительная скорость систем отсчета. Поэтому, в частности, разность $y_A - y_B$ быстрот двух частиц одинакова во всех движущихся системах отсчета.

Для справок укажем еще два свойства быстроты. Во-первых, из определения (1.17) следует, что интервалу $-c < v < c$ изменения скорости соответствует интервал $-\infty < y < \infty$ изменения быстрот. Во-вторых, согласно (1.17), (1.9)

$$y = \ln \frac{\sqrt{p^2 + M^2 c^2} + p}{Mc}. \quad (1.17a)$$

§ 3. Квантовые свойства частиц

1. На малых расстояниях ньютоновская механика перестает быть справедливой за счет проявления квантовых закономерностей. Квантовые свойства проявляются тем резче, чем меньше массы частиц и расстояния между ними. Для последовательного и полного учета квантовых свойств вместо классической ньютоновской механики надо пользоваться квантовой механикой.

Мы не предполагаем, что читатель знает квантовую механику, и не можем здесь дать последовательного изложения этой науки. Но, поскольку мир атомных ядер и элементарных частиц является существенно квантовым, приходится идти на компромисс. Не излагая квантовую механику целиком, мы перечислим в этом параграфе важнейшие следствия из нее. Пользуясь этими следствиями, мы будем в процессе изучения свойств ядер и элементарных частиц приучаться к «квантовому мышлению».

Подчеркнем, что квантовую механику понять значительно труднее, чем теорию относительности. Действительно, с самой общей точки зрения физическая теория состоит из описания состояния физической системы и из уравнений движения, описывающих изменение этого состояния во времени. В теории относительности ме-

няются «только» уравнения движения. В квантовой механике коренным образом меняется само понятие состояния частицы и вообще физической системы. Поэтому в квантовой механике (и в квантовом мире, который она описывает) теряют смысл такие «самоочевидные» понятия, как, например, траектория частицы.

В квантовой теории главной фундаментальной физической константой является постоянная Планка \hbar , равная 10^{-27} эрг · с. Это проявляется в том, что квантовые эффекты несущественны в тех случаях, когда постоянную Планка можно считать малой и полагать равной нулю. Ниже в п. 3 мы сформулируем конкретные количественные условия применимости классической неквантовой механики.

В заключение этого пункта сделаем небольшое замечание об обозначениях. В статьях и книгах часто используется обозначаемая через h «старая» постоянная Планка, которая в 2π раз больше «новой» \hbar :

$$h = 2\pi\hbar.$$

С другой стороны, в некоторых книгах через h обозначают «новую» постоянную Планка.

2. Одним из основных свойств квантового мира является неразрывная связь между волнами и частицами. Эта связь состоит в том, что частице любого сорта соответствует волна, называемая волной де Бройля. Наоборот, каждой волне (в том числе, например, и волне на поверхности воды) соответствует частица или группа частиц. Основными физическими величинами, характеризующими волну, являются частота ω и длина волны λ . Чтобы указать не только длину волны, но и направление ее распространения, вводят новую величину — волновой вектор \mathbf{k} , ориентированный вдоль направления распространения волны и по абсолютной величине равный

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (1.19)$$

Основными физическими величинами, характеризующими частицу, являются энергия и импульс. В квантовой теории энергия E и импульс \mathbf{p} свободной частицы связаны с частотой и волновым вектором соответствующей волны соотношениями

$$E = \hbar\omega, \quad (1.20)$$

$$\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}. \quad (1.21)$$

(Заметим, что в (1.20) частота ω — круговая, т. е. измеряемая в радианах в секунду. Она связана с обычной частотой ν колебаний в секунду соотношением $\omega = 2\pi\nu$.) Соотношения (1.20), (1.21) универсальны в том смысле, что они сопоставляют волну частице любого вида (и, наоборот, частицу волне любого вида).

Соотношения (1.20), (1.21) выражают дуализм волн и частиц в квантовом мире. Этот дуализм совершенно непонятен с позиций

классической физики хотя бы потому, что частица локализована в точке, а волна, наоборот, занимает все пространство. Для понимания этого дуализма приходится смириться с тем, что в микромире фраза «частица с импульсом p находится в точке r » не имеет смысла.

