

обозначения состояний с определенным орбитальным моментом, а индексы 1 и 3 обозначают соответственно синглетность и триплетность состояния, т. е. количество различных проекций суммарного спинового момента двух частиц.

В нашем случае, однако, имеются не просто две частицы со спином половина, а две тождественные частицы. Поэтому их волновая функция должна быть антисимметрична по отношению к перестановке всех координат нейтронов (см. гл. II, § 8):

$$\Psi_{m_1 m_2}(\mathbf{r}) = -\Psi_{m_2 m_1}(-\mathbf{r}). \quad (4.19)$$

Совместными с этим условием являются только функции следующих состояний нейтронов:

$${}^1S, \quad {}^3P, \quad {}^1D, \dots$$

Полные моменты количества движения в состояниях  ${}^1S$ ,  ${}^1D$  составляют соответственно  $J = 0$  и  $J = 2$  (суммарный спин равен нулю). Момент количества движения в состоянии  ${}^3P$  может равняться 0, 1, 2 (суммарный спин равен 1). Таким образом, условие

$$J_{\text{нач}} = J_{\text{кон}}$$

наряду с условием антисимметричности волновой функции допускает в качестве конечного состояния только  $P$ -состояние нейтронов. Но, как мы знаем (гл. II, § 9),  $P$ -состояние обладает отрицательной четностью. Поэтому равенство

$$\Pi_{\text{нач}} = \Pi_{\text{кон}}$$

принимает вид

$$\Pi_{\text{нач}} = \Pi_{\pi} = -1. \quad (4.20)$$

Следовательно, внутренняя четность отрицательного пиона равняется  $-1$ . Было показано, что внутренняя четность  $\pi^+$  и  $\pi^0$  также отрицательна.

### § 3. Общие свойства ядерных реакций

1. При одних и тех же начальных условиях ядерная реакция может идти различными способами. Например, при столкновении протона с ядром  ${}^7_3\text{Li}$  могут произойти такие процессы:

$$p + {}^7_3\text{Li} \rightarrow \begin{cases} p + {}^7_3\text{Li} & \text{— упругое рассеяние,} \\ p + {}^7_3\text{Li}^* & \text{— неупругое рассеяние с переходом } {}^7_3\text{Li} \\ & \text{в возбужденное состояние } {}^7_3\text{Li}^*, \\ \alpha + \alpha, & \\ \alpha + \alpha + \gamma, & \\ p + \alpha + t, & \\ \text{и т. д.} & \end{cases} \quad (4.21)$$

Эти (равно как и любые другие возможные) конечные состояния называются *каналами реакции*. Используются также понятия *входного* и *выходного* каналов. Выходной канал упругого рассеяния называют упругим каналом. В приведенном примере входным является канал  $p + {}_3\text{Li}^{7*}$ , а выходными  $p + {}_3\text{Li}^{7*}$  (упругий канал),  $p + {}_3\text{Li}^{7*}$ ,  $\alpha + \alpha$ ,  $\alpha + \alpha + \gamma$ ,  $p + \alpha + t$ . Часто под каналом реакции понимают только выходной канал.

Если энергия налетающей частицы ниже порога какой-либо эндотермической реакции, то соответствующий канал называется *закрытым*. По закрытому каналу реакция идти не может. При очень низкой энергии налетающей частицы открыты только упругий и экзотермические каналы. При повышении энергии начинают последовательно открываться эндотермические каналы.

2. Различным каналам соответствуют различные эффективные сечения. Среди этих сечений особую роль играет сечение упругого рассеяния  $\sigma_{\text{упр}}$ , при котором ни налетающая частица, ни мишень не претерпевают никаких изменений. Сумма  $\sigma_{\text{неупр}}$  сечений реакции по всем открытым неупругим каналам носит название *сечения неупругого рассеяния*. Сумма  $\sigma_t = \sigma_{\text{упр}} + \sigma_{\text{неупр}}$  называется *полным сечением*.

