

Свойство (3.4) не может быть обусловлено влиянием вязкости жидкости, поскольку при стационарном вращении вязкой капли, заключенной в твердую несферичную оболочку, момент инерции будет иметь твердотельное значение. Для описания свойства (3.4) в рамках коллективной модели приходится считать, что вещество ядра представляет собой смесь сверхтекучей жидкости с вязкой. Поэтому свойство (3.4) называется *частичной сверхтекучестью ядерной материи*.

Аксиально несимметричные ядра обладают тремя вращательными степенями свободы и поэтому имеют более сложный вращательный спектр (см. рис. 2.20).

4. За счет деформируемости в несферичных ядрах возможны и возбуждения колебательного типа. Наинизшими собственными частотами обладают две коллективные степени свободы, соответствующие осцилляциям параметров β и γ (β -колебания и γ -колебания). Оба типа колебаний для тяжелых ядер имеют частоты порядка 1 МэВ.

Расшифровка различных колебательных уровней оказывается довольно сложной главным образом из-за того, что колебания разных типов в реальных ядрах обычно связаны друг с другом, а также с вращательными и другими степенями свободы ядра.

В целом можно сказать, что модель несферичного ядра описывает уже довольно большое количество низколежащих уровней ядер. Попытки усовершенствования этой модели путем учета деформируемости и связей между различными степенями свободы приводят к тому, что модель становится чересчур громоздкой и содержащей слишком много эмпирических параметров.

§ 4. Одночастичные модели ядра

1. В основе модели оболочек лежит допущение о самосогласованном поле ядерных сил, т. е. о том, что реальные силы, действующие между нуклонами, в нулевом приближении можно заменить общим для всех нуклонов силовым центром. Приняв допущение о доминирующей роли самосогласованного поля, мы сразу же сводим задачу многих тел к задаче об одной частице, движущейся в этом поле. Соответствующий полю потенциал подбирается эмпирически. Решив уравнение Шредингера для движения нуклона в самосогласованном поле, мы, как это доказывается в квантовой механике, получим некоторую систему возможных связанных состояний, причем каждому состоянию будет соответствовать определенный уровень энергии. С другой стороны, нуклоны, как частицы с полуцелым спином, подчиняются принципу Паули (см. гл. II, § 8), согласно которому в каждом состоянии может находиться не более одной частицы. Поэтому нуклоны в ядре последовательно заполняют энергетические уровни, начиная с самого нижнего.

2. Уровни ядерного самосогласованного потенциала группируются в оболочки. *Оболочкой* называется совокупность близких по энергии уровней, разделенных энергетическими интервалами, значительно превышающими расстояния между уровнями в пределах оболочки (рис. 3.6). Очевидно, что на ядрах с заполненными оболочками происходит резкое увеличение энергий отделения нуклонов. Это как раз то свойство, которое выделяет магические ядра (см. гл. II, § 3, п. 5). Поэтому в оболочечной модели магическими ядрами являются ядра, у которых заполнены либо протонные, либо нейтронные оболочки. Установление существования магических ядер исторически явилось одним из главных аргументов в пользу оболочечной модели.

3. В отдельные оболочки группируются и энергетические уровни электронов в самосогласованном поле атома. Атомы с замкнутыми оболочками образуют инертные газы. Однако группирование уровней в оболочки в атоме и ядре происходит по-разному. Так, замкнутым атомным оболочкам соответствуют числа электронов 2, 10, 18, 36, 54, 86, отличающиеся от ядерных магических чисел. Порядок заполнения оболочек в самосогласованном поле определяется формой самосогласованного потенциала (точнее, гамильтониана взаимодействия) и его зависимостью от спинов и скоростей частицы.

Атомный самосогласованный потенциал на малых расстояниях от ядра имеет вид кулоновского, а вдали от ядра стремится к нулю быстрее кулоновского за счет экранирования ядерного потенциала электронным облаком.

Самосогласованный ядерный потенциал вследствие короткодействия ядерных сил должен приближенно иметь ту же радиальную зависимость, что и плотность ядерного вещества (см. гл. II, § 6, п. 9). Для средних и тяжелых ядер он примерно постоянен внутри ядра, а в области ядерной границы довольно быстро (но все же не скачкообразно, а плавно) спадает практически до нуля. Для легких ядер самосогласованный потенциал внутри ядра по форме близок к осцилляторному. Кроме того, ядерный гамильтониан, оказывается, зависит еще от взаимной ориентации спинового и орбиталь-

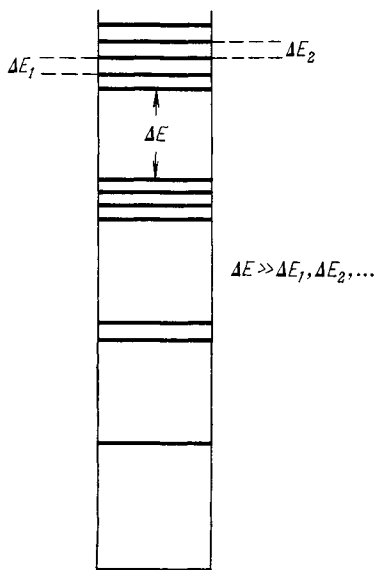


Рис. 3.6. Группирование уровней самосогласованного потенциала в оболочки.

ного моментов количества движения нуклона. Нуклон притягивается к ядру сильнее, когда его спин направлен в ту же сторону, что и орбитальный момент. Создающее этот эффект взаимодействие называется *спин-орбитальным*.