Квантовые процессы характерны существенным проявлением и волновых, и корпускулярных (т. е. присущих частицам) свойств. Для частиц квантовыми являются волновые свойства. Для волновых процессов, таких как электромагнитные или звуковые волны, квантовыми свойствами будут, наоборот, корпускулярные. Поэтому волновые процессы носят неквантовый характер в тех случаях, когда энергии и импульсы, вычисленные по формулам (1.20), (1.21), ничтожно малы по сравнению с энергией и импульсом всей волны. Таким образом, в этом случае волна образована громадным количеством частиц.

Согласно (1.20), (1.21) из связи энергии с импульсом следует связь ω с k , т. е. закон дисперсии волн. Так, для нерелятивистской частицы кинетическая энергия равна

$$E = \frac{p^2}{2M},$$

откуда

$$\hbar\omega = \frac{(\hbar k)^2}{2M},$$

так что для закона дисперсии получаем

$$\omega = \frac{\hbar k^2}{2M} = \frac{2\pi^2\hbar}{\lambda^2 M} \quad (\text{нерел. частица}).$$

Длина волны де Бройля здесь обратно пропорциональна квадратному корню из энергии:

$$\lambda = \frac{\pi\hbar\sqrt{2}}{\sqrt{ME}} \quad (\text{нерел. частица}). \quad (1.22)$$

Для светового кванта — фотона — энергия связана с импульсом соотношением (1.8). Из него для фотона получается

$$p = \frac{2\pi c}{\lambda} \quad (\text{фотон}). \quad (1.23)$$

Это именно та связь частоты с длиной волны, которая имеет место для электромагнитного излучения. Длина волны в этом случае обратно пропорциональна энергии:

$$\lambda = \frac{2\pi c\hbar}{E} \quad (\text{фотон}). \quad (1.24)$$

Мы видим, что при одной и той же длине волны энергии разных частиц будут сильно отличаться. Например, при длине волны по-

рядка межатомных расстояний в кристалле ($\lambda = 10^{-8}$ см) для нейтрона, электрона и фотона получаются соответственно энергии 0,07 эВ, 140 эВ, 12 кэВ. Заметим, что эти энергии являются граничными, начиная с которых и ниже волны будут дифрагировать на атомной решетке. Мы видим, что у нейтронов проявление волновых свойств начинается при энергиях, на пять порядков меньших, чем у фотонов. Это соответствует интуитивным представлениям о том, что квантовые свойства у легких частиц проявляются сильнее, чем у тяжелых.

Только в исключительных ситуациях волновые свойства отдельных частиц могут проявляться на макроскопических расстояниях. С одним из таких случаев мы познакомимся в гл. VII, § 8, п. 8 («блениия» в пучке K^0 -частиц).

В заключение этого пункта сделаем еще одно замечание по поводу обозначений. В различных квантовомеханических выкладках гораздо удобнее оперировать не с длиной волны λ , а с величиной λ (λ перечеркнутое), отличающейся от λ множителем 2π :

$$\lambda = \frac{\lambda}{2\pi}.$$

Как мы увидим ниже, при использовании λ вместо λ отпадает необходимость многократно писать множитель 2π . В частности, волновой вектор k и энергия E нерелятивистской частицы выражаются через λ следующим образом:

$$k = \frac{1}{\lambda}, \quad E = \frac{\hbar^2}{2M\lambda^2}.$$

3. Количественные пределы применимости классических понятий импульса и координаты определяются соотношением неопределенностей Гейзенберга

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar/2, \quad (1.25)$$

где Δx — неопределенность (неточность) значения координаты, а Δp — неопределенность значения импульса. Аналогичное соотношение существует для неопределенностей Δt , ΔE времени и энергии:

$$\Delta t \cdot \Delta E \geq \hbar/2. \quad (1.26)$$

Соотношения (1.25), (1.26) следуют из (1.20), (1.21). (Тут читателю придется либо поверить на слово, либо посмотреть курс квантовой механики.) Смысл соотношений неопределенностей состоит в том, что если одновременно (т. е. в одном определенном состоянии) измеряются координата и импульс частицы, то ошибки измерения всегда будут удовлетворять неравенству (1.25). А это, если вдуматься, означает, что сами понятия координаты и импульса в их классическом смысле существуют только с точностью до соотношения (1.25). Необходимым условием применимости законов классической