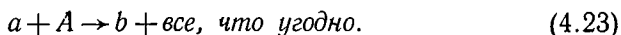
Полное сечение  $\sigma_t$  нередко называют сечением выбывания из пучка. Такая терминология обусловлена тем, что через  $\sigma_t$  определяется коэффициент поглощения  $\mu$  для потока  $J$  пучка налетающих частиц в веществе, состоящем из ядер мишени (при отсутствии в веществе других рассеивателей этого пучка):

$$J(x) = J_0 e^{-\mu x}, \quad (4.22)$$

где  $\mu = \sigma_t N$ ,  $N$  — число ядер мишени в единице объема вещества,  $x$  — толщина слоя вещества,  $J_0$  — начальная интенсивность.

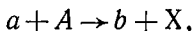
При высоких энергиях столкновения открыто большое число различных каналов, в том числе многочастичных. Из-за обилия каналов каждый из них в отдельности (особенно многочастичный) с трудом выделяется экспериментально и не всегда поддается достаточно простой теоретической трактовке. Поэтому при большом числе открытых каналов удобнее с точки зрения эксперимента и, как оказалось, полезно для теории измерять сечения реакций, азываемых *инклюзивными*.

Инклюзивной называется реакция типа



В этой реакции в конечном состоянии регистрируется только одна частица  $b$ , которая, в частности, может совпадать либо с  $a$ , либо с  $A$ . Таким образом, инклюзивное сечение равняется сумме сечений всех каналов, в которых вылетает частица  $b$ . В инклюзивных ядерных реакциях наблюдается явление, получившее название ядерного скейлинга (см. § 10, п. 2).

Для инклюзивных реакций используется также обозначение типа



где под  $X$  подразумеваются все допустимые продукты реакции.

3. Классическое эффективное сечение наглядно трактуется как эффективная площадь мишени, попадая в которую частица вызывает реакцию. При переходе к квантовой физике ряд свойств сечений существенно изменяется, так что классические наглядные представления могут привести к качественно неверным выводам.

Наиболее существенны два из этих изменений. Во-первых, за счет вероятностного характера квантовомеханических процессов полное сечение может оказаться намного меньше площади области, в которой происходит взаимодействие. Возможность такого явления обусловлена тем, что для квантовой частицы существует ненулевая вероятность пролететь, не отклонившись, через область, в которой на нее действует сила. При этом существует обширная область явлений, в которых эта вероятность велика. В таких случаях по аналогии с оптикой иногда говорят, что мишень является частично прозрачной или «серой». С этим явлением мы уже сталкивались в гл. II, § 6 и еще встретимся в гл. VII, § 7.

Во-вторых, за счет волнового характера квантовомеханических явлений при низких энергиях сечение может оказаться намного (до нескольких порядков) больше верхнего предела  $\pi R_{\max}^2$ , диктуемого классическими, неквантовыми соображениями, где  $R_{\max}$  — максимальное расстояние, на котором частицы способны взаимодействовать.

В теории ядерных реакций доказываются следующие теоремы о предельных сечениях ядерных реакций при низких энергиях, когда согласно § 2, п. 4 рассеяние идет лишь в  $S$ -состоянии. Верхним пределом сечения упругого рассеяния является величина

$$\sigma_{\text{упр}} \leq 4\pi\lambda^2. \quad (4.24)$$

Верхний предел сечения  $\sigma_{\text{неупр}}$  определяется неравенством

$$\sigma_{\text{неупр}} \leq \pi\lambda^2, \quad (4.25)$$

причем в случае равенства должно быть  $\sigma_{\text{неупр}} = \sigma_{\text{упр}}$ . При других значениях  $\sigma_{\text{неупр}}$  величина  $\sigma_{\text{упр}}$  также оказывается ограниченной неравенством, более сильным, чем (4.24). С другой стороны, при наличии неупругого рассеяния сечение упругого рассеяния оказывается ограниченным и снизу: не может быть чисто неупругого рассеяния. В частности, для полного сечения справедливо неравенство  $\sigma_t \leq 4\pi\lambda^2$ .

Перечисленные утверждения о предельном поведении сечений резюмированы на рис. 4.2, на котором заштрихованная область соответствует допустимым значениям упругого и неупругого сечений.

