Е. КОСМОЛОГИЯ

5.19. КОСМОЛОГИЧЕСКИЙ ПРИНЦИП

Большинство физиков знает, что общая теория относительности Эйнштейна дала современной физике последовательный и плодотворный подход, в рамках которого можно заниматься космологией, изучением крупномасштабной структуры нашей Вселенной. Большинство из них знает также, что (по крайней мере на простейшем уровне) существуют лишь три основные космологические модели — «замкнутая», «плоская» и «открытая» Вселенные. Однако то, что эта простота выбора всего из трёх моделей вовсе не является, собственно говоря, следствием уравнений Эйнштейна, известно гораздо хуже. На самом деле это — следствие предположения об однородности и изотропности крупномасштабных свойств Вселенной. (Точное определение однородности и изотропности будет дано ниже.) Подобно всем фундаментальным физическим теориям, общая теория относительности — динамическая теория; по заданным начальным условиям она предсказывает будущую эволюцию и восстанавливает предшествующую историю. Однородность Вселенной — это часть начальных условий, которые мы задаём при построении простейших моделей. Главное, что даёт общая теория относительности, — это то, что она позволяет нам выбирать *геометрию* пространства — а именно поле его метрического тензора — как часть начальных условий. В ньютоновской теории гравитации такое, конечно, невозможно. Как только принято решение выбрать наиболее однородные начальные условия, остальное — уже дело дифференциальной геометрии; это она скажет нам, что возможны лишь три типа полей метрического тензора. Найти эти метрики и будет нашей задачей в следующих параграфах. Нам понадобится математика симметрий и инвариантности, развитая в гл. 3, но вовсе не понадобится знать что-либо ни об общей теории относительности, ни о римановой геометрии.

Начнём с физики — с самой Вселенной. Несомненно, что в малых масштабах Вселенная «комковата». На любых расстояниях, от ядерных (10^{-15} м) до межзвездных (10^{17} м), для нашего мира характерна тенденция к сосредоточению материи в малых областях с отчетливыми границами между различными типами материи или между материей и вакуумом. Сами звезды группируются в более или менее изолированные галактики, галактики группируются в скопления от нескольких десятков до нескольких тысяч в каждом, и даже скопления группируются в разреженные суперскопления. Но современной астрономии доступны расстояния, превышающие размеры суперскоплений, и там мы видим, что по всем направлениям наблюдается тенденция ко всё большей и большей однородности свойств Вселенной — после усреднения во всё большем и большем масштабе. Поскольку именно эти крупномасштабные усреднённые характеристики (например, средние плотность и скорость) важны для понимания динамики Вселенной, космолог хотел бы включить эту однородность по крайней мере в простейшие модели. Но каков реальный смысл однородности? В конце концов, в развивающейся Вселенной более удалённые от нас области должны выглядеть иначе, чем близкие, хотя бы потому, что мы наблюдаем их в ранней фазе их истории (см. рис. 5.4). В действительности так оно и есть; число квазаров, например, гораздо больше в удалённых областях, чем вблизи от нас. «Наблюдаемая» однородность — это на самом деле экстраполяция в настоящее время

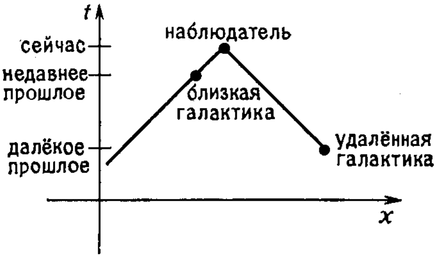

Рис. 5.4. "Срез" $y = z = 0$ пространства-времени. Точки-события на нём задаются координатами t (время) и x. Поскольку электромагнитные волны распространяются с конечной скоростью, то удалённые объекты мы видим на более ранних стадиях их истории, чем близлежащие.

состояния удалённых областей. Однако в теории относительности и само понятие «настоящего времени» не является абсолютным. Дальнейшее обсуждение этих вопросов выходит за рамки данной книги; здесь можем только сказать, как они решаются.

Основная идея заключается в том, чтобы разбить пространство-время на семейство заполняющих его пространственно-подобных подмногообразий (слоение). Эти подмногообразия называются гиперповерхностями постоянного времени (см. рис. 5.5). Фактически это эквивалентно выбору временной координаты. Метрический тензор пространства-времени $\mathbf{g}$ как и любой тензор типа $\binom{0}{m}$, допускает естественное ограничение на каждую гиперповерхность, и гиперповерхность будет пространственно-подобной, если g положительно-определён на всех касательных к ней векторах. Космологическая «однородность» определяется в терминах векторов Киллинга или изометрий этих гиперповерхностей.

