

§ 4. Эффект Допплера при движении источника света в вакууме с фотонной точки зрения

1. Фотоэлектрический эффект и эффект Комптона — типично *квантовые явления*, не допускающие классической трактовки. В этом и следующих трех параграфах рассматриваются явления, которые допускают классическое и квантовое объяснения, согласующиеся между собой. Рассмотрим сначала эффект Допплера (1803—1853) в нерелятивистском приближении.

Возьмем какую-либо инерциальную систему отсчета, в которой источник света массы M движется в вакууме со скоростью v . Энергия источника слагается из кинетической энергии $\frac{1}{2}Mv^2$ и внутренней энергии \mathcal{E} возбужденных атомов. При испускании света внутренняя энергия источника изменяется. Начальное значение ее обозначим через \mathcal{E} , конечное — через \mathcal{E}' . Кроме того, из-за давления излучения источник испытывает отдачу — его скорость получает приращение $(v' - v)$. По законам сохранения энергии и импульса

$$\frac{1}{2}Mv^2 + \mathcal{E} = \frac{1}{2}Mv'^2 + \mathcal{E}' + \mathcal{E}_{изл}, \quad (4.1)$$

$$Mv = Mv' + p_{изл}, \quad (4.2)$$

где $\mathcal{E}_{изл}$ и $p_{изл}$ — энергия и импульс излучения в рассматриваемой инерциальной системе отсчета.

Возведем второе уравнение в квадрат, разделим полученное соотношение на $2M$ и вычтем его из первого. Тогда получим

$$\mathcal{E} - \mathcal{E}' = \mathcal{E}_{изл} - vp_{изл} - p_{изл}^2/2M,$$

или на основании (4.2)

$$\mathcal{E} - \mathcal{E}' = \mathcal{E}_{изл} - vp_{изл} + p_{изл}^2/2M.$$

Если масса источника M велика, то последним членом в этом уравнении можно пренебречь. В этом приближении

$$\mathcal{E} - \mathcal{E}' = \mathcal{E}_{изл} - vp_{изл}. \quad (4.3)$$

В этом соотношении можно еще исключить импульс излучения. Излучение — существенно *релятивистский объект*. Для него импульс выражается через энергию соотношением $p_{изл} = \mathcal{E}_{изл}/c$. Подстановка этого выражения в предыдущее уравнение дает

$$\mathcal{E} - \mathcal{E}' = \mathcal{E}_{изл} \left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta \right), \quad (4.4)$$

где θ — угол между направлением движения излучающего тела и направлением излучения (т. е. угол между векторами v и p).

Соотношение (4.4) было получено без использования *каких бы то ни было квантовых представлений*. При его выводе использовались только законы сохранения энергии и импульса,

справедливые как в классической, так и в квантовой физике. Примем теперь, что излучение происходит в форме фотонов. Предположим, что испущен один фотон. Если частоту фотона в системе отсчета, в которой излучатель движется (т. е. в рассматриваемой нами инерциальной системе отсчета), обозначить через v' , то $\mathcal{E}_{\text{изл}} = h\nu'$. Частоту же излучения в системе отсчета, где излучатель поконится, обозначим через v . Тогда, рассматривая процесс испускания в такой системе, можно написать $\mathcal{E} - \mathcal{E}' = h\nu$, так как в этой системе изменение внутренней энергии излучателя происходит только за счет испускания светового кванта. Подставляя эти выражения в соотношение (4.4) и сокращая на h , получим

$$v' = \frac{v}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta}. \quad (4.5)$$

Эта формула верна только в *первом порядке*, т. е. с точностью до членов первой степени относительно v/c , так как она была получена на основе нерелятивистской механики. Поэтому вместо формулы (4.5) с той же точностью можно пользоваться формулой

$$v' = v \left(1 + \frac{v}{c} \cos \theta \right). \quad (4.6)$$

2. Получим теперь для эффекта Допплера *релятивистскую формулу*, которой можно пользоваться уже при любых значениях скорости v . В этом случае нет смысла разделять полную (релятивистскую) энергию тела на кинетическую и внутреннюю. Под \mathcal{E} и \mathcal{E}' мы будем теперь понимать *полные энергии* тела в рассматриваемой инерциальной системе отсчета до и после испускания света соответственно. Соответствующие энергии покоя тела до и после испускания обозначим через \mathcal{E}_0 и \mathcal{E}'_0 . Снова будем оперировать с энергиями и импульсами, вводя квантовые представления лишь на заключительном этапе вычислений.