Удовлетворяющий всем перечисленным условиям гамильтониан взаимодействия частицы с самосогласованным полем имеет форму (М. Гепперт-Майер и Дж. Иенсен, 1949)

$$H_{\text{вз}} = V(r) + U(r) \mathbf{s} \mathbf{l}, \quad (3.5)$$

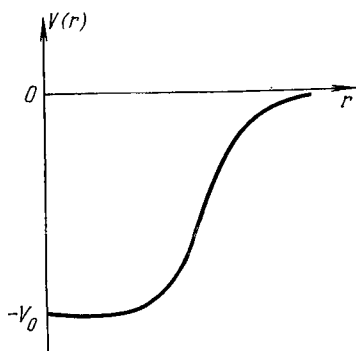
где $V(r)$ — потенциал, имеющий вид ямы с плоским дном и размытым верхним краем (рис. 3.7), \mathbf{s} — спин нуклона, \mathbf{l} — его орбитальный момент, $U(r)$ — центрально-симметричный потенциал, более слабый, чем $V(r)$. По аналогии с атомом обычно полагают, что

$$U(r) = b \frac{\partial V}{\partial r} \frac{1}{r}, \quad (3.6)$$

где b — постоянная, называемая постоянной спин-орбитального взаимодействия.

Второе слагаемое в (3.5) описывает спин-орбитальную связь. Оно максимально при параллельных ($j = l + 1/2$) и минимально при антипараллельных ($j = l - 1/2$) спиновом и орбитальном моментах.

Рис. 3.7. Вид зависимости самосогласованного потенциала $V(r)$ от r .



Через j здесь обозначена величина полного момента количества движения нуклона

$$\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s}. \quad (3.7)$$

Расстояние между энергетическими уровнями с $j = l + 1/2$ и $j = l - 1/2$ имеет порядок нескольких МэВ и согласно (3.5) растет пропорционально $2l + 1$ при переходе к нуклонам с большими орбитальными моментами.

4. Рассмотрим теперь классификацию ядерных энергетических уровней. Состояние нуклона в поле, описываемом гамильтонианом (3.5), характеризуется четырьмя квантовыми числами n , l , j , m_j . Здесь n — *главное квантовое число*, определяющее расположение уровней при одном и том же l . Чем больше n , тем выше энергетический уровень. Число n может принимать значения 1, 2, 3, ... Математически квантовое число n связано с числом узлов (т. е. нулей) радиальной волновой функции (см. приложение I). Функция с индексом n имеет $n-1$ узлов. В частности, первая радиальная функция, соответствующая $n = 1$, вообще не имеет узлов. При увеличении n растет среднее расстояние нуклона от центра ядра. Через l

обозначен орбитальный момент нуклона. Возможные значения l равны 0, 1, 2, ... В соответствии со старинной спектроскопической терминологией уровни с $l = 0, 1, 2, 3$ и т. д. обозначаются через s, p, d, f и далее по алфавиту (сейчас уже мало кто помнит, что буква s происходит от английского слова sharp — острый, и т. д.). Полный момент нуклона j может принимать все положительные полуцелые значения $j = 1/2, 3/2, 5/2, \dots$. Из (3.7) следует, что для любого уровня $|j-l| = 1/2$, т. е. что $j = l \pm 1/2$. Наконец, через m_j обозначена проекция полного момента j , пробегающая $2j + 1$ значений: $m_j = -j, -j + 1, \dots, j - 1, j$.

Оболочечные уровни нуклона в ядре принято обозначать следующим образом. Первой ставится цифра, дающая значение главного квантового числа n , за этой цифрой пишется буква, обозначающая значение орбитального момента l , и в качестве нижнего индекса к этой букве указывается значение j полного момента. Например, через $1d_{5/2}$ обозначается уровень с $n = 1, l = 2, j = 5/2$. Квантовое число m_j обычно не указывается, так как уровни, различающиеся только по m_j , в самосогласованном потенциале, зависящем лишь от модуля $|r|$, имеют одинаковые энергии. Уровни в самосогласованном потенциале обладают определенной четностью. Четность уровня совпадает с четностью l . Заметим, что в атомной спектроскопии обычно используют другое главное квантовое число, именно, $n_{\text{атомн}} = n_{\text{ядерн}} + l$.

5. Теперь у нас есть все необходимое для построения системы ядерных оболочек: гамильтониан самосогласованного поля и систематика уровней. Остается лишь решить чисто математическую задачу о подборе параметров в гамильтониане для получения системы уровней. Разными авторами найден целый ряд гамильтонианов, согласующихся с экспериментальными данными с предельно возможной в рамках наших модельных представлений точностью. Для нейтронных уровней наиболее распространенным является гамильтониан типа (3.5) с радиальной зависимостью Саксона—Вудса

$$U(r) = -\frac{U_0}{1 + \exp \frac{r-R}{a}}. \quad (3.8)$$

При нахождении протонных уровней к гамильтониану (3.5) необходимо добавить самосогласованный кулоновский потенциал. Обычно его выбирают в виде энергии взаимодействия точечного протона с равномерно заряженным шаром радиуса R и заряда $(Z-1)e$:

$$U_{\text{кул}}(r) = \begin{cases} \frac{(Z-1)e^2}{R} \left[\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right], & r < R, \\ \frac{(Z-1)e^2}{r}, & r > R. \end{cases} \quad (3.9)$$

На рис. 3.8 приведена последовательность уровней в гамильтониане (3.5) с $U(r)$ из (3.8) с добавкой (3.9) (для протонов) и с параметрами:

$$V_{0p} = 57,9 \text{ МэВ}, \quad V_{0n} = 45,7 \text{ МэВ},$$

$$R = 7,6 \text{ ферми}, \quad b = -0,17 \text{ ферми}^2, \quad a = 0,65 \text{ ферми}.$$

Такой гамильтониан хорошо воспроизводит уровни в дважды магическом ядре изотопа свинца ${}_{82}\text{Pb}^{208}$. Для других ядер параметры