Пусть G — группа Ли изометрий некоторого многообразия S с метрическим тензором $\mathbf{g}$. Алгебра Ли группы — это алгебра Ли векторных полей Киллинга для этой метрики. Элементы G суть отображения S на себя (диффеоморфизмы). Действие G на S называется *транзитивным* на S, если для любых двух точек P и Q из S найдется элемент g группы G, удовлетворяющий условию $g(P) = Q$, т. е. переводящий P в Q. Многообразие S называется *однородным*, если его группа

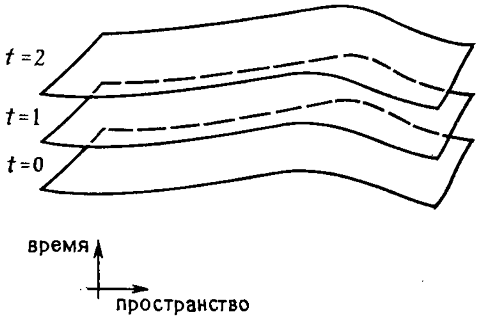

Рис. 5.5. Расслоение пространства-времени на пространства постоянного времени t.

изометрий действует на нём транзитивно (см. рис. 5.6). Это и значит, что *всюду* в S геометрия одинакова.

Предположим, что в G существуют элементы, оставляющие неподвижной некоторую точку P из S. Поскольку произ-

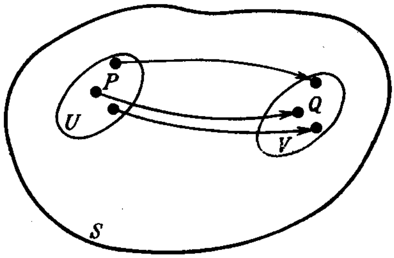

Рис. 5.6. Некоторая окрестность U точки P изометрически отображается посредством g на окрестность V точки $Q = g(P)$; геометрия вблизи P и Q одинаковая.

ведение двух таких элементов тоже оставляет P неподвижной и тождественное преобразование e, очевидно, принадлежит к числу таких элементов, они образуют подгруппу H_P группы G, называемую *группой изотропии* точки P. Очевидно, что это хорошо нам знакомые вращения вокруг осей, проходящих через P. Так как группа изотропии оставляет P на месте, то любая кривая, проходящая через P, отображается в кривую, также проходящую через P (см. рис. 5.7). Это индуцирует отображение пространства касательных векторов в точке

P в себя: $T_P \to T_P$. Эта группа отображений называется линейной группой изотропии точки P. (Вспомните сходное обсуждение присоединённого представления группы Ли в § 3.17.) Многообразие S размерности m называется *изотропным в точке* P, если группа изотропии H_P совпадает с $SO(m)$ — группой вращения вокруг всевозможных осей, проходящих через P. Если S изотропно во всякой своей точке, то оно называется *изотропным*.

Космологическая модель M называется *однородной космологией*, если у неё имеется слоение пространственно-подобных гиперповерхностей, каждая из которых однородна; аналогично определяется *изотропная космология*. Как говорилось выше, есть веские основания считать нашу Вселенную однородной по крайней мере в больших масштабах в наблюдаемой нами окрестности. Кроме того, мы не видим никаких систематических отклонений в её структуре, связанных с выбором направления наблюдения. Это говорит о том, что вокруг нас, в точке, где мы живем, Вселенная изотропна. Но современная наука не полагает, что мы живём в каком-то особенно благоприятном месте во Вселенной. Это положение часто возводится в ранг принципа (известного под разными названиями: *космологический принцип*, принцип Коперника, принцип заурядности): те свойства Вселенной, что мы наблюдаем вокруг нас, увидел бы, в среднем, и любой другой наблюдатель, расположенный в любом другом месте Вселенной. Этот принцип позволяет космологам распространить свойства локальной однородности и изотропности на всю Вселенную — покуда, конечно, нет никаких противоречащих этому фактов. Делать это, разумеется, *не необходимо*, и немало сегодняшних исследований посвящено изучению неоднородной и/или анизотропной космологии. Но три основные модели — это единственно возможные модели, в которых трёхмерные пространства являются однородными и изотропными. Именно это мы и собираемся теперь доказать.

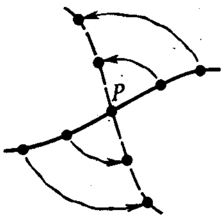

Рис. 5.7. Группа изотропии точки P отображает T_P в T_P, переводя проходящие через эту точку кривые в другие кривые, проходящие через ту же точку.

Упражнение 5.23. Как мы знаем из § 3.9, на сфере S^2 поля $\bar{l}_x$, $\bar{l}_y$, $\bar{l}_z$ являются киллинговыми. Они образуют базис алгебры Ли группы изометрий S^2, т. е. группы $SO(3)$. Докажите, что S^2 — однородное и изотропное многообразие.