

должен переходить с более высокого энергетического уровня на более низкий. Частота  $\omega'$  определяется прежней формулой (6.8).

Во-вторых, испускание света происходит под таким углом  $\vartheta$ , что знаменатель в (6.7) отрицателен, т. е.  $\cos \vartheta > 1/\beta n$ . Это значит, что излучение распространяется *внутри* черенковского конуса  $\cos \vartheta = 1/\beta n$ . Для возможности испускания необходимо, чтобы было  $\mathcal{E}_0 < \mathcal{E}'_0$ , — при испускании атом должен переходить с более низкого на более высокий уровень, т. е. возбуждаться. Испускание света и возбуждение атома происходят за счет кинетической энергии атома. В этом случае  $\mathcal{E}'_0 - \mathcal{E}_0 = \hbar\omega$ , т. е.  $\omega$  означает частоту, с которой испускался бы свет неподвижным атомом при переходе с верхнего уровня  $\mathcal{E}'_0$  на нижний  $\mathcal{E}_0$ . Она равна той частоте света, которую способен поглощать неподвижный атом при обратном переходе с нижнего уровня  $\mathcal{E}_0$  на верхний  $\mathcal{E}'_0$ . Что касается  $\mathcal{E}_{изл}$ , то эта величина определяется прежним выражением  $\mathcal{E}_{изл} = \hbar\omega'$ . Поэтому получается формула

$$\omega' = \frac{\omega \sqrt{1 - \beta^2}}{\beta n \cos \vartheta - 1} = \frac{\omega \sqrt{1 - \beta^2}}{(v/v_{\text{фаз}}) \cos \vartheta - 1}. \quad (6.9)$$

3)  $1 - \beta n = 0$ , т. е. атом движется со скоростью, равной фазовой скорости света в среде. В этом случае, если атом заряжен, появляется излучение Вавилова — Черенкова.

## § 7. Фотоны в гравитационном поле

1. Рассмотрим с квантовой точки зрения изменение частоты света и искривление светового луча в гравитационном поле. Первый эффект уже рассматривался классически в т. I (§ 72) и в т. IV (§ 109) на основе принципа эквивалентности поля тяготения и ускоренного движения. Полученные там результаты выводятся здесь из закона сохранения энергии с использованием связи между энергией и частотой фотона:  $\mathcal{E} = \hbar\omega$ .

Согласно теории относительности всякая энергия обладает массой, причем инертная и гравитационная массы равны между собой. Применим это положение к ограниченному пучку света с энергией  $\mathcal{E}$ , распространяющемуся в постоянном гравитационном поле. Гравитационный потенциал поля  $\phi(r)$  может меняться в пространстве. Поскольку свет обладает гравитационной массой  $m = \mathcal{E}/c^2$ , гравитационное поле над ним совершает работу. Если свет переходит из точки с гравитационным потенциалом  $\phi$  в точку с гравитационным потенциалом  $\phi + d\phi$ , то энергия света получает приращение

$$d\mathcal{E} = -Gm d\phi = -G \frac{\mathcal{E}}{c^2} d\phi,$$

где  $G$  — гравитационная постоянная. Интегрируя это уравнение между точками 1 и 2, получим

$$\ln \frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{G}{c^2} (\Phi_1 - \Phi_2). \quad (7.1)$$

Это соотношение имеет общий характер и не содержит еще никаких квантовых предположений. Оно в равной мере справедливо и в классической, и в квантовой физике. Но получить из него соотношение для частот возможно лишь с использованием зависимости между энергией и частотой, которая дается в квантовой теории. В самом деле, допустим, что световой пучок состоит всего из одного фотона частоты  $\omega$ . В этом случае  $\mathcal{E} = \hbar\omega$ , и соотношение (7.1) переходит в

$$\ln \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{G}{c^2} (\Phi_1 - \Phi_2). \quad (7.2)$$

Постоянная Планка выпала из окончательного результата. Результат не зависит от ее численного значения. Так и должно быть во всех случаях, если окончательный результат совпадает с классическим.