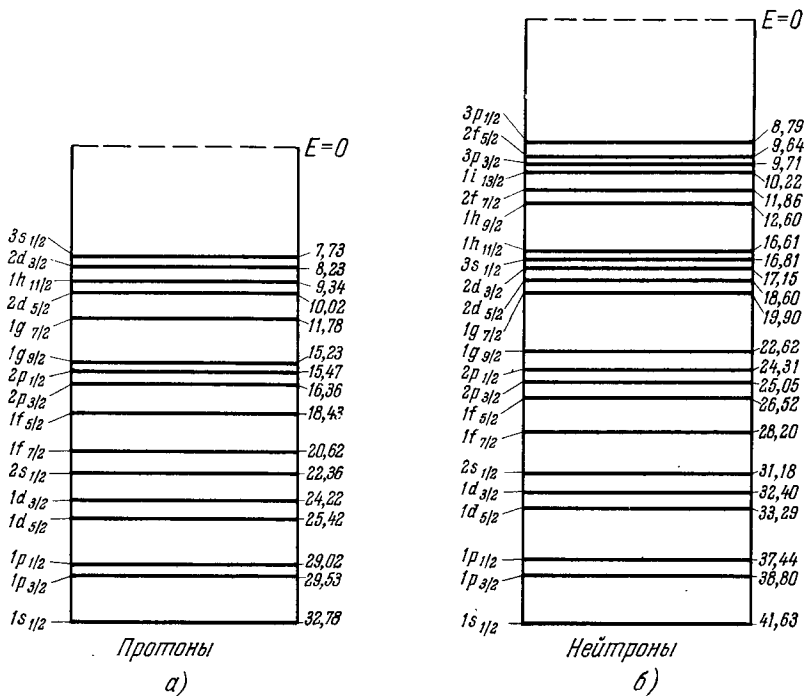


Рис. 3.8. Последовательность протонных (а) и нейтронных (б) уровней в самосогласованном потенциале ядра изотопа свинца ${}_{82}\text{Pb}^{208}$.

гамильтониана находятся по следующему эмпирическому правилу:

$$R = 1,28 \cdot A^{1/3} \text{ ферми},$$

$$V_{0p} = V_0 \left(1 + 0,63 \frac{N-Z}{A} \right), \quad V_{0n} = V_0 \left(1 - 0,63 \frac{N-Z}{A} \right),$$

$$V_0 = 53 \text{ МэВ}, \quad b = 0,263 \left(1 + 2 \frac{N-Z}{A} \right) \text{ ферми}^2.$$

Несколько бóльшая величина радиусов и диффузности R и a гамильтониана по сравнению со значением соответствующих пара-

метров распределения плотности ядерного вещества (см. гл. II, § 6, пп. 5, 9) обусловлена ненулевым радиусом действия ядерных сил (см. гл. V, § 2). Различие глубин V_{op} , V_{on} ядерных гамилтонианов протонов и нейтронов можно понять следующим образом. Как мы уже указывали в гл. II, § 3, п. 5, энергия взаимодействия протона с нейтроном в среднем превышает энергии взаимодействия нейтрона с нейтроном и протона с протоном. Самосогласованный потенциал является суммой энергий взаимодействия одного из нуклонов со всеми остальными нуклонами. В ядрах с $N > Z$ протон взаимодействует с большим числом отличных от него нуклонов, чем нейтрон. Это приводит к тому, что $V_{op} > V_{on}$.

6. Проследим теперь качественно, как идет заполнение ядерных оболочек. Руководящими здесь являются следующие соображения. Во-первых, энергия уровня резко, резко, чем в атоме, растет с увеличением главного квантового числа n . Этот резкий рост обусловлен тем, что самосогласованный потенциал быстро спадает с расстоянием, а среднее расстояние нуклона от центра ядра растет с ростом n . Во-вторых, энергия уровня падает с ростом l за счет увеличения кинетической центробежной энергии $\frac{\hbar^2 l^2}{2M^2} \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle$, соответствующей только орбитальному (не радиальному) движению нуклона *). И наконец, за счет спин-орбитального взаимодействия уровни с одинаковыми n и l расщепляются на более низко лежащие состояния с параллельными спиновым и орбитальным моментами ($j = l + 1/2$) и на более высоко лежащие состояния с антипараллельными l и s , для которых $j = l - 1/2$. Величина этого расщепления пропорциональна l , и поэтому оно особенно велико для больших орбитальных моментов. Эти три соображения достаточны для качественного понимания схемы (рис. 3.8) ядерных оболочек.

Как и в атоме, в ядре ниже всего по энергии лежат 2 состояния $1s_{1/2}$, в которых орбитальный момент равен нулю, а волновая функция не имеет узлов. В этой оболочке могут уместиться лишь два нуклона каждого сорта, поскольку проекция момента $1/2$ может принимать лишь два значения $\pm 1/2$. Протонная и нейтронная оболочки $1s_{1/2}$ заполнены в ядре гелия ${}^2\text{He}^4$, которое тем самым является дважды магическим. Таким образом, первая ядерная оболочка аналогична атомной. Гелий является не только магическим ядром, но и «магическим» атомом.

*) В механике показывается, что кинетическая энергия частицы может быть представлена в виде суммы радиальной и центробежной энергий:

$$\frac{p^2}{2m} = \frac{p_r^2}{2m} + \frac{M^2}{2mr^2},$$

где M — момент количества движения частицы,

Состав следующей оболочки зависит от того, какой эффект сильнее — увеличение центробежной энергии с ростом l или уменьшение потенциальной энергии с ростом n . В атоме оба эффекта сравнимы по величине, поскольку кулоновская потенциальная энергия подобно центробежной медленно (как малая степень $1/r$) спадает с расстоянием. Поэтому в атоме в следующую за $1s$ -оболочкой (в ядерных обозначениях) входят $1p$ и $2s$ -состояния.