Законы сохранения энергии и импульса при испускании света удобно записать в форме

$$\mathcal{E}' = \mathcal{E} - \mathcal{E}_{\text{изл}}, \quad p' = p - p_{\text{изл}}. \quad (4.7)$$

Возведем оба равенства в квадрат, умножив предварительно второе из них на c , а затем вычтем почленно. С учетом соотношений

$$\mathcal{E}^2 - (pc)^2 = \mathcal{E}_0^2, \quad \mathcal{E}'^2 - (p'c)^2 = \mathcal{E}'_0^2, \quad \mathcal{E}_{\text{изл}} = cp_{\text{изл}}$$

получим

$$\mathcal{E}'_0^2 = \mathcal{E}_0^2 - 2\mathcal{E}\mathcal{E}_{\text{изл}} + 2c^2p'p_{\text{изл}}.$$

Учтем теперь, что

$$p = mv = (\mathcal{E}/c^2)v = \mathcal{E}\beta/c,$$

где $\beta = v/c$. Тогда

$$\mathcal{E}_0^2 - \mathcal{E}'^2 = 2\mathcal{E}\mathcal{E}_{изл}(1 - \beta \cos \theta), \quad (4.8)$$

или

$$\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}' = \frac{2\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0 + \mathcal{E}'} \mathcal{E}_{изл}(1 - \beta \cos \theta).$$

Здесь, как и прежде, θ означает угол между направлением движения излучающего тела и направлением распространения излучения. Если масса тела велика, то в знаменателе последнего соотношения можно положить $\mathcal{E}' = \mathcal{E}_0$. Учтя еще, что $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0/\sqrt{1 - \beta^2}$, придем к соотношению

$$(\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}') \sqrt{1 - \beta^2} = \mathcal{E}_{изл}(1 - \beta \cos \theta). \quad (4.9)$$

Теперь воспользуемся квантовыми соотношениями $\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}' = -hv$ и $\mathcal{E}_{изл} = hv'$, совершенно такими же, как и в нерелятивистском случае. В результате и получим *релятивистскую формулу для эффекта Допплера*:

$$v' = v \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \theta}. \quad (4.10)$$

3. Обе формулы фотонной теории для эффекта Допплера, нерелятивистская (4.5) и релятивистская (4.10), совпадают с соответствующими формулами, которые дает классическая волновая теория света (см. т. IV, §§ 107, 108). Глубокая причина такого совпадения состоит в том, что в фотонной теории обе формулы получаются из соотношений (4.3) и (4.9). Эти же соотношения, поскольку они выведены из одних только законов сохранения энергии и импульса при испускании света, остаются справедливыми независимо от того, представляет ли свет непрерывные волны или состоит из отдельных фотонов. Единственное предположение квантового характера, которое было сделано при выводе формул для частоты испускаемого света, состоит в том, что энергия фотона однозначно определяется его частотой. Более того, связь между этими величинами должна быть специального вида: энергия фотона пропорциональна частоте света. Значение же коэффициента пропорциональности, т. е. постоянная Планка h , выпадает из окончательных формул для частоты колебаний. А то обстоятельство, что связь между \mathcal{E} и v должна быть именно такой, видно из того, что при преобразовании Лоренца величины \mathcal{E} и v преобразуются одинаково. Только благодаря этому, как уже отмечалось выше, соотношение $\mathcal{E} = hv$ релятивистски инвариантно.

Мы вернемся к эффекту Допплера в § 6, где предполагается, что источник света движется не в вакууме, а в среде с показателем преломления n .

§ 5. Отражение и преломление света в фотонной теории. Фотоны в среде

1. В 19-м веке считалось, что опытом Фуко окончательно опровергнута корпускулярная теория света. Этот опыт доказал, что скорость света в воде меньше, чем в вакууме. Однако по волновой теории такое соотношение между скоростями относится к *фазовой скорости* света. В опыте же Фуко, если бы свет действительно представлял собой волны, измерялась *групповая скорость* (см. т. IV, § 108). Поэтому с чисто логической точки зрения аргументация физиков 19-го века должна быть дополнена указанием на то, что в опыте Фуко скорость света изменилась в практически недиспергирующих средах. В этом случае фазовая скорость совпадает с групповой. Заключение о несостоятельности корпускулярной теории остается верным, с той существенной оговоркой, что оно относится не к корпускулярной теории вообще, а к корпускулярной теории *в форме Ньютона*. Как же обстоит дело в фотонной теории Эйнштейна?

Отражение и преломление света в корпускулярной теории Ньютона рассматривалось на основе классической ньютоновской механики. К фотонам классическая механика неприменима. Природа фотонов — *двойственная*. При распространении они ведут себя как *волны* и только при взаимодействии с веществом проявляют *свойства частиц*. А поскольку отражение и преломление являются специальными случаями распространения света, фотонная теория при рассмотрении этих явлений должна приводить к тем же результатам, что и классическая волновая теория.

2. Этот вопрос заслуживает более подробного рассмотрения, которое и приводится ниже. В среде, как и в вакууме, можно ввести представление о распространении света в виде фотонов. При этом среду мы будем считать *неподвижной*. Иными словами, будем рассматривать явления в системе отсчета, относительно которой среда неподвижна. Такая система является *выделенной*, или *привилегированной*. Вопрос заключается в том, каковы энергия и импульс фотона в среде? Заметим, что *энергия и импульс фотона слагаются из энергии и импульса электромагнитного поля и среды*. Но в нашем рассмотрении идет речь о сумме этих величин, т. е. о *полных* энергии и импульсе, связанных с распространением фотона в среде. Среду мы будем считать изотропной и характеризовать ее свойства показателем преломления $n(\omega)$.