механики является выполнение неравенств (1.25) и (1.26) в сильном смысле: $\Delta x \cdot \Delta p \gg \hbar/2$, $\Delta E \cdot \Delta t \gg \hbar/2$. В качестве примера рассмотрим электроны в атоме и протоны и нейтроны в атомном ядре. Примем, что импульс и координата частицы колеблются вокруг нулевого среднего значения, так что $\Delta p = p$, $\Delta x = x$, где через p , x обозначены среднеквадратичные значения соответствующих величин. Подставив эти значения для Δp , Δx в (1.25) и выразив импульс через энергию $E = p^2/2M$, получим, что классическая механика справедлива при выполнении неравенства

$$4EMx^2 \gg \hbar^2/4$$

или, что то же самое,

$$x \gg \sqrt{\frac{\hbar^2}{EM}}. \quad (1.27)$$

Для электрона в атоме $E \approx 10$ эВ и

$$\sqrt{\frac{\hbar^2}{EM}} \approx 2 \cdot 10^{-8} \text{ см (электрон в атоме).}$$

Для протона или нейтрона в ядре $E \approx 10$ МэВ и

$$\sqrt{\frac{\hbar^2}{EM}} \approx 4 \cdot 10^{-13} \text{ см.}$$

Таким образом, мы видим, что как электроны в атоме, так и протоны или нейтроны в ядре — объекты существенно квантовые, поскольку условие (1.27) для них не выполняется. Более того, оказывается, что как атомы, так и ядра имеют минимально возможные размеры при заданных энергиях входящих в них частиц.

Из соотношения неопределенностей ясно видна связь между малыми расстояниями и большими энергиями: чем меньшие расстояния мы хотим исследовать, тем больше должна быть энергия частиц, с помощью которых ведется исследование. Именно поэтому физика сверхмалых расстояний — это физика сверхвысоких энергий. Подобно тому как в микроскопе можно наблюдать детали, не меньшие длины волны света, так и пучком частиц можно прощупывать детали структуры на расстояниях, не меньших длины волны де Бройля этих частиц.

4. Другим основным свойством квантового мира является дискретная уровневая структура энергетического спектра атомных ядер и элементарных частиц (равно как и других микрообъектов — атомов, молекул). Макроскопические тела такой уровневой структуры не имеют. Пружину можно сжимать плавно, и ее внутренняя энергия будет плавно расти. Даже малая сила вызовет небольшое сжатие пружины и увеличение ее внутренней энергии. Но если бы мы уменьшили эту пружину в сотни миллионов раз, то все стало бы иначе из-за квантовых закономерностей. При слабых толчках пружины

жина вообще бы не деформировалась. При более сильных толчках пружина деформировалась бы скачком, приобретая совершенно определенную внутреннюю энергию. При еще более сильных толчках происходили бы скачкообразные переходы в более деформированные состояния с более высокими, но также определенными внутренними энергиями. Это и есть уровневая структура.

Рассмотрим для примера ядро углерода. Если бомбардировать это ядро какими-либо частицами, скажем α -частицами (это довольно тяжелый снаряд, масса которого равна $1/3$ массы ядра углерода) с энергией в 10 МэВ, то в результате столкновения ядро углерода либо не деформируется (не возбудится) вовсе, либо приобретет одну из энергий: 4,43; 7,65 или 9,61 МэВ. Возбудиться так, чтобы его внутренняя энергия стала равной какому-то промежуточному значению, это ядро не может. Возможные значения энергии возбуждения ядра называются его *возбужденными уровнями* (часто просто уровнями). Так, низшие возбужденные уровни ядра изотопа C^{12} равны 4,43; 7,65 и 9,61 МэВ. Энергии возбужденных уровней — разные у разных ядер, но факт существования уровневой структуры является общим для всех ядер и вообще для всех микрообъектов. Заметим, что число возбужденных уровней может равняться нулю. Такая частица ведет себя при столкновениях как твердое тело до энергий, при которых становится возможным ее развал или образование новых частиц. Невозбужденному ядру соответствует основной уровень с нулевой энергией возбуждения.

Расположение энергетических уровней называется *энергетическим спектром*. Энергетический спектр является важнейшей характеристикой любого квантового объекта (электрон в кристалле, молекула, атом, ядро, элементарная частица).

