статочно для преодоления кулоновского потенциального барьера между ними, и т. д. Эти явления будут разобраны в ядерной физике.

ЗАДАЧА

В прямоугольном барьере (или яме) $U_1 = U_2$. При каком условии частица не будет отражаться от потенциального барьера (ямы)?

Ответ. Полная энергия $\mathscr{E}$ должна быть больше потенциальной энергии U частицы внутри барьера (ямы). Толщина барьера (ямы) должна быть $l = {}^1/_4\lambda, {}^3/_4\lambda, {}^5/_4\lambda, \ldots$, где $\lambda = h/\sqrt{2m(\mathscr{E} - U)}$ — длина волны де Бройля внутри барьера (ямы).

§ 29. К объяснению контактной разности потенциалов. Холодная эмиссия электронов из металлов

1. Будем исходить из простейшей модели металла — модели *свободных электронов*. Согласно этой модели электроны в металле ведут себя как газ невзаимодействующих частиц, движущихся в свободном от поля пространстве. Электроны удерживаются в металле силами отталкивания, возникающими при приближении электронов к стенке металла. В такой модели металл можно рассматривать как потенциальную яму, в которой заперты электроны. Для простоты будем считать яму прямоугольной определенной глубины. Мы не можем дать удовлетворительное обоснование и указать границы применимости такой модели. Особое удивление вызывает то, что электрические силы взаимодействия между электронами не учитываются, хотя они отнюдь не малы. Возможность отвлекаться от таких сил, по-видимому, связана с тем, что взаимодействие между электронами не меняет числа энергетических уровней системы. Последнее определяется только *общим числом электронов*, а не силами взаимодействия между ними. Для ряда явлений, по крайней мере при их качественном рассмотрении, существенно именно общее число энергетических уровней, а не их точное расположение. Разумеется, как и всякая модель, модель свободных электронов объясняет отнюдь не все свойства металлов. Однако ряд явлений объясняется этой моделью правильно, по крайней мере качественно.

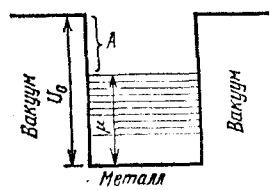

Рис. 54

На рис. 54 представлена модель металла в виде прямоугольной потенциальной ямы. Внутри металла (т. е. на дне потенциальной ямы) потенциальная функция принята равной нулю, на стенках ямы она скачкообразно меняется до постоянного значения $U_0 > 0$. Конечно, энергетические уровни электрона внутри ямы дискретны, хотя в макроскопических кусках металла и расположены очень густо. Собственно говоря, нельзя сказать,

что в модели свободных электронов между электронами нет никакого взаимодействия. Оно имеется. Но это не есть силовое взаимодействие, а взаимодействие особого рода, которое не может быть понято в рамках классической механики. О нем подробно говорится в гл. VI. Такое взаимодействие проявляется в том, что в каждом квантовом состоянии системы может находиться не более одного электрона. Это положение называется *принципом Паули* (1900—1958). Под квантовым состоянием в рассматриваемом нами вопросе следует понимать энергетический уровень электрона (с одним уточнением: допустимое число электронов на энергетическом уровне должно быть удвоено из-за наличия у них спина; но это обстоятельство в разбираемых сейчас вопросах не играет роли, и мы его учитывать не будем).

Будем теперь последовательно заполнять потенциальную яму электронами в предположении, что температура системы равна абсолютному нулю. Первый электрон займет самый нижний (нулевой) уровень энергии. Второй электрон расположится на втором энергетическом уровне и т. д. Последний электрон соответствует такому состоянию металла, когда он сделается электрически нейтральным. Этот электрон займет наивысший уровень энергии μ, называемый *уровнем* или *энергией Ферми* (1901—1954). Таким образом, ниже уровня Ферми все энергетические уровни потенциальной ямы заполнены, а выше — свободны. Напомним, что при этом температура металла предполагается равной абсолютному нулю. Чтобы удалить электрон из металла с уровня Ферми, необходимо затратить работу, не меньшую

$$A = U_0 - \mu. \tag{29.1}$$

Это и есть *работа выхода* электрона из металла. Разумеется формула (29.1) остается справедливой и тогда, когда величины U_0 и μ отсчитываются не от дна ямы, а от произвольно выбранного уровня.