В ядре потенциал очень быстро спадает с расстоянием, так что $2s$ -состояние оказывается гораздо выше по энергии, чем состояния $1p$. Поэтому в ядре за оболочкой $1s_{1/2}$ следует оболочка $1p$ в, которой могут находиться 6 нуклонов одного сорта. В $1p$ -оболочке орбитальный момент l уже не нуль. Поэтому здесь начинает сказываться спин-орбитальное взаимодействие, описываемое вторым слагаемым в гамильтониане (3.5). При $l = 1$, $s = 1/2$ полный момент j может быть равен либо $3/2$, либо $1/2$. За счет спин-орбитального взаимодействия состояния $1p_{3/2}$ ($j = 3/2$) оказываются несколько ниже состояний $1p_{1/2}$. При малых l это спин-орбитальное расщепление невелико. Поэтому 4 состояния $1p_{3/2}$ и 2 состояния $1p_{1/2}$ входят в одну и ту же оболочку. Эта оболочка заполняется до конца при восьми нуклонах одного сорта в ядре (2 нуклона в $1s_{1/2}$ -оболочке и 6 в $1p$ -оболочке). Протонная и нейтронная $1p$ -оболочки заполняются до конца в дважды магическом ядре кислорода ${}^8\text{O}^{16}$.

Здесь уже сказывается отличие ядра от атома. Следующим за гелием инертным газом является не кислород, а неон, у которого $Z = 10$. Различие возникает за счет двух состояний $2s_{1/2}$, которые в атоме входят во вторую оболочку, а в ядре — в третью. В эту же третью ядерную оболочку входят 10 состояний $1d$, расщепляющихся на лежащие ниже состояний $2s_{1/2}$ шесть состояний $1d_{3/2}$ и на четыре состояния $1d_{5/2}$, лежащие несколько выше состояний $2s_{1/2}$. Спин-орбитальное расщепление здесь все еще недостаточно для того, чтобы переводить состояния из одной оболочки в другую. Всего в третьей оболочке имеется $2 + 10 = 12$ состояний. Прибавив сюда 8 состояний из предыдущих двух оболочек, мы получим, что в ядре с заполненной третьей оболочкой будет 20 нуклонов соответствующего сорта. Эта оболочка замкнута по протонам и нейтронам в дважды магическом ядре кальция ${}^{20}\text{Ca}^{40}$. Аналогия с атомными оболочками здесь (а дальше тем более) уже полностью утрачивается. В атоме (в ядерных обозначениях) в третью оболочку входят состояния $3s$, $2p$, $1d$.

В четвертую оболочку входят 8 состояний $1f_{7/2}$, 4 состояния $2p_{3/2}$, 6 состояний $1f_{5/2}$, 2 состояния $2p_{1/2}$ и, наконец, 10 состояний $1g_{7/2}$. В состояниях $1f$ орбитальный момент равен 3, и спин-орбитальное расщепление уже значительно. Поэтому 8 состояний $1f_{7/2}$ лежат сравнительно низко и выделяются в подоболочку. Эта подоболочка заполнена по нейтронам в ядре кальция ${}^{20}\text{Ca}^{48}$. У состояний $1g$, где $l = 4$, спин-орбитальное расщепление уже столь велико, что

состояния $1g_{7/2}$ входят в четвертую оболочку, а состояния $1g_{9/2}$ — в пятую. Всего в четвертой оболочке имеется 30 нуклонов. Поэтому в ядре с замкнутой четвертой оболочкой содержится 50 нуклонов.

Дважды магическим ядром, содержащим пятьдесят протонов, является ядро изотопа олова ${}_{50}\text{Sn}^{132}$. Это ядро нестабильно, поскольку у него слишком велик процент нейтронов.

Пятая оболочка содержит 32 состояния, а именно 8 состояний $1g_{7/2}$, 6 состояний $2d_{5/2}$, 4 состояния $2d_{3/2}$, 2 состояния $3s_{1/2}$ и 12 состояний $1h_{11/2}$. В оболочке $1h$, как и в $1g$, спин-орбитальное расщепление настолько велико, что состояния $1h_{11/2}$ и $1h_{9/2}$ принадлежат разным оболочкам. Обратим внимание на то, как высоко находятся в ядре состояния $3s_{1/2}$. В атоме они относятся к третьей оболочке, а в ядре за счет короткодействия ядерных сил — к пятой. При заполнении пятой оболочки в ядре оказывается 82 нуклона соответствующего сорта. Классическим примером ядра с заполненной пятой оболочкой (по протонам) является изотоп свинца ${}_{82}\text{Pb}^{208}$. Это ядро — дважды магическое, поскольку число его нейтронов равно 126, что соответствует заполнению шестой нейтронной оболочки, содержащей 44 состояния: 10 состояний $1h_{9/2}$, 8 состояний $2f_{7/2}$, 6 состояний $2f_{5/2}$, 4 состояния $3p_{3/2}$, 2 состояния $3p_{1/2}$ и 14 состояний $1i_{13/2}$.

Укажем масштабы энергий в оболочечной модели. Расстояния между одночастичными модельными уровнями в пределах одной оболочки по порядку величины равняются нескольким МэВ, расстояния между соседними оболочками (точнее, между центрами соседних оболочек) равняются по порядку величины 10 МэВ (в легких ядрах больше, в тяжелых несколько меньше 10 МэВ).

7. Вопрос о существовании более высоких оболочек является открытым из-за отсутствия экспериментальных данных. Из теоретических соображений следует, что оболочечные эффекты должны ослабевать с ростом массового числа. Это ослабевание обусловлено тем, что практически в любом потенциале разумной формы в оболочке группируются низшие одночастичные уровни. При возрастании порядковых номеров уровней пустые энергетические интервалы, разделяющие оболочки, становятся все более редкими и все более узкими. Все же, однако, делаются попытки предсказать магические числа ближайших высших оболочек — шестой протонной и седьмой нейтронной. Из потенциала (3.8) (с добавкой (3.9) для протонов) для этих оболочек получаются соответственно магические числа $Z = 114$ и $N = 284$. Эти предсказания неоднозначны, так как с увеличением номера оболочки порядок ее заполнения становится более чувствительным к тонким деталям формы потенциала. Нетрудно изменить потенциал (3.8) так, что магическое число шестой протонной оболочки превратится в $Z = 112$ без изменения магических чисел известных оболочек. Заметим, что магические числа низших оболочек почти не зависят от формы потенциала. Так, кулоновская поправка (3.9) не влияет на маги-

ческие числа первых пяти оболочек. Магические числа первых трех оболочек сохраняются при замене потенциала (3.8) на осцилляторный. Первое магическое число 2 сохраняется при переходе к кулоновскому потенциалу, форма которого не имеет ничего общего с ядерным потенциалом.

