

ЗАДАЧА

Показать, что тепло, потребное для нагревания гелия от t до $t + dt$, стремится к нулю при $dt \rightarrow 0$ даже тогда, когда в рассматриваемом температурном интервале находится λ -точка, в которой теплоемкость гелия обращается в бесконечность.

§ 61. Понятие о теории сверхтекучести

1. Двухжидкостная модель Не II, конечно, только *описывает*, но отнюдь не объясняет явление сверхтекучести. Природа этого явления в основном была понята, а двухжидкостная модель обоснована Л. Д. Ландау в 1941 г. Ниже дается качественное представление о теории Ландау. Прежде всего в этой теории принимается, что жидкий гелий-II при температуре абсолютного нуля находится в основном, т. е. наизнешем (невозбужденном), квантовом состоянии. При движении тела в Не II оно совсем не испытывает трения, если при этом жидкость остается в основном состоянии. Для возникновения трения необходимо, чтобы Не II при движении тела переходил в *возбужденные состояния*. А так как между атомами жидкого гелия существует сильное взаимодействие, то возбужденные состояния должны быть *коллективными* (т. е. относиться ко всему гелию), а не возбуждениями изолированных атомов. Такие возбуждения носят квантовый характер. Кванты возбуждения в Не II называются *элементарными возбуждениями* и характеризуются определенными значениями импульса и энергии, т. е. ведут себя как квазичастицы. Коллективный характер элементарных возмущений — существенный пункт в теории Ландау.

Теория прежде всего должна определить *закон дисперсии* или энергетический спектр элементарных возбуждений, т. е. зависимость энергии \mathcal{E} от импульса p или, точнее, от модуля p импульса, поскольку жидкий гелий — изотропная среда. Эта часть задачи была решена Ландау *постулативно* с использованием эмпирических данных. Окончательная кривая $\mathcal{E} = \mathcal{E}(p)$, принятая Ландау (1947 г.), изображена на рис. 116. На начальном участке кривой \mathcal{E} растет линейно с импульсом: $\mathcal{E} = c_{\text{зв}} p$, совершенно так же, как в случае возбуждения звуковых волн в кристаллической решетке. На этом участке в Не II возбуждаются *фононы*, а постоянная $c_{\text{зв}}$ является фазовой скоростью звука в Не II. Такой фононный спектр элементарных возбуждений предопределяет температурную зависимость теплоемкости Не II вблизи абсолютного нуля: как

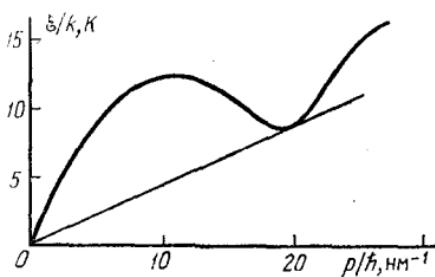


Рис. 116

и в случае твердых тел, теплоемкость пропорциональна кубу температуры T .

При возрастании ρ кривая $\mathcal{E} = \mathcal{E}(\rho)$ загибается вниз, а в точке ρ_0 проходит через минимум. В окрестности самого минимума энергия может быть аппроксимирована формулой

$$\mathcal{E} = \Delta + (\rho - \rho_0)^2 / 2m^*, \quad (61.1)$$

причем постоянная m^* играет роль *эффективной массы*. Элементарные возбуждения, соответствующие этой части кривой, были названы *ротонами*.

Следует подчеркнуть, что в законе дисперсии $\mathcal{E} = \mathcal{E}(\rho)$ всюду имеется в виду *истинный импульс*, а не квазимпульс, как это было в случае кристаллической решетки. Причина этого в том, что жидкий гелий — *изотропная среда*, не обладающая кристаллической структурой.

Позднее кривая $\mathcal{E} = \mathcal{E}(\rho)$, постулированная Ландау, была подтверждена экспериментально. Исследовалось рассеяние пучка монохроматических нейтронов в Не II. Этот процесс можно рассматривать как столкновение нейтронов с квазичастицами в Не II, при котором соблюдаются законы сохранения энергии и импульса. Зная начальную энергию и направление падающих нейтронов и измеряя энергию рассеянных нейтронов при различных углах рассеяния (относительно исходного направления нейтронов), можно было рассчитать энергию и импульс квазичастиц, т. е. определить весь энергетический спектр элементарных возбуждений.