2. Обратимся теперь к объяснению *контактной разности потенциалов*, открытой еще Вольтой (1745—1827). Рассмотрим два разных металла *I* и *II* (рис. 55, *а*). Дно обеих потенциальных ям и все уровни энергий условимся отсчитывать от одного и того же общего уровня. Дно потенциальной ямы первого металла, вообще говоря, не будет совпадать с дном потенциальной ямы второго металла. То же самое относится к соответствующим уровням Ферми. Пусть, например, уровень Ферми первого металла расположен выше, чем у второго металла. Сблизим оба металла друг с другом, чтобы зазор между ними стал порядка атомных расстояний, т. е. 10^{-8} см (рис. 55, *б*). Тогда в зазоре между металлами образуется узкий потенциальный барьер, через который электроны с заметной вероятностью могут переходить из одного металла в другой. Переход электронов из

металла *I* в металл *II* действительно будет осуществляться. Однако обратный переход из металла *II* в металл *I* невозможен, так как все уровни энергии, на которые могли бы переходить электроны из металла *II*, в металле *I* уже заполнены. В результате металл *I* будет терять электроны и заряжаться положительно, его потенциал начнет повышаться, а уровень Ферми понижаться. Наоборот, металл *II*, приобретая электроны, начнет заряжаться отрицательно, его потенциал будет уменьшаться, а уровень Ферми подниматься. Статистическое равновесие установится, когда уровни Ферми обоих металлов сравняются. Но это есть

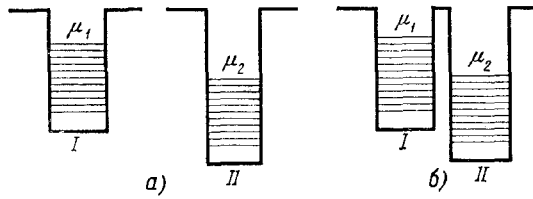

Рис. 55

как раз то условие, на основе которого в томе III (§ 104) было подробно рассмотрено возникновение контактной разности потенциалов, как внутренней, так и внешней. Поэтому нет надобности продолжать дальнейшее изложение, а достаточно ограничиться ссылкой на указанный параграф тома III. Здесь же важно было подчеркнуть только то, что процесс установления равновесного состояния осуществляется путем *туннельных переходов* электронов через потенциальный барьер.

3. Перейдем теперь к рассмотрению эмиссии электронов из металлов. Когда температура металла делается достаточно высокой (выше $\sim 1000\,^{\circ}\mathrm{C}$), появляются быстрые электроны, способные преодолевать задерживающий потенциал и выходить из металла. Это — *термоэлектронная эмиссия* (см. т. III, § 101). Однако эмиссия электронов может происходить и из *холодного* металла. Для этого нормально к поверхности металла надо приложить сильное электрическое поле (порядка 10^6 В/см), направленное к металлу. Такая эмиссия называется *холодной*. Объяснение этого явления, в общих чертах согласующееся с опытом, основано на теории прохождения электронов через потенциальный барьер.

В отсутствие внешнего электрического поля потенциальная энергия электрона представляется на рис. 56 ступенчатой линией *AOBC*, причем начало координат *O* помещено на стенке металла. Внутри металла потенциальная энергия принята равной нулю, вне металла она постоянна и равна *C*. Если наложить внешнее электрическое поле *E*, направленное к металлу, то в металл оно не проникнет, и потенциальная энергия электрона

в металле по-прежнему будет равна нулю. Снаружи же металла к потенциальной энергии C добавится потенциальная энергия электрона во внешнем электрическом поле, равная $-eEx$ (заряд электрона обозначен через $-e$). Она изображена наклонной прямой BM. В результате полная потенциальная функция электрона во внешнем поле представляется выражениями

$$U(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ C - eEx & \text{при } x > 0. \end{cases}$$

