6. СВЯЗНОСТИ НА РИМАНОВЫХ МНОГООБРАЗИЯХ И КАЛИБРОВОЧНЫЕ ТЕОРИИ

6.1. ВВЕДЕНИЕ

Предмет этой главы лежит несколько в стороне от основной темы книги — изучения дифференциальных структур на многообразиях. Аффинная связность — это дополнительная структура, придающая многообразию кривизну и форму; она не возникает естественно из дифференциальной структуры, она даже не является тензором. Поэтому настоящая глава играет роль дополнения. Однако без этой важной и злободневной темы никакое изучение дифференциальной геометрии не будет полным для физика. Особенно в физике элементарных частиц, в калибровочных теориях, связности приобретают всё большую популярность. В основном мы будем обсуждать *аффинные* связности (на римановых многообразиях) и лишь под занавес отведём небольшой параграф вводного характера калибровочным связностям.

В предыдущих главах нам уже приходилось вводить дополнительные структуры на многообразиях; мы делали это, выделяя некоторое тензорное поле среди других, с тем чтобы оно служило нам в качестве метрики или элемента объёма. Задание элемента объёма совсем недалеко выводит за рамки дифференциальной структуры многообразия. Метрика же, как мы увидим в дальнейшем, порождает много дополнительных структур и помимо аффинной связности. Правда, в описанных ранее приложениях можно было просто не обращать внимания на всё это и использовать метрику лишь в её роли отображения тензоров типа $\binom{N}{M}$ и тензоры типа $\binom{N-1}{M+1}$. Аффинная связность не укладывается в рамки уже построенных структур. С точки зрения дифференциальной геометрии это совершенно новая структура на многообразии, дающая богатые новые возможности для физических приложений.

6.2. ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ НА ИСКРИВЛЕННЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ

Как мы уже неоднократно подчёркивали, на дифференцируемых многообразиях нет само собой разумеющегося понятия параллельности векторов в разных точках. Аффинная связность — это *правило*, посредством которого вводится по-