8. В модели оболочек без остаточного взаимодействия состояния нуклонов в ядре полностью описываются самосогласованным потенциалом типа (3.8) (с добавкой (3.9) в применении к протонам). Одним из важнейших применений теории оболочек в целом является получение спинов и четностей основных и некоторых возбужденных состояний ядер. Эта возможность базируется на том, что каждая замкнутая оболочка имеет нулевой полный момент и положительную четность. Поэтому в создании спина и четности уровня ядра принимают участие только нуклоны внешних оболочек. Например, в ядре изотопа кислорода ${}^8\text{O}^{17}$ основное состояние должно иметь (и действительно имеет) характеристику $5/2^+$, так как сверх заполненных оболочек с $Z = 8$ и с $N = 8$ в этом ядре имеется один нейтрон в третьей оболочке, начинающейся уровнями $1d_{5/2}$. К сожалению, однако, для большинства ядер такие предсказания оказываются неоднозначными. Рассмотрим для примера ядро изотопа хрома ${}^{24}\text{Cr}^{52}$. В этом ядре заполнены оболочка $Z = 20$ и подоболочка $N = 28$. Сверх этих оболочек в состоянии $1f_{7/2}$ имеются четыре протона, моменты которых могут складываться различными способами по правилу (1.31) с учетом принципа Паули. В результате этого сложения получаются различные состояния с суммарными моментами $J = 0, 2, 4, \dots$ В модели без остаточного взаимодействия энергии всех этих состояний одинаковы. Поэтому без допущений о виде остаточного взаимодействия нельзя сказать, каким должен быть спин основного состояния ядра ${}^{24}\text{Cr}^{52}$. Последовательный учет остаточного взаимодействия сложен и математически громоздок. Поэтому мы ограничимся рассмотрением модели оболочек с феноменологическим спариванием, в которой остаточное взаимодействие учитывается предельно простым способом. В этой модели принимается, что остаточное взаимодействие приводит к спариванию одинаковых нуклонов. С явлением спаривания мы уже встречались в гл. II, § 3, п. 5. Оно состоит в том, что нуклоны одного сорта стремятся объединиться внутри ядра в пары с нулевым суммарным моментом и положительной четностью. Допущение о феноменологическом спаривании, как видно, совершенно не усложняет математического аппарата модели. Ниже мы увидим, что оно существенно расширяет область применимости оболочечных представлений.

9. Рассмотрим на основе схемы оболочек спины и четности ядер. Из модели оболочек без остаточного взаимодействия следует, что: а) основные состояния дважды магических ядер должны иметь характеристику 0^+ ; б) характеристика основного состояния ядра, имеющего на один нуклон больше дважды магического, совпадает

с характеристикой низшего уровня оболочки, начинающейся от соответствующего магического числа; в) характеристика основного состояния ядра, имеющего на один нуклон меньше дважды магического, совпадает с характеристикой высшего уровня оболочки, оканчивающейся на соответствующем магическом числе. Эти правила выполняются без исключений. Например, в ядре изотопа азота ${}^7_7\text{N}^{15}$ не хватает одного протона до дважды магического ядра ${}^8_8\text{O}^{16}$. На магическом числе $Z = 8$ оканчивается вторая оболочка с высшим уровнем $1p_{1/2}$. Поэтому основное состояние ядра ${}^7_7\text{N}^{15}$ должно иметь (и действительно имеет) характеристику $1/2^-$.

В модели оболочек с феноменологическим спариванием нуклоны одного сорта объединяются в пары либо все (при четном числе этих нуклонов), либо все, кроме одного (при нечетном числе этих нуклонов). На спин и четность ядра в целом может влиять только последний неспаренный нуклон. Отсюда следует, что: а) основные состояния всех четно-четных ядер должны иметь характеристику 0^+ ; это правило не имеет исключений; б) характеристика основного состояния ядра с нечетным A должна совпадать с характеристикой уровня, занимаемого последним (т. е. неспаренным) нуклоном; это правило выполняется почти во всех случаях (исключения: ${}^9_9\text{F}^{19}$, ${}^{11}_{11}\text{Na}^{23}$, ${}^{25}_{25}\text{Mn}^{55}$).

Приведем несколько примеров. В ядре изотопа лития ${}^3_3\text{Li}^7$ имеется один неспаренный протон в состоянии $1p_{3/2}$. Соответственно основное состояние этого ядра имеет характеристику $3/2^-$. В ядре изотопа углерода ${}^6_6\text{C}^{13}$ неспаренный нейтрон находится в состоянии $1p_{1/2}$ в полном соответствии с характеристикой $1/2^-$ этого ядра. Более сложным примером является ядро теллура ${}_{52}\text{Te}^{127}$. Схема последовательности одночастичных уровней при $N = 75$ приведена на рис. 3.9. Согласно этой схеме основной уровень ${}_{52}\text{Te}^{127}$ должен иметь характеристику $11/2^-$, что противоречит экспериментальному значению $3/2^+$. Для устранения противоречия полагают, что энергия спаривания растет с ростом моментов j спариваемых нуклонов. В результате в ${}_{52}\text{Te}^{127}$ нейтроны верхней оболочки при спаривании переходят из состояния $2d_{3/2}$ в $1h_{11/2}$, а неспаренный нейтрон остается в состоянии $2d_{3/2}$.

