

на m -мерном пространстве — нулевая), а если $p = m$, то $\tilde{\alpha}|_W$ имеет одну независимую компоненту. Операцию сужения часто называют «сечением», поскольку наглядно векторное подпространство W можно представлять себе в виде плоскости, пересекающей семейство поверхностей, представляющих форму. Говорят, что форма *аннулируется* векторным пространством, если её сужение на это пространство обращается в нуль.

4.6. ПОЛЯ ФОРМ

Как и для всякого тензора, поле p -форм на многообразии M есть правило (удовлетворяющее соответствующим условиям дифференцируемости), сопоставляющее каждой точке многообразия M p -форму. Поэтому все сделанные нами раньше замечания применимы к формам, рассматриваемым как функции на пространстве T_P в каждой точке P многообразия M . Лишь один пункт нуждается в уточнении: поскольку любое подмногообразие S выделяет в каждой точке P , принадлежащей S , подпространство V_P касательного пространства T_P , мы определим сужение поля p -форм $\tilde{\alpha}$ на S как поле, образованное сужением $\tilde{\alpha}$ на V_P в каждой точке P . Для случая 1-форм мы уже имели пример такого сужения в § 3.6.

4.7. ОРИЕНТИРУЕМОСТЬ

На любом n -мерном многообразии пространство n -форм в каждой точке одномерно (см. (4.7)). Выберем некоторое поле n -форм и обозначим его $\tilde{\omega}$. Рассмотрим векторный базис $\{\tilde{e}_1, \dots, \tilde{e}_n\}$ в точке P . Поскольку векторы базиса линейно-независимы, то $\tilde{\omega}(\tilde{e}_1, \dots, \tilde{e}_n)$ отлично от нуля тогда и только тогда, когда $\tilde{\omega} \neq 0$ в точке P . Поэтому $\tilde{\omega}$ делит множество *всех* базисов в точке P на два класса: базисы, на которых $\tilde{\omega}$ положительна, и те, на которых она отрицательна. На самом деле эти классы не зависят от конкретного выбора формы $\tilde{\omega}$. А именно, если $\tilde{\omega}'$ — другая n -форма, отличная от нуля в точке P , то существует число $f \neq 0$, такое что $\tilde{\omega}' = f\tilde{\omega}$. Если $\tilde{\omega}$ положительна на каких-то двух базисах, то и $\tilde{\omega}'$ будет иметь на них один и тот же знак (плюс, если $f > 0$, и минус, если $f < 0$) и оба базиса опять-таки окажутся в одном классе. Итак, все базисы в данной точке попадают в один из двух классов: *правозакрученные* и *левозакрученные*. (Как называть какой класс, конечно же, вопрос соглашения; важно то, что сами классы чётко определены.) Многообразию называется (внутренне) *ориентируемым*, если возможно определить закрученность согласованно (т. е. непрерывно) на всём много-