5. Постоянная Планка имеет размерность момента количества движения и является естественным масштабом этой физической величины. Поэтому момент M часто выражают в единицах \hbar и обозначают через J . Очевидно, что $M = \hbar J$. В квантовой механике о моменте количества движения доказываются следующие утверждения:

а) Квадрат M^2 момента количества движения любой изолированной физической системы может иметь лишь значения

$$M^2 = \hbar^2 J(J + 1), \quad (1.28)$$

где J — либо только целое, либо только полуцелое число:

$$J = 0, 1/2, 1, 3/2, \dots \quad (1.29)$$

Число J называют обычно величиной момента. Так, выражение «ядро имеет момент $3/2$ » означает, что $J = 3/2$ в (1.28).

б) При заданном J проекция M_z момента на ось z может принимать одно из $2J + 1$ значений:

$$M_z = \hbar J, \quad \hbar(J - 1), \dots, -\hbar J. \quad (1.30)$$

в) Для момента M_3 сложной системы, состоящей из подсистем с моментами M_1 и M_2 , будет

$$M_3^2 = (M_1 + M_2)^2 = \hbar^2 J_3^2 = \hbar^2 J_3 (J_3 + 1),$$

где J_3 может принимать значения:

$$J_3 = J_1 + J_2, J_1 + J_2 - 1, \dots, |J_1 - J_2|. \quad (1.31)$$

Соотношение (1.31) называется *правилом сложения моментов* в квантовой механике.

6. Квантовая механика является принципиально статистической теорией. Ее предсказания носят вероятностный характер. Можно с любой точностью предсказать вероятность найти электрон в произвольной части атома водорода, но нельзя предсказать, в какие моменты времени электрон в эту часть попадает.

Различие между классической статистической теорией и квантовой механикой состоит в следующем. В классической статистической теории предполагается, что в принципе мы можем проследить за судьбой, например, всех молекул газа и точно рассчитать их траектории. Но так как этих молекул очень много, то для расчета макроскопических величин нам достаточно знать не все точные величины, а небольшое количество средних. В противоположность этому в квантовом мире статистические свойства не вторичны, а первичны.

Статистический характер процессов в микромире проявляется в том, что и измерения в микромире тоже по необходимости статистические. Мы поясним это свойство в следующем параграфе.

7. Перечисленные нами квантовые свойства выглядят отрывочными. Они могут показаться не связанными друг с другом и противоречащими здравому смыслу. Однако все эти свойства удивительным образом согласуются со всей совокупностью опытных сведений о микромире. А «здравый смысл» — вещь субъективная. Он порождается подсознательной экстраполяцией закономерностей привычного жизненного опыта на области явлений, находящихся вне пределов применимости этих закономерностей. При достаточно длительном изучении явлений микромира можно выработать «квантовый здравый смысл». Некоторые специалисты по физике элементарных частиц говорят, что им привычнее мыслить квантовыми образами, чем классическими. Так что надо не бояться противоречия «здравому смыслу», а спокойно и терпеливо привыкать к особенностям микромира. Что же касается отрывочности квантомеханических представлений, то ее просто не существует. Квантовая механика — такая же последовательная и полная теория, как и механика классическая.

Для того чтобы почувствовать, что такое квантовая механика, изложим ее формальную схему на простейшем примере движения точечной частицы во внешнем поле сил, создаваемых потенциальной энергией $U(r)$ (см. также приложение I). Теория определенного

круга физических явлений должна содержать следующие составные части:

а) описание состояния исследуемой физической системы в данный момент времени;

б) уравнения движения, описывающие изменение этого состояния во времени;

в) связь между величинами, описывающими состояние физической системы, и измеряемыми на опыте физическими величинами.

При переходе от классической теории к квантовой коренным образом меняется первая составная часть — описание состояния, что приводит к столь же коренным изменениям и остальных частей.

Начнем с описания состояния. В классической механике состояние частицы в определенный момент времени полностью описывается заданием шести чисел — трех координат x , y и z и трех импульсов p_x , p_y и p_z . Вместо этого в квантовой теории состояние частицы полностью описывается заданием комплексной функции $\Psi(x, y, z)$ трех переменных во всем пространстве. Таким образом, в квантовой теории состояние частицы описывается не шестью числами, а трехмерным континуумом чисел. Отсюда видно, что квантовое описание несравненно богаче классического. Функция $\Psi(x, y, z) \equiv \Psi(\mathbf{r})$ называется *волновой функцией*.