Из (4.24), (4.25) следует, что при низких энергиях, когда длина волны де Бройля значительно превышает радиус действия сил, сечения могут быть (но, конечно, могут и не быть) очень велики. Наглядно, хотя и очень грубо, этот вывод может быть объяснен тем, что частица способна «зацепляться» за рассеивающий центр своей волной де Бройля. Резкое возрастание сечений проявляется при резонансном взаимодействии очень медленных нейтронов с ядрами (см. § 2).

4. Невозможность существования чисто неупругого рассеяния тесно связана с квантовомеханическим эффектом дифракционного рассеяния, уже упоминавшегося в гл. II, § 6.

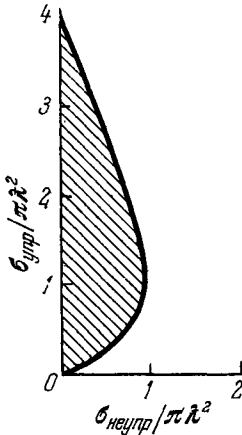
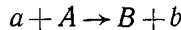


Рис. 4.2. Схематическое изображение связи сечений упругого  $\sigma_{упр}$  и неупругого  $\sigma_{неупр}$  процессов при небольших энергиях.

Заштрихованная область соответствует допустимым значениям  $\sigma_{упр}$  и  $\sigma_{неупр}$ .

Действительно, пусть рассеиватель поглощает все попадающие в него частицы и, следовательно, является с классической точки зрения поглотителем без рассеяния, т. е. абсолютно черным телом. При прохождении пучка частиц через такой рассеиватель за ним будет оставаться тень. Однако в область этой тени частицы будут попадать за счет дифракции. А раз частица попала в область тени, значит, она отклонилась от своего пути, т. е. претерпела упругое рассеяние. Такое упругое рассеяние называется дифракционным или теньвым рассеянием.

5. В квантовой теории ядерных реакций доказывается, что дифференциальное сечение  $\sigma_{ab}$  реакции типа



в системе СЦИ может быть представлено в виде

$$\frac{d\sigma_{ab}}{d\Omega_b} = |\hat{f}_{ab}|^2 (2j_b + 1) (2j_B + 1) \frac{p_b}{p_a}. \quad (4.26)$$

Здесь  $\hat{f}_{ab}$  — величина, называемая *матричным элементом перехода* или, что то же, амплитудой вероятности реакции. Этот матричный элемент зависит от энергии, от направлений движения частиц  $a$  и  $b$  (указываемых ниже единичными векторами  $\mathbf{n}_a$  и  $\mathbf{n}_b$ ), а также от проекций  $m_a, m_A, m_b, m_B$  спинов всех частиц, участвующих в реакции:

$$\hat{f}_{ab} = \hat{f}_{m_a m_A m_b m_B}(E, \mathbf{n}_a, \mathbf{n}_b).$$

Форма этой зависимости определяется конкретным видом взаимодействия, вызывающего реакцию.

Далее,  $p_a, p_b$  — импульсы частиц  $a$  и  $b$ ;  $j_B, j_b$  — спины конечных частиц  $B$  и  $b$ ; черта над квадратом модуля амплитуды означает

усреднение по спинам начальных и конечных частиц:

$$|\overline{f_{ab}}|^2 = \frac{1}{(2j_a + 1)(2j_A + 1)(2j_b + 1)(2j_B + 1)} \sum_{\substack{m_a, m_A, \\ m_b, m_B}} |f_{m_a m_A, m_b m_B}(\mathbf{n}_a, \mathbf{n}_b)|^2. \quad (4.27)$$

Практически обычно координатную ось  $z$  ориентируют вдоль направления падающего пучка, т. е. параллельно вектору  $\mathbf{n}_a$ . При таком соглашении зависимость  $f_{ab}$  от  $\mathbf{n}_a$  можно не указывать.

Для бесспиновых частиц матричный элемент  $f_{ab}$  зависит от энергии и от угла между  $\mathbf{n}_a$  и  $\mathbf{n}_b$ , т. е. угла  $\vartheta$  между направлением вылета частицы  $b$  и осью падающего пучка. При наличии спинов такая зависимость остается только для среднего значения  $|\overline{f_{ab}}|^2$ . Сам же элемент  $f_{ab}$  может еще зависеть от взаимной ориентации импульсов и спинов частиц.

