

дифференцируемое семейство таких отображений (фактически — однопараметрическую группу Ли с законом композиции  $\Delta\lambda_1 + \Delta\lambda_2$ ). Такое отображение мы будем называть *переносом*<sup>1)</sup> *вдоль конгруэнции* или *переносом Ли* (*ли-переносом*).

### 3.2. ДЕЙСТВИЕ ПЕРЕНОСА ЛИ НА ФУНКЦИИ

Пусть  $f$  — некоторая функция на многообразии. В результате переноса вдоль конгруэнции на  $\Delta\lambda$  функции  $f$  очевидным образом ставится в соответствие новая функция  $f_{\Delta\lambda}^*$ : если точка  $P$  некоторой кривой (см. рис. 3.1) переходит в точку  $Q$  той же кривой на параметрическом расстоянии  $\Delta\lambda$  от  $P$ , то значение новой функции  $f_{\Delta\lambda}^*$  в точке  $Q$  равно значению  $f$  в точке  $P$ :

$$\blacklozenge \quad f(P) = f_{\Delta\lambda}^*(Q).$$

(Здесь звёздочка в обозначении функции  $f_{\Delta\lambda}^*$  означает просто «новая».) Если случится так, что для каждой точки  $Q$  значение  $f_{\Delta\lambda}^*(Q)$  окажется равным  $f(Q)$  — старому значению в точке  $Q$ , т. е.

$$f = f_{\Delta\lambda}^*,$$

то мы говорим, что функция  $f$  *инвариантна* относительно переноса Ли на  $\Delta\lambda$ . Если функция инвариантна для всех  $\Delta\lambda$ , то говорят, что она является *ли-тянутой*<sup>2)</sup>. Ясно, что всякая ли-тянутая функция  $f$  должна быть постоянной вдоль любой кривой данной конгруэнции, т. е.  $df/d\lambda = 0$ .

### 3.3. ДЕЙСТВИЕ ПЕРЕНОСА ЛИ НА ВЕКТОРНЫЕ ПОЛЯ

Прежде чем говорить о действии описанного выше отображения переноса Ли на векторные поля, напомним, что всякое векторное поле определяется конгруэнцией кривых, для которой оно является касательным полем. На рис. 3.2 показаны две конгруэнции: одна, для поля  $d/d\lambda$ , порождает отображение данного многообразия; это порождённое ею отображение действует на другую конгруэнцию, определяющую произвольное поле  $d/d\mu$ . Действие это очень простое: любая кривая  $\mu$ -конгруэнции отображается в новую кривую, получаемую в результате переноса Ли точек первой кривой; значения параметра  $\mu$  также переносятся в новые точки. Итак, мы

<sup>1)</sup> В оригинале *dragging* (буквально: волочение). Иногда используют также термин «увлечение». — *Прим. ред.*

<sup>2)</sup> В оригинале *Lie dragged*. — *Прим. ред.*