Перейдем теперь к уравнениям движения. В классической механике изменение состояния во времени описывается уравнениями Гамильтона

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{p}}, \quad \dot{\mathbf{p}} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{r}}, \quad (1.32)$$

где \mathcal{H} — функция Гамильтона. Для движения во внешнем поле сил, создаваемых потенциалом $U(\mathbf{r})$,

$$\mathcal{H} = \frac{\mathbf{p}^2}{2M} + U(\mathbf{r}), \quad (1.33)$$

и уравнения (1.32) имеют вид

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{p}}{M}, \quad \dot{\mathbf{p}} = \mathbf{F}(\mathbf{r}), \quad (1.34)$$

где

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\frac{\partial U}{\partial \mathbf{r}}.$$

Отметим, что классические уравнения движения (1.32) или (1.34) являются системой конечного числа обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. С их помощью по заданным значениям величин $\mathbf{r}(0)$, $\mathbf{p}(0)$ в нулевой момент времени можно определить эти же величины $\mathbf{r}(t)$, $\mathbf{p}(t)$ в момент времени t .

В квантовой механике уравнение движения, очевидно, должно описывать изменение во времени волновой функции $\Psi(\mathbf{r}, t)$. Это

уравнение называется уравнением Шредингера и имеет вид

$$\hbar \frac{\partial \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = - \frac{\hbar^2}{2M} \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right)^2 \Psi(\mathbf{r}, t) + U(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t), \quad (1.35)$$

где мы ввели обозначение

$$\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right)^2 \Psi(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}. \quad (1.36)$$

Уравнение Шредингера является линейным уравнением в частных производных, т. е. более сложным, чем уравнения Гамильтона. Так как уравнение (1.35) — первого порядка по времени, то с его помощью по заданным значениям $\Psi(\mathbf{r}, 0)$ волновой функции в момент $t = 0$ можно найти ее значение $\Psi(\mathbf{r}, t)$ в момент t .

Нам остается рассмотреть вопрос о связи между состоянием и измеряемыми на опыте физическими величинами. В классической физике этот вопрос не возникает, ибо в ней состояние частицы описывается заданием физических величин — координат и импульсов. В квантовой механике это не так. Волновая функция $\Psi(\mathbf{r})$ полностью описывает состояние, но не является непосредственно измеряемой физической величиной. Поэтому, решив уравнение Шредингера, мы хотя и найдем, как изменяется во времени состояние частицы, но не сумеем получить доступных опытной проверке соотношений, если не будем знать рецепта вычисления физических величин в данном состоянии.

Правила вычисления физических величин в квантовой теории таковы. Каждой физической величине сопоставляется линейный оператор, действующий на волновую функцию $\Psi(\mathbf{r})$. Операторы мы будем отмечать шляпками над обозначениями физических величин. Оператор координаты x обозначим через \hat{x} , оператор x -компоненты импульса — через \hat{p}_x и т. д.

По определению действие оператора \hat{L} состоит в том, что он превращает одну функцию Ψ в другую Ψ_1 по специальному для каждого оператора правилу:

$$\hat{L}\Psi = \Psi_1.$$

Линейность оператора означает, что

$$\hat{L}(\alpha\Psi_1 + \beta\Psi_2) = \alpha\hat{L}\Psi_1 + \beta\hat{L}\Psi_2,$$

где α, β — произвольные комплексные числа, Ψ_1, Ψ_2 — произвольные волновые функции. Свойство линейности операторов и уравнения Шредингера отражает физический принцип суперпозиции состояний в квантовой теории — линейная комбинация состояний также является состоянием.

Оператор координаты \hat{x} равен самой этой координате:

$$\hat{x} = x, \quad (1.37)$$

т. е. при действии на функцию Ψ умножает ее на x :

$$\hat{x}\Psi = x\Psi. \quad (1.38)$$

Оператор x -компоненты импульса \hat{p}_x является оператором дифференцирования по x с умножением на $-i\hbar$:

$$\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}, \quad (1.39)$$

так что

$$\hat{p}_x\Psi(x) = -i\hbar \frac{\partial\Psi}{\partial x}. \quad (1.40)$$

Аналогично вводятся операторы координат и компонент импульса по другим осям, объединяемые в векторные операторы $\hat{\mathbf{r}}$ и $\hat{\mathbf{p}}$ координаты и импульса:

$$\hat{\mathbf{r}}\Psi = \mathbf{r}\Psi, \quad (1.41)$$

$$\hat{\mathbf{p}}\Psi = -i\hbar \frac{\partial\Psi}{\partial\mathbf{r}}. \quad (1.42)$$