Экспериментальная кривая $\mathcal{E} = \mathcal{E}(\rho)$, полученная таким образом, воспроизведена на рис. 117. Численные значения постоянных (экстраполированные к нулевому давлению при плотности $\rho = 0,145 \text{ г}/\text{см}^3$), полученные таким путем, а также из термодинамических данных, оказались равными

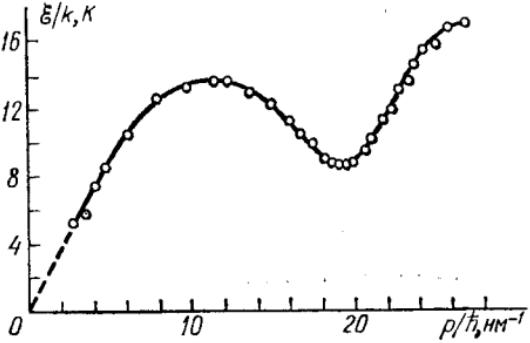


Рис. 117

на рис. 117. Численные значения постоянных (экстраполированные к нулевому давлению при плотности $\rho = 0,145 \text{ г}/\text{см}^3$), полученные таким путем, а также из термодинамических данных, оказались равными

$$c_{\text{зв}} = 2,4 \cdot 10^4 \text{ см}/\text{с}, \quad \Delta/k = 8,7 \text{ К}, \\ \rho_0/\hbar = 1,9 \cdot 10^8 \text{ см}^{-1}, \quad m^* = 0,16 m_{\text{He}}. \quad (61.2)$$

2. Несмотря на экспериментальное подтверждение, постулативный характер энергетического спектра в теории Ландау оставляет чувство неудовлетворенности. Однако установление такого спектра расчетным путем совершенно безнадежно для жидкости с сильным взаимодействием между ее частицами, какой является Не II. Позднее (1946 г.) Н. Н. Боголюбов (р. 1908)

решил такую задачу для газа *слабо взаимодействующих* бозе-частиц (оказалось необходимым предположить, что силы отталкивания между такими частицами преобладают над силами притяжения). Спектр элементарных возбуждений при малых p оказался фононного типа, как и постулировал Ландау.

Нет никакой возможности излагать здесь теорию Боголюбова. Можно только отметить, что (как и во всех теориях сверхтекучести) необходимо принять, что газ состоит из бозе-, а не из ферми-частиц. В случае бозе-частиц имеет место конденсация Бозе — Эйнштейна (что в случае ферми-частиц невозможно из-за принципа Паули). Сущность этого явления (см. т. II, § 82) состоит в том, что, начиная с некоторой температуры T_0 , называемой *температурой вырождения*, частицы бозе-газа начинают накапливаться на нижнем энергетическом уровне, а при температуре абсолютного нуля на этом уровне оказываются все частицы. Бозе-частицы, скопившиеся на нижнем энергетическом уровне, образуют так называемый *конденсат*. Боголюбову удалось показать, что при определенных допущениях о силах взаимодействия между частицами образование конденсата в слабо неидеальном газе бозе-частиц можно рассматривать как фазовый переход второго рода, а движение конденсата обладает свойством сверхтекучести. Аналогия этого явления с наблюдаемой сверхтекучестью жидкого Не II проявляется в том, что вычисленная температура вырождения бозе-газа оказалась равной $T_0 = 3,14$ К, что весьма близко к значению $T_\lambda = 2,17$ К — температуре фазового превращения Не I в Не II. Однако результаты Боголюбова относятся к *газу* со слабо взаимодействующими частицами, а не к *жидкому* Не II, где взаимодействие велико. Заманчивой является перспектива построить на тех же основах теорию сверхтекучести и для жидкости, но до настоящего времени это сделать не удалось.

3. Покажем теперь, что при энергетическом спектре элементарных возбуждений, постулированном Ландау, жидкость должна обладать свойством сверхтекучести. Рассмотрим сначала Не II при температуре абсолютного нуля, когда никаких возбуждений в нем нет. Пусть жидкость течет в капилляре с постоянной скоростью v . Определим, при каких скоростях v не могут появляться элементарные возбуждения и, следовательно, гелий не будет испытывать трения, а при каких скоростях элементарные возбуждения появятся и возникнет трение жидкости о стенки капилляра. Для наших целей удобно перейти в систему отсчета, в которой жидкость поконится, а капилляр движется со скоростью $-v$. Целесообразность этого обусловлена тем, что закон дисперсии (рис. 117) относится именно к системе отсчета, в которой *жидкость неподвижна*.