В формировании спина и четности нечетно-нечетного ядра участвуют два неспаренных нуклона. Поэтому характеристики

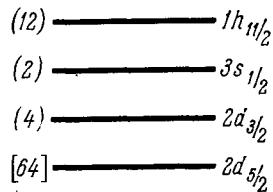


Рис. 3.9. Нейтронные уровни самосогласованного потенциала для ядра изотопа теллура ${}_{52}\text{Te}^{127}$.

Изображены только уровни, которые заполняются нейтронами в ядрах, близких по числу нейтронов к теллуру.

В круглых скобках слева — число частиц в подоболочках, в квадратных скобках — полное число нейтронов во всех оболочках, предшествующих подоболочке $2d_{3/2}$.

основных состояний таких ядер не могут быть однозначно предсказаны в рассматриваемой модели.

10. В модели ядерных оболочек часто используется понятие дырок. Дыркой в ядерной оболочке называется система нуклонов одного сорта в этой оболочке, число которых на единицу меньше соответствующего магического. Например, вместо того чтобы говорить, что в ядре ${}^7\text{N}^{15}$ имеется семь протонов, можно сказать, что в этом ядре есть одна протонная дырка в p -оболочке. Аналогично можно сказать, что в ядре ${}^6\text{C}^{14}$ имеются две протонные дырки в p -оболочке, и так далее. В квантовой теории доказывається, что дырку в хорошем приближении можно считать частицей, масса и заряд которой противоположны по знаку массе и заряду соответствующего нуклона. Введение дырок полезно тем, что оно дает возможность значительно уменьшить число рассматриваемых частиц при расчетах структуры ядер, близких к магическим «снизу».

11. Посмотрим теперь, в какой мере согласуются с опытом предсказания одночастичной оболочечной модели в отношении магнитных моментов ядра. Для этого нам прежде всего нужно вычислить магнитные моменты протона и нейтрона в различных оболочечных состояниях. Это вычисление производится следующим образом. Магнитный момент μ протона является векторной суммой орбитального момента, обусловленного движением заряда протона, и собственного магнитного момента. В единицах ядерного магнетона $\mu_0 = e\hbar/2M_p c$ орбитальный магнитный момент равен орбитальному механическому моменту l , а собственный магнитный момент равен произведению абсолютной величины $g_p = 2,79$ собственного магнитного момента протона (конечно, в тех же единицах ядерного магнетона) на удвоенный вектор спина $2s$. Поэтому полный магнитный момент протона запишется в виде

$$\mu = l + 2g_p s. \quad (3.10)$$

Из (3.10) видно, что направления полного магнитного и полного механического моментов протона не совпадают. Магнитный момент статистически прецессирует вокруг механического. В результате перпендикулярная механическому моменту часть магнитного момента будет с равной вероятностью направлена по любому азимуту и тем самым не даст вклада в экспериментально наблюдаемый магнитный момент в соответствии со сказанным в гл. II, § 4, п. 5. Таким образом, экспериментально может быть измерена только проекция μ_j магнитного момента μ на механический момент j :

$$\mu_j = \frac{(\mu \cdot j) j}{j^2} = \frac{\mu j}{j+1}. \quad (3.11)$$

Заменив теперь в (3.11) j на его значение $l + s$, нетрудно получить для магнитного момента протона в состоянии с заданными

квантовыми числами j и l выражение

$$\mu_j = j \left\{ \left(1 \mp \frac{1}{2l+1} \right) \pm \frac{2g_p}{2l+1} \right\}. \quad (3.12)$$

Вычисление магнитного момента нейтрона в состоянии с заданными j и l проводится точно так же с той лишь разницей, что для нейтрона орбитальный магнитный момент равен нулю. Получающееся в результате выражение имеет вид

$$\mu_j = \pm \frac{2g_n}{2l+1}, \quad (3.13)$$

где $g_n = 1,913$ — собственный магнитный момент нейтрона в единицах ядерного магнетона.

В модели оболочек с феноменологическим спариванием формула (3.12) должна описывать магнитные моменты всех ядер с нечетными A и Z , а формула (3.13) — магнитные моменты всех ядер с нечетными A и N .

На рис. 3.10 изображены кривые (линии Шмидта), определяющие зависимость μ от j при значениях $j = l \pm 1/2$ для каждого класса ядер с нечетным A . На этом же рисунке точками отмечены экспериментальные значения магнитных моментов ядер. Как видно, все экспериментальные моменты лежат между линиями Шмидта*). В большом числе случаев экспериментальные точки лежат заметно ближе к одной линии, чем к другой, причем почти всегда более близкое значение соответствует предсказаниям оболочечной теории.

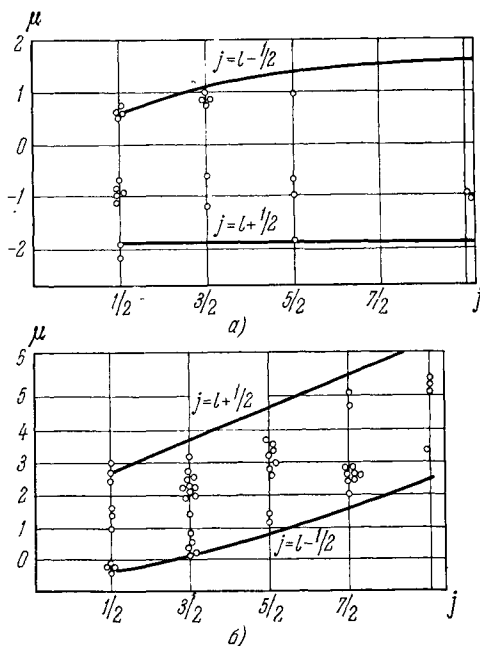


Рис. 3.10. Магнитные моменты μ для ядер с нечетным A .

а) Нечетное N , б) нечетное Z . Точки — экспериментальные данные, сплошные линии рассчитаны по оболочечным формулам (3.12) и (3.13).