6. В квантовой теории доказывается, что для амплитуды  $f_{ab}$  в СЦИ выполняется соотношение

$$f_{m_a m_A, m_b m_B}(E, \mathbf{n}_a, \mathbf{n}_b) = |f_{-m_a - m_A, -m_b - m_B}(E, -\mathbf{n}_b, -\mathbf{n}_a)|. \quad (4.28)$$

Свойство (4.28) выражает обратимость движения в квантовой механике.

Из (4.28) прямо следует равенство

$$|\overline{f_{ab}}|^2 = |\overline{f_{ba}}|^2. \quad (4.29)$$

Соотношение (4.28) качественно можно понять, рассмотрев свойство обратимости движения в классической механике. Как известно, в классической механике для каждой траектории  $\mathbf{r}(t)$  частицы имеется «обращенная по движению» траектория  $\mathbf{r}'(t) = \mathbf{r}(-t)$ , описываемая тем же уравнением, что и  $\mathbf{r}(t)$ . Тесная связь этих траекторий проявляется в следующем. Пусть при движении по траектории  $\mathbf{r}(t)$  частица за время  $\Delta t = t_2 - t_1$  переходит из состояния  $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}(t_1)$ ,  $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}(t_1)$  (напомним, что состояние точечной частицы в классической механике задается ее положением  $\mathbf{r}$  в пространстве и импульсом  $\mathbf{p}$ ) в состояние  $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}(t_2)$ ,  $\mathbf{p}_2 = \mathbf{p}(t_2)$ . Тогда при движении по траектории  $\mathbf{r}'(t)$  частица за то же время  $\Delta t$  переходит из обращенного по движению состояния  $\mathbf{r}_2, -\mathbf{p}_2$  в состояние  $\mathbf{r}_1, -\mathbf{p}_1$ . Соотношение (4.29) является квантовомеханическим обобщением этой взаимосвязи движения частицы по траекториям  $\mathbf{r}(t)$  и  $\mathbf{r}'(t)$ : оно выражает равенство амплитуд перехода  $\psi_a \rightarrow \psi_b$  и перехода  $\psi_b^- \rightarrow \psi_a^-$  между обращенными по движению состояниями  $\psi_b, \psi_a^-$ . Естественно, что при изменении направления движения изменяются знаки импульсов и проекций момента количества движения.

Из (4.29) следует важный принцип *детального равновесия*, связывающий сечения прямой и обратной реакций.

Для вывода принципа детального равновесия напишем сечение обратной реакции:

$$\frac{d\sigma_{ba}}{d\Omega_a} = (2j_a + 1)(2j_A + 1) \frac{p_a}{p_b} |\overline{f_{ba}}|^2. \quad (4.30)$$

Отсюда, учитывая, что  $|\overline{f_{ab}}|^2 = |\overline{f_{ba}}|^2$ , получим

$$\frac{d\sigma_{ab}/d\Omega_b}{d\sigma_{ba}/d\Omega_a} = \frac{(2j_b + 1)(2j_B + 1) p_b^2}{(2j_a + 1)(2j_A + 1) p_a^2}. \quad (4.31)$$

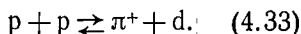
Для интегральных сечений прямой и обратной реакций из (4.31) получаем

$$\frac{\sigma_{ab}}{\sigma_{ba}} = \frac{(2j_b + 1)(2j_B + 1) p_b^2}{(2j_a + 1)(2j_A + 1) p_a^2}. \quad (4.32)$$

Только что приведенные соотношения справедливы при отсутствии одинаковых частиц в начальном (или в конечном) состоянии. При наличии одинаковых частиц возникают дополнительные множители.

Так, если частицы  $a, A$  одинаковы и имеют спины  $1/2$ , то в правых частях (4.31), (4.32) появится дополнительный множитель 2.