Первоначально соотношение (7.2) было проверено астрономически — по смещению спектральных линий в поле тяготения звезд. Открытие эффекта Мёссбауэра (р. 1929) позволило Паунду (р. 1919) и Ребке в 1960 г. проверить его в земных условиях. В их опытах было измерено изменение частоты света при прохождении в поле тяжести Земли всего 19,6 м по вертикали. Этот вопрос будет разобран в ядерной физике.

**2.** Искривление светового луча в поле тяготения также может быть разобрано на основе принципа эквивалентности без привлечения квантовых представлений. Впервые вопрос был поставлен и решен именно таким путем Эйнштейном в 1911 г., еще до создания общей теории относительности. Впрочем, *полное решение вопроса может быть дано только в рамках общей теории относительности*. Решение, приводимое ниже, дает правильный результат лишь с точностью до числового множителя. Оно по существу классическое, хотя по форме выглядит как квантовое.

Предположим, что фотон пролетает мимо Солнца или другого массивного небесного тела массы  $M$ . Если бы не было поля тяготения, то он двигался бы прямолинейно. Фотон обладает инертной массой, которую мы обозначим через  $m$  (разумеется, речь идет о релятивистской массе, так как масса покоя фотона равна нулю). По принципу эквивалентности инертная масса всегда равна массе гравитационной. Поэтому фотон будет подвергаться воздействию силы тяготения  $G M m / R^2$ , направленной к центру Солнца ( $R$  — расстояние от центра Солнца). Влияние касательной составляющей этой силы было выяснено в преды-

дущем пункте — она вызывает изменение частоты световой волны. Нормальная составляющая искривляет траекторию фотона, т. е. световой луч. Поэтому при прохождении мимо Солнца световой луч должен отклоняться к его центру.

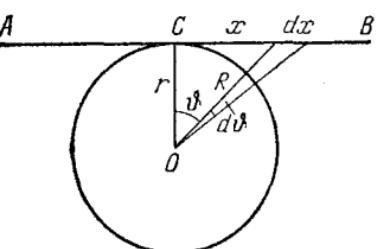


Рис. 13

Вычислим угол отклонения светового луча. В отсутствие поля тяготения луч был бы прямой линией  $AB$  (рис. 13). Будем считать, что в поле тяготения он мало отличается от  $AB$ . Задача сводится к вычислению импульса  $\int F_n dt$  нормальной силы  $F_n$ , действующей на фотон, за

все время движений. Интеграл должен быть вычислен вдоль истинной траектории фотона. Но в рассматриваемом случае можно применить метод возмущений, заменив при вычислении интеграла истинную траекторию невозмущенной прямолинейной траекторией  $AB$  фотона. Допустим, что невозмущенный луч касается края Солнца. Тогда, как видно из рис. 13,

$$F_n = G \frac{Mm}{R^2} \cos \vartheta = G \frac{Mm}{r^2} \cos^3 \vartheta,$$

$$x = r \operatorname{tg} \vartheta, \quad dx = \frac{r}{\cos^2 \vartheta} d\vartheta,$$

где  $r$  — радиус Солнца. Следовательно,

$$\int F_n dt = \int F_n \frac{dx}{c} = \frac{GMm}{cr} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \vartheta d\vartheta = \frac{2GMm}{cr}.$$

Этот импульс нормальной силы должен быть равен изменению количества движения фотона. В рассматриваемом приближении количество движения фотона меняется только по направлению, но не по величине. Его изменение равно  $m c \Phi$ , где  $\Phi$  — угол поворота светового луча. Приравнивая оба выражения, получим

$$\Phi = 2GM/c^2r.$$

Общая теория относительности приводит к вдвое большему результату:

$$\Phi = 4GM/c^2r. \quad (7.3)$$

Для Солнца эта величина равна  $\Phi = 1,75''$ , что согласуется с экспериментом.