Пользуясь операторами координаты и импульса, можно, во-первых, вычислять средние значения этих величин, во-вторых, составлять операторы других физических величин. Правило вычисления средних таково: для получения среднего значения $\langle A \rangle$ физической величины A в состоянии Ψ сначала действуют оператором \hat{A} на Ψ , затем результат умножают на комплексно сопряженную функцию Ψ^* , после чего интегрируют по всем переменным волновой функции:

$$\langle A \rangle = \int \Psi^* \hat{A} \Psi dV, \quad (1.43)$$

где $dV = dx dy dz$. Формула (1.43) связывает квантовые состояния с физическими величинами. В частности, для средних значений координат \mathbf{r} и импульса \mathbf{p} из нее с помощью (1.41), (1.42) получаются выражения

$$\langle \mathbf{r} \rangle = \int \Psi^* \mathbf{r} \Psi dV, \quad (1.44)$$

$$\langle \mathbf{p} \rangle = \int \Psi^* (-i\hbar) \frac{\partial\Psi}{\partial\mathbf{r}} dV. \quad (1.45)$$

Эти средние значения надо понимать так, что если много раз измерять, например, координату x в одном и том же состоянии Ψ , то среднее от этих результатов будет стремиться к $\langle x \rangle$.

Что же касается получения операторов других физических величин, то тут действует простое правило: в квантовой механике операторы физических величин выражаются друг через друга так же, как в классической механике выражаются друг через друга сами физические величины. Например, оператор \hat{M} момента коли-

чества движения равен векторному произведению операторов координат и импульса:

$$\hat{M} = [\hat{r}\hat{p}]. \quad (1.46)$$

Согласно этому же правилу оператор Гамильтона $\hat{\mathcal{H}}$ (часто называемый гамильтонианом) в соответствии с (1.33) должен иметь вид

$$\hat{\mathcal{H}} = \frac{\hat{p}^2}{2M} + U(\mathbf{r}) = -\frac{\hbar^2}{2M} \left(\frac{\partial}{\partial r} \right)^2 + U(\mathbf{r}). \quad (1.47)$$

Сравнивая это выражение с (1.35), мы видим, что уравнение Шредингера можно записать в красивой легко запоминающейся форме:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{\mathcal{H}} \Psi. \quad (1.48)$$

В такой форме записывается уравнение Шредингера не только для частицы во внешнем поле, но и для любой квантовой системы. Только вид оператора Гамильтона и число переменных волновой функции различны в разных случаях.

Теперь у нас есть последовательное квантовое описание поведения простейшей механической системы — частицы во внешнем поле: по заданному начальному состоянию, решая уравнение (1.48) и используя правило (1.43), мы можем получить для любого момента времени как состояние, так и значения (правда, только средние) любых физических величин.

В заключение этого пункта укажем, что квадрат модуля волновой функции $|\Psi(\mathbf{r})|^2$ имеет смысл *плотности вероятности* нахождения частицы в точке \mathbf{r} , т. е. величина

$$|\Psi(\mathbf{r})|^2 dx dy dz$$

равна вероятности найти частицу в объеме $dx dy dz$. Этим раскрывается статистический характер квантовой теории, о котором мы уже говорили выше. Так как вероятность того, что частица вообще находится в какой-либо точке, равна единице, то волновая функция должна удовлетворять условию нормировки

$$\int |\Psi(\mathbf{r})|^2 dV = 1. \quad (1.49)$$

В табл. 1.1 резюмировано сравнение описания движения материальной точки в классической и квантовой теориях.

8. Чтобы показать, как работает аппарат квантовой теории, решим уравнение Шредингера для свободного движения частицы:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2M} \left(\frac{\partial}{\partial r} \right)^2 \Psi. \quad (1.50)$$

Таблица 1.1. Сравнение описаний движения частицы в классической и квантовой теориях