7. Продемонстрируем использование соотношения (4.31) на примере определения спина положительно заряженного пиона  $\pi^+$  из экспериментальных сечений прямой и обратной реакций



Спин протона  $p$  равен  $1/2$ , спин дейтрона  $d$  равен 1. Учтя еще множитель 2, обусловленный одинаковостью протонов, получим

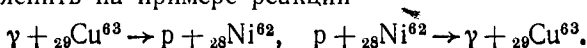
$$\frac{d\sigma/d\Omega(p + p \rightarrow \pi^+ + d)}{d\sigma/d\Omega(\pi^+ + d \rightarrow p + p)} = (2j_\pi + 1) \frac{3p_\pi^2}{2p_p^2}. \quad (4.34)$$

Рис. 4.3. Дифференциальное сечение реакции  $\pi^+ + d \rightarrow p + p$  при энергии сталкивающихся частиц 21 МэВ (в СЦИ).

Черные кружочки — расчет по формуле (4.31) в предположении, что спин пиона равен нулю; светлые кружочки — то же самое в предположении, что спин пиона равен единице; крестики — экспериментальные точки.

Измерив оба сечения, из (4.34) можно определить спин пиона. Эти измерения были проведены и дали значение  $j_\pi = 0$  (рис. 4.3). Подчеркнем, что кинетические энергии в СЦИ для одного и того же канала должны быть одинаковыми для прямой и обратной реакций.

Заметим, что принцип детального равновесия несравненно менее эффективен в применении к ядерным реакциям в узком смысле слова, чем к реакциям с элементарными частицами. Причину этого можно пояснить на примере реакций



Казалось бы, раз это прямая и обратная реакции, то, изучая угловое и энергетическое распределение протонов, возникающих при бомбардировке ядер  ${}_{29}\text{Cu}^{63}$   $\gamma$ -квантами, мы можем получить информацию о сечении второй реакции. На самом деле, однако, ядра  ${}_{28}\text{Ni}^{62}$  и  ${}_{29}\text{Cu}^{63}$  имеют много близко расположенных друг к другу возбужденных уровней, причем практически очень трудно отличить реакцию в основное состояние от реакций на возбужденные уровни



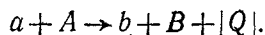
А эти реакции уже не являются обратными друг к другу. Поэтому принцип детального равновесия при изучении реакций на ядрах используется лишь для легких ядер, где уровни расположены не так густо. В заключение отметим, что принцип детального равновесия является прямым следствием инвариантности квантовой механики относительно обращения знака времени.

#### § 4. Сечения ядерных реакций при низких энергиях

1. Входящая в формулу (4.26) амплитуда  $f_{ab}$  при низких энергиях, когда существенно только  $S$ -рассеяние, как правило, слабо зависит от энергии, хотя и может иметь отдельные, а иногда и многочисленные резонансные максимумы. Отсюда вытекает ряд общих заключений о зависимости сечения от энергии при низких энергиях. Эта зависимость различна для упругих, экзотермических и эндотермических процессов. Существенно влияет на зависимость сечения от энергии также наличие или отсутствие электрического заряда у вылетающей частицы.

2. Начнем с рассмотрения упругого рассеяния нейтральной частицы. В этом случае в (4.26)  $p_a = p_b$ , так что сечение при низких энергиях постоянно:  $\sigma_{\text{упр}} = \text{const}$  (рис. 4.4).

3. Перейдем теперь к экзотермическим реакциям с нейтральной налетающей частицей



При низких энергиях  $E_a \ll |Q|$ , так что в формуле (4.26) для сечения можно положить  $p_b = M_b v_b = \sqrt{2M_b |Q|} = \text{const}$ . Подставляя

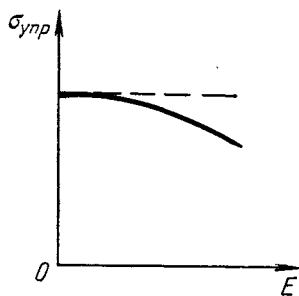


Рис. 4.4. Поведение сечения упругого рассеяния нейтральной частицы на ядре в области малых энергий.

Пунктирная линия соответствует  $\sigma_{\text{упр}} = \text{const}$ .