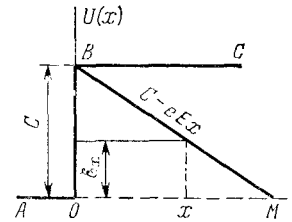

Рис. 56

Между металлом и вакуумом возникает потенциальный барьер OBM. Выделим в металле группу электронов с энергией, близкой к $\mathscr{E}_x$. Проницаемость барьера для электронов с такой энергией найдется по формуле (28.17), в которой следует положить $x_1 = 0$. Здесь x_2 найдется из уравнения $C - eEx_2 = \mathscr{E}_x$, которое дает $x_2 = (C - \mathscr{E}_x)/eE$. Задача сводится к вычислению интеграла

$$S = \int_0^{x_2} \sqrt{2m\,[U(x) - \mathscr{E}_x]}\,dx = \int_0^{x_2} \sqrt{2m\,(C - eEx - \mathscr{E}_x)}\,dx = \\ = \frac{2}{3}\sqrt{2m}\,\frac{(C - \mathscr{E}_x)^{3/2}}{eE}.$$

Таким образом, коэффициент прозрачности барьера для электронов с энергией $\mathscr{E}_x$ выражается формулой

$$D(\mathscr{E}_x) = D_0 \exp\left\{-\frac{4}{3}\,\frac{\sqrt{2m}}{\hbar}\,\frac{(C - \mathscr{E}_x)^{3/2}}{eE}\right\}. \qquad (29.2)$$

Коэффициент этот имеет несколько разные значения для различных $\mathscr{E}_x$. Можно ввести средний или *эффективный коэффициент прозрачности барьера* путем соответствующего усреднения по $\mathscr{E}_x$ (чтобы получился тот же ток эмиссии). Всякое усреднение сводится к усреднению выражения вида $D_0 \exp[-f(\mathscr{E}_x)/E]$, где смысл функции $f(\mathscr{E}_x)$ легко устанавливается сравнением с формулой (29.2). Поскольку усреднение производится по $\mathscr{E}_x$ при фиксированном E, усреднению фактически подлежит функция $f(\mathscr{E}_x)$. Эта функция положительна, так как $C > \mathscr{E}_x$, а потому после усреднения ее можно представить в виде экспоненциального выражения. В результате для усредненного коэффициента прозрачности барьера получаем

$$\overline{D} = \overline{D}_0 e^{-E_0/E} \qquad (29.3)$$

где $\bar{D}_0$ и E_0 — постоянные, зависящие от рода металла. Ток холодной эмиссии выражается формулой

$$I(E) = I_0\bar{D} = Ae^{-E_0/E}. \tag{29.4}$$

Именно такая зависимость тока холодной эмиссии от напряженности внешнего приложенного электрического поля была экспериментально подтверждена П. И. Лукирским.

Классическую теорию холодной эмиссии и ее сравнение с опытом см. в задаче к этому параграфу.

ЗАДАЧА

Холодную эмиссию электронов из металла пытались объяснить классически влиянием силы электрического изображения $e^2/4x$, с которой электрон притягивается к поверхности металла (см. т. III, § 23, пункт 2). С учетом этой силы потенциальная энергия электрона вблизи поверхности металла на расстоянии x от нее представляется выражением $U = C - eEx - e^2/4x$. Учет этой силы понижает потенциальный барьер, который должен преодолеть электрон, чтобы выйти из металла, т. е. уменьшает работу выхода. Рассчитать это уменьшение и оценить напряженность внешнего электрического поля, начиная с которого должна была бы происходить холодная эмиссия. Провести численный расчет для вольфрама. Работа выхода для вольфрама $A = 4{,}5$ эВ.

Решение. Функция U достигает максимума при $x = 1/2\sqrt{e/E}$, который равен

$$U_{\text{макс}} = C - \sqrt{Ee^3}$$

Отсюда видно, что сила электрического изображения уменьшает высоту барьера, а с ней и величину работы выхода на величину $\sqrt{Ee^3}$. Новая работа выхода $A' = A - \sqrt{Ee^3}$. Холодная эмиссия начинается, когда $A' = 0$. Это дает

$$E = A^2/e^3 = V^2/e \tag{29.5}$$

Последнее выражение получается из предыдущего, если работу выхода выразить через соответствующее напряжение V по формуле $A = eV$. Для вольфрама $V = 4{,}5$ В $= 1{,}5 \cdot 10^{-2}$ СГСЭ,

$$E = \frac{2{,}25 \cdot 10^{-4}}{4{,}8 \cdot 10^{-10}} = 0{,}469 \cdot 10^6 \text{ СГСЭ} = 1{,}41 \cdot 10^8 \text{ В/см}$$

Между тем Милликен получал сильные токи холодной эмиссии уже при $E \approx 4 \cdot 10^6$ В/см.