Классическая теория	Квантовая теория
<p>1. Состояние частицы в определенный момент времени описывается заданием шести чисел x, y, z, p_x, p_y, p_z.</p> <p>2. Изменение состояния во времени описывается уравнениями Гамильтона</p> $\dot{r} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p}, \quad \dot{p} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial r}.$ <p>3. Описывающие состояние величины r и p доступны непосредственно измерению.</p> <p>4. Классическая механика — динамическая (т. е. не статическая) теория.</p>	<p>1. Состояние частицы полностью описывается заданием комплексной функции $\Psi(x, y, z)$ во всем пространстве.</p> <p>2. Изменение состояния во времени описывается уравнением Шредингера</p> $i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{\mathcal{H}} \Psi,$ <p>где $\hat{\mathcal{H}}$ — оператор Гамильтона.</p> <p>3. Ψ-функция не является непосредственно измеряемой величиной.</p> <p>4. Квантовая механика имеет статистический характер. При этом $\Psi(r) ^2$ дает вероятность нахождения частицы в точке r. Физические величины являются статистическими средними.</p>

Непосредственной проверкой можно убедиться, что уравнению (1.50) удовлетворяет решение

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{-i\omega_k t + ikr}, \quad (1.51)$$

где V — объем, внутри которого происходит движение, а величины ω_k и k связаны соотношением

$$\hbar\omega_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2M},$$

которое мы уже приводили в п. 2.

Очевидно, что (1.51) описывает волну де Бройля. С помощью формул (1.42), (1.43), (1.47) читатель может убедиться, что импульс и энергия в состоянии (1.51) удовлетворяют соотношениям (1.20), (1.21).

Другие примеры квантовомеханических вычислений приведены в приложении I.

9. В квантовой физике часто выбирают систему единиц, в которой постоянная Планка \hbar равна единице. В этой системе энергия совпадает с частотой, а импульс — с волновым вектором.

В релятивистской квантовой физике часто используют так называемую естественную систему единиц, в которой обе фундаментальные константы равны единице:

$$\hbar = c = 1.$$

В этой системе размерности энергии, импульса и массы одинаковы и обратны совпадающим друг с другом размерностям длины и времени:

$$[E] = [p] = [m] = [r^{-1}] = [t^{-1}]. \quad (1.52)$$

В этой системе только одна единица (например, длина) должна задаваться извне, и через эту единицу выражаются все остальные. Характерной для ядерной физики обратной длине

$$1 \text{ ферми}^{-1} = 10^{13} \text{ см}^{-1}$$

соответствуют энергия или масса 200 МэВ и импульс 200 МэВ/с.

§ 4. Измерения в микромире

1. Человек — существо макроскопическое. Разрешающая способность его органов чувств на много порядков ниже той, которая нужна для непосредственного познания элементарных частиц, атомных ядер и даже гораздо более крупных агрегатов — атомов и молекул. Поэтому все наблюдения над событиями микромира — косвенные. Непосредственно мы не видим, не слышим и не ощущаем, как устроено атомное ядро. Но этим трудности опытного изучения микромира далеко не исчерпываются. Не видим мы и магнитного поля. Но изучать атомное ядро гораздо труднее, чем магнитное поле, из-за влияния квантовых свойств. Видим мы через посредство электромагнитных волн. Но с помощью волн можно «увидеть» лишь предмет, не меньшей длины волны. Поэтому для изучения очень малых предметов надо брать очень короткие волны. Но чем короче волна, тем сильнее сказываются ее корпускулярные свойства, т. е. тем больше импульсы и энергии отдельных частиц — квантов излучения. При переходе к микромиру энергии и импульсы этих квантов настолько возрастают, что они становятся снарядами, расшвыривающими и разрушающими изучаемые объекты.

Между тем других способов изучения структуры вещества на сверхмалых расстояниях (от размеров ядра и меньше) нет. Мы можем только бомбардировать те или иные мишени пучками тех или иных микрочастиц и регистрировать вылетающие частицы на макроскопических расстояниях от места столкновения.

Может быть, некоторое представление о трудностях познания микромира даст такая аналогия: посредине темной сферической полости размером с земной шар размещено очень большое количество одинаковых предметов, например, радиоприемников одной и той же марки. В условиях невесомости и отсутствия сопротивления воздуха вы стреляете по ним из пулемета, а на поверхности полости регистрируете скорость и место падения осколков. Подумайте, как по этим данным восстановить конструкцию приемника, и вы получите представление о том, как изучают элементарные частицы.

2. Поскольку главным методом изучения атомных ядер и элементарных частиц является исследование столкновений пучков частиц с мишенями, то основную роль должны играть те физические величины, которые описывают процессы столкновений. Важнейшей из таких величин является *эффективное поперечное сечение*, чаще называемое просто *сечением*. Дадим определение сечения,