*) Нетривиальным исключением из этого правила являются магнитные моменты ядер ${}^1_1\text{H}^3$ и ${}^2_2\text{He}^3$. Простота их структуры, казалось бы, позволяет исследовать все возможные причины аномального поведения их магнитных моментов. Однако удовлетворительное объяснение до сих пор найти не удалось. Похоже, что это отклонение связано с тем, что магнитный момент нуклона внутри ядра несколько отличается от момента свободного нуклона.

Таким образом, качественно поведение магнитных моментов хорошо объясняется оболочечной теорией, т. е. магнитные моменты ядер в основном имеют одночастичное происхождение. Для получения более точного совпадения теории с опытом необходим учет остаточного взаимодействия между нуклонами.

12. Казалось бы, по аналогии с магнитными моментами одночастичная оболочечная модель должна качественно объяснять и значения квадрупольных моментов ядер. Однако здесь эту модель постигла почти полная неудача. Если квадрупольный момент ядра определяется квадрупольным моментом последнего, неспаренного, нуклона, то очевидно, что этот момент должен равняться нулю для всех ядер с нечетными A и N . Однако, как видно из табл. 2.3, многие из таких ядер обладают довольно большими квадрупольными моментами. Далее, для квадрупольных моментов ядра с неспаренным протоном теоретический расчет дает значение

$$Q = -er^2 \frac{2j-1}{2j+1}, \quad (3.14)$$

где r^2 — средний квадрат расстояния неспаренного протона от центра ядра. Вычисленные по формуле (3.14) значения качественно согласуются с экспериментальными только для ядер, непосредственно примыкающих к магическим. Вдали от замкнутых оболочек величины квадрупольных моментов ядер во много раз (до 30) больше значений, даваемых оболочечной теорией. Отсюда следует, что квадрупольные моменты ядер имеют, как правило, не одночастичное, а коллективное происхождение. Иными словами, квадрупольные моменты отдельных нуклонов, в отличие от моментов количества движения и магнитных моментов, не компенсируются, а, как говорят, когерентно (т. е. с одним и тем же знаком) складываются. Такое поведение квадрупольных моментов отдельных нуклонов характерно для деформированного ядра.

13. До сих пор мы излагали предсказания оболочечной модели только в отношении свойств основных состояний ядер. В этом пункте мы остановимся на вопросе о применимости этой модели к исследованию структуры возбужденных состояний. Если самосогласованное взаимодействие намного превосходит остаточное, то можно сделать следующие предсказания о структуре возбужденных состояний магических и околомагических ядер:

а) в дважды магических ядрах первое возбужденное состояние должно быть отделено от основного широким энергетическим интервалом, называемым *маговым просветом*; ширина магового просвета должна равняться интервалу между соответствующими оболочками; б) в ядрах с одним нуклоном сверх дважды замкнутой оболочки в области магового просвета должны существовать только уровни, соответствующие переходу внешнего нуклона в возбужденные состояния над замкнутой оболочкой; в) в ядрах с одной дыркой

сверх дважды замкнутой оболочки должны существовать только уровни, соответствующие переходу дырки в возбужденное состояние внутри ее оболочки.

Посмотрим, в какой мере выполняются эти предсказания. Маговый просвет существует у всех дважды магических ядер. Однако ширина этого просвета значительно меньше предсказываемой. Например, в ядре изотопа ${}_{20}\text{Ca}^{40}$ расчетная ширина магового просвета составляет 7,2 МэВ, а фактическая — всего лишь 3,3 МэВ. Уже это указывает на то, что количественный вклад остаточных взаимодействий не может быть малым. Возбужденный уровень с энергией 3,3 МэВ имеет положительную четность. Этот факт свидетельствует о том, что роль остаточных взаимодействий не просто заметна, а очень велика. Действительно, все уровни третьей оболочки четны, а все уровни четвертой — нечетны. Поэтому при переходе одного нуклона ядра ${}_{20}\text{Ca}^{40}$ из третьей оболочки в четвертую должно получаться нечетное состояние. Четное состояние может получиться либо при переходе нуклона из второй оболочки в четвертую, либо при возбуждении двух нуклонов из третьей оболочки. В обоих случаях расчетная энергия возбуждения больше десятка МэВ. Аналогичные уровни аномальной четности в области магового просвета наблюдаются и у других дважды магических ядер. Поясним происхождение низших возбужденных состояний в магических ядрах. В оболочечной модели эти состояния получаются перемещением нуклона из последней заполненной оболочки в первую свободную. При таком перемещении в свободной оболочке появляется частица, а в заполненной — дырка. Поэтому возникающие состояния называются частично-дырочными и обозначаются через $(n_1 l_1 j_1)^{-1} n_2 l_2 j_2$, где $n_1 l_1 j_1$ и $n_2 l_2 j_2$ — квантовые числа дырки и частицы. Остаточное взаимодействие приводит к смешиванию, т. е. к суперпозиции различных состояний частицы и дырки

$$(n_1 l_1 j_1)^{-1} n_2 l_2 j_2 \rightleftharpoons (n_1' l_1' j_1')^{-1} n_2' l_2' j_2' \rightleftharpoons \text{и т. д.}, \quad (3.15)$$

и формирует коллективные частично-дырочные состояния. Коллективные состояния отвечают скоррелированному движению частицы и дырки. Чем больше частично-дырочных состояний вовлечено в процесс смешивания (3.15), тем более скоррелированным будет это движение. За счет возникающего при корреляции выигрыша в энергии коллективные состояния оказываются в маговом просвете. Так, в ядре ${}_{20}\text{Ca}^{40}$ возбужденное состояние 3^- с энергией 3,7 МэВ является коллективным частично-дырочным состоянием. Аналогичная ситуация имеет место в других дважды магических ядрах.

Первые возбужденные состояния 0^+ в ядрах ${}_8\text{O}^{16}$ и ${}_{20}\text{Ca}^{40}$ (с энергиями соответственно 6,1 и 3,3 МэВ) имеют более сложную природу: в этих состояниях ядра ${}_8\text{O}^{16}$ и ${}_{20}\text{Ca}^{40}$ деформированы.

