
ГЛАВА 1

Общее введение

Эта книга ставит своей задачей развить вкратце простой единый метод, применимый без изменения общего подхода ко всем случаям (классическому, квантовому, случаю Бозе–Эйнштейна, случаю Ферми–Дирака и т. д.) и к любой новой проблеме, способной в дальнейшем возникнуть. При этом интерес сосредотачивается на общем методе, а примеры разбираются лишь как иллюстрации.

Эта книга не может служить первым введением для начинающих, являясь скорее курсом повторения. Те вопросы, которые можно найти в любом из сотни учебников, рассматриваются здесь в максимально сжатой форме; с другой стороны, существенным моментам, излагаемым лишь в наиболее подробных монографиях (таких, как книги Фаулера и Толмена), уделяется большое внимание.

В статистической термодинамике имеется, в сущности, лишь одна проблема: распределение заданного количества энергии E между N тождественными системами. Или, точнее: требуется найти распределение ансамбля, состоящего из N тождественных систем, по состояниям, в которых этот ансамбль может находиться, при условии, что энергия ансамбля E является постоянной. При этом основная идея состоит в том, что между системами существует только слабое взаимодействие, настолько слабое, что энергией взаимодействия можно пренебречь, так что можно говорить о «частной» энергии каждой системы; сумма этих «частных» энергий должна быть равна E . Особая роль энергии заключается, следовательно, попросту в том, что она является интегралом движения — всегда существующим и, вообще говоря, единственным. Обобщение, рассматривающее также и другие интегралы (количество движения, момент количества движения), является очевидным; такое обобщение иногда делают, хотя в земной термодинамике, в противоположность астрофизической, оно до сих пор не приобрело сколько-нибудь существенного значения.

«Найти распределение» означает в принципе следующее: необходимо выяснить все возможные распределения энергии (или состояния ансамбля), классифицировать их соответствующим образом (т. е. в соот-

ветствии с поставленной задачей) и подсчитать числа в классах так, чтобы было возможно судить о вероятности тех или иных свойств ансамбля. Разнообразие вопросов, могущих возникнуть в этой связи, столь велико, что классификации, необходимые в каждом частном случае, могут чрезвычайно сильно различаться, в особенности в отношении степени их детальности. На одном конце шкалы мы сталкиваемся с общим вопросом о нахождении таких черт, которые были бы общими для почти всех возможных состояний ансамбля; это позволяет с уверенностью утверждать, что они имеют место «почти всегда». В этом случае мы получаем практически лишь один класс (в действительности имеются два класса, однако содержание второго исчезающе мало). На другом конце шкалы мы встречаемся с такой детализированной задачей, как нахождение объема (т. е. числа состояний ансамбля) «класса», один из элементов которого находится в заданном состоянии. Хорошо известным примером служит максвелловский закон распределения по скоростям.

Такова математическая сторона проблемы — всегда одна и та же. Мы дадим вскоре общее решение ее, из которого каждая частная классификация может быть получена как частный случай.

При физическом приложении этих математических результатов возможны два различных подхода. Позднее, в силу очевидных соображений, мы решительно предпочтем один из них; пока мы должны пояснить оба.

Более старым и более наивным является приложение этих результатов к N реально существующим физическим системам, находящимся в реальном физическом взаимодействии друг с другом, например к молекулам газа, к электронам, к планковским осцилляторам или к степеням свободы пустого пространства («осцилляторам эфира»). N таких элементов составляют рассматриваемую реальную физическую систему. Эта точка зрения связана с именами Максвелла, Больцмана и др.

Она применима, однако, лишь к очень ограниченному классу физических систем — в сущности только к газам. Она неприменима к системе, которая не состоит из большого числа тождественных частей, обладающих «частными энергиями». В твердом теле взаимодействие между соседними атомами настолько велико, что мы не можем представить полную энергию тела в виде суммы частных энергий его атомов. И даже «полость» (эфирный «ящик», рассматриваемый как пространство, в котором разыгрываются электромагнитные процессы) может быть разложена лишь на осцилляторы многих (бесконечно многих) различных

типов, так что в этом случае пришлось бы иметь дело по меньшей мере с ансамблем из бесконечного числа различных ансамблей, состоящих в свою очередь из различных частей.

В связи с этим была развита вторая точка зрения (или, точнее, другое приложение тех же математических результатов), которой мы обязаны Вилларду Гиббсу. Обладая большим внутренним изяществом, она применима самым общим образом к любой физической системе и имеет некоторые преимущества, о которых будет сказано далее. Здесь N тождественных систем являются мысленными копиями рассматриваемой системы — макроскопического объекта на нашем лабораторном столе. Что же это, в самом деле, физически означает — распределить заданное количество энергии E по этим N мысленным копиям? По моему мнению, идея состоит в допустимости представления о том, что мы действительно имеем N копий нашей системы и что они действительно находятся в слабом взаимодействии друг с другом, но изолированы от всего остального мира. Сосредоточив наше внимание на какой-либо одной системе, мы находим ее помещенной в своеобразный «тепловой резервуар», состоящий из $N - 1$ других систем.

Итак, с одной стороны, мы знаем, что при термодинамическом равновесии поведение физической системы, помещенной в тепловой резервуар, всегда одинаково, какова бы ни была природа теплового резервуара, поддерживающего температуру постоянной, при условии, разумеется, что тепловой резервуар химически нейтрален по отношению к нашей системе, т. е. что между ними не происходит ничего, кроме теплового обмена. С другой стороны, при статистическом расчете не принимается во внимание механизм взаимодействия; предполагается лишь, что он является «чисто механическим», т. е. что он не влияет на природу индивидуальных систем (например, не разбивает их на куски), а просто переносит энергию от одной системы к другой.

Эти рассуждения наводят на мысль о том, что поведение любой из этих N систем может служить прообразом поведения одной реально существующей системы, помещенной в тепловой резервуар с заданной температурой. Более того, поскольку все N систем одинаковы и находятся в сходных условиях, мы, очевидно, можем, на основании их одновременной статистики, судить о вероятности нахождения нашей системы, помещенной в тепловой резервуар с заданной температурой, в том или ином из ее частных состояний. Таким образом, все вопросы, относящиеся к системе, помещенной в тепловой резервуар, могут быть разрешены.

Эту точку зрения мы принимаем за основу; впрочем, все последующие рассуждения могут быть, с необходимыми предосторожностями, отнесены также и к первой из указанных точек зрения. Преимущество принятой точки зрения состоит не только в ее общей приложимости, но связано также со следующими двумя обстоятельствами:

1) N может быть сделано сколь угодно большим. Действительно, в затруднительных случаях мы всегда считаем, что $\lim N = \infty$ (бесконечно большой тепловой резервуар). Следовательно, приложимость, например, формулы Стирлинга для $N!$ или для факториалов «чисел заполнения», пропорциональных N (и, таким образом, обращающихся в бесконечность одновременно с N), не может вызвать никаких сомнений.

2) Вопрос об индивидуальности членов ансамбля, подобный вопросу об индивидуальности частиц в «новой статистике», здесь не возникает. Наши системы суть макроскопические системы, поддающиеся индивидуальному распознаванию. Таким образом, два состояния ансамбля, отличающиеся, например, тем, что система № 6 и система № 13 поменялись ролями, следует рассматривать как различные. Для двух одинаковых атомов системы № 6, поменявшихся своими ролями, этого различия может не быть. Впрочем, в последнем случае мы имеем дело лишь с вопросом правильной нумерации состояний отдельной системы, правильного описания ее квантово-механической природы.