У ядер с одной частицей (или с одной дыркой) сверх дважды замкнутой оболочки, как правило, отчетливо прослеживаются

уровни, соответствующие одночастичному (или однодырочному) возбуждению. Так, у ядра изотопа кислорода ${}^8\text{O}^{17}$ первое возбужденное состояние имеет характеристику $1/2^+$, что соответствует возбуждению внешнего нейтрона из состояния $1d_{5/2}$ в состояние $2s_{1/2}$. У этого ядра есть и возбужденный уровень $3/2^+$, соответствующий переходу нейтрона в состояние $1d_{3/2}$. У ядра ${}^8\text{O}^{15}$ имеется уровень $3/2^-$, соответствующий возбуждению нейтронной дырки из состояния $1p_{1/2}$ в состояние $1p_{3/2}$. Но у ядер ${}^8\text{O}^{17}$, ${}^8\text{O}^{15}$ и им подобных по соседству с одночастичными (однодырочными) уровнями имеются уровни противоположной четности, также свидетельствующие о большой величине остаточных взаимодействий.

14. У возбужденных уровней ядер, далеких от магических, четкость проявления оболочечных эффектов снижается. Уже в магических и соседних с ними ядрах при энергиях возбуждения, превышающих соответственно энергии двух и одного магового просвета, исчезают одночастичные и частично-дырочные возбуждения. Это вызывается тем, что при таких энергиях из-за сильного взаимодействия с более сложными степенями свободы (возбуждениями дважды магического остова) одночастичные и частично-дырочные возбуждения быстро затухают. В немагических ядрах это затухание простейших возбуждений наступает при значительно меньших энергиях возбуждения. Тем не менее в определенной степени оболочечные эффекты прослеживаются и в немагических четно-четных ядрах. Они сводятся к следующему:

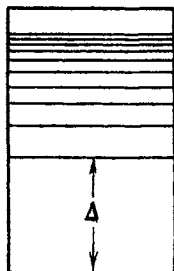


Рис. 3.11. Схематическое изображение энергетического спектра четно-четных ядер с $A \geq 50$. «Энергетическая щель» Δ в спектре возникает из-за спаривания тождественных нуклонов.

а) Первые возбужденные состояния с характеристикой 3^- являются, как правило, коллективными частично-дырочными состояниями.

б) Большинство низколежащих уровней имеет положительную четность. Оболочечная модель предсказывает эту особенность, поскольку низколежащие уровни соответствуют различным размещениям нуклонов по уровням незаполненной оболочки. В пределах же одной оболочки все уровни, кроме одного (в средних и тяжелых ядрах), имеют одну и ту же четность.

в) Качественно спектр возбуждения сферических четно-четных ядер выглядит так, как это изображено на рис. 3.11. Оболочечная модель со спариванием предсказывает именно такого типа спектр.

Действительно, чтобы возбудить четно-четное ядро, необходимо разорвать связь спаренных нуклонов. На это требуется энергия 2—3 МэВ. Поэтому в спектре немагических четно-четных ядер должна существовать энергетическая щель, аналогичная маговому просвету, но меньшая по величине.

В целом из изучения возбужденных уровней ядер следуют два вывода об области применимости оболочечных представлений. Во-первых, оболочечные эффекты наиболее отчетливо проявляются у ядер магических и близких к магическим. Во-вторых, успех оболочечной модели объясняется не малостью остаточного взаимодействия, а тем, что многие оболочечные эффекты оказываются очень устойчивыми, т. е. сохраняются даже при сильном остаточном взаимодействии.

15. Остаточное взаимодействие приводит к возникновению парных корреляций между нуклонами. Поясним теперь сделанное в конце предыдущего пункта замечание, почему, несмотря на эти корреляции, приближение самосогласованного поля применимо к ядру даже при больших остаточных взаимодействиях. Допустим на минуту, что остаточное взаимодействие в ядре «выключено». Тогда нуклоны строго расположатся по оболочечным состояниям, причем в силу принципа Паули в каждом заполненном состоянии сможет находиться лишь один нуклон. Теперь «включим» остаточное взаимодействие. Оно, конечно, будет стремиться изменить состояния нуклонов. Но, чтобы изменить состояние нуклона, надо его выбить в одно из свободных состояний. А для этого нуклонам, находящимся на внутренних оболочках, нужны большие энергии возбуждения — до десятков МэВ. Поэтому даже довольно интенсивное остаточное взаимодействие может выбивать нуклон из внутренней оболочки редко и лишь на короткие промежутки времени. В результате структура внутренних заполненных оболочек в среднем слабо искажается остаточными взаимодействиями, что и обеспечивает применимость концепции независимого движения нуклонов в ядре. Только на нуклоны последней (верхней) оболочки остаточное взаимодействие может влиять заметным образом.

§ 5. Обобщенная модель ядра

1. У большинства ядер проявляются как одночастичные, так и коллективные степени свободы. Так, например, у ядер с числами Z и N , далекими от магических, спины и четности основных состояний, как правило, хорошо описываются оболочечной теорией, в то время как квадрупольные электрические моменты имеют коллективное происхождение. Одновременный учет коллективных и одночастичных степеней свободы осуществляется в обобщенных моделях.

2. Исторически первой была рассмотрена обобщенная модель со слабой связью. В этой модели ядро считается состоящим из сферического четно-четного остова и небольшого числа внешних нуклонов. Для описания остова используется коллективная модель, а для описания внешних нуклонов — модель независимых частиц. При этом взаимодействие между степенями свободы остова и внешних нуклонов считается слабым. Мы ограничимся случаем одного внешнего нуклона и остова, описываемого капельной моделью.

Характеристика основного состояния ядра в этом случае та же, что и в оболочечной модели. Спектр низших возбужденных состояний обогащается, так как возбуждаться могут как внешний нуклон, так и остов. В остове может возбуждаться либо квадрупольное