Допустим теперь, что в жидкости появилось элементарное возбуждение — квазичастица с энергией \mathcal{E} и импульсом p .

Из-за отдачи скорость капилляра изменится и станет равной $-v_1$. На основании закона сохранения энергии можно написать

$$\mathcal{E} + (M/2)v_1^2 - (M/2)v^2 = 0,$$

где M — масса капилляра. Так как она велика, то изменение скорости капилляра незначительно, в силу чего сумму $v + v_1$ можно заменить на $2v$. Это дает

$$\mathcal{E} = (M/2)(v - v_1)(v + v_1) = Mv(v - v_1).$$

В силу закона сохранения импульса

$$p + Mv_1 = Mv,$$

так что окончательно

$$\mathcal{E} = pv. \quad (61.3)$$

Отсюда во всяком случае следует, что $\mathcal{E} \leqslant pv$, т. е. $v \geqslant \mathcal{E}/p$. Таким образом, для появления элементарного возбуждения необходимо, чтобы скорость жидкости v превышала минимальное значение \mathcal{E}/p :

$$v \geqslant \min(\mathcal{E}/p). \quad (61.4)$$

Минимум \mathcal{E}/p на кривой дисперсии получится в точке, где производная $\frac{d}{dp}(\mathcal{E}/p)$ обращается в нуль, т. е. в точке

$$\frac{d\mathcal{E}}{dp} = \frac{\mathcal{E}}{p}. \quad (61.5)$$

где прямая $\mathcal{E}/p = \text{const}$, проходящая через начало координат, касается дисперсионной кривой $\mathcal{E} = \mathcal{E}(p)$. На фононной ветви $\mathcal{E} = c_{\text{зв}}p$, так что для возбуждения фононов требуются скорости $v \geqslant c_{\text{зв}}$.

Этот результат не является неожиданным. При равномерном движении тела в жидкости, как известно, оно начинает генерировать звуковые волны Маха (1838—1916), когда скорость тела превышает фазовую скорость звука в жидкости. Аналогично ведет себя заряд, движущийся в среде со скоростью, превышающей фазовую скорость света в рассматриваемой фазе (*явление Вавилова — Черенкова*). Таким образом, скорость звука играет роль *критической скорости* $v_{\text{кр}}$, в том смысле, что генерация звука движущимся телом появляется, когда его скорость превышает критическую.

Критическая скорость для генерации ротонов в теории Ландау найдется, если из начала координат (рис. 116) провести касательную к ротонной части кривой $\mathcal{E} = \mathcal{E}(p)$. Она, очевидно, равна $v_{\text{кр}} = \mathcal{E}/p$, где \mathcal{E} и p — энергия и импульс ротона в точке касания. Таким путем для ротонов получается $v_{\text{кр}} = 60$ м/с.

4. Допустим теперь, что температура жидкости, текущей через капилляр, отлична от абсолютного нуля, но близка к нему. Тогда даже в покоящейся жидкости появятся слабые возбужде-

ния. Они ведут себя как *идеальный газ независимых квазичастиц*. Формула (61.4), полученная выше, остается в силе, поскольку она выражает условие рождения элементарных возбуждений из-за движения жидкости относительно стенок капилляра. При ее выводе предположение о равенстве абсолютному нулю температуры жидкости не использовалось.

В покоящейся жидкости квазичастицы, имеющиеся в ней при $T \neq 0$, движутся беспорядочно, так что в среднем газ квазичастиц не несет никакого импульса. Если же жидкость течет, то возникает преимущественное направление движения квазичастиц — в сторону течения жидкости. Средний импульс газа квазичастиц становится отличным от нуля и переносится в том же направлении. При столкновениях квазичастиц со стенками капилляра происходит передача этого импульса, по крайней мере частичная, из-за чего возникает трение. В результате часть жидкости, несущая газ элементарных возбуждений, течет через капилляр, как обычная нормальная жидкость, обладающая вязкостью. Остальная часть жидкости ведет себя как сверхтекучая, так как при скорости течения меньше критической рождения новых квазичастиц в результате движения жидкости относительно стенок капилляра не происходит. Эта часть жидкости при течении не обменивается энергией и импульсом со стенками капилляра и с газом квазичастиц. Таким образом, в теории Ландау находят обоснование представления, введенные в двухжидкостной модели. Вместе с тем становится понятной невозможность реального отделения сверхтекучей части жидкости от нормальной. Причина этого в том, что элементарные возбуждения являются *коллективными*, а не возбуждениями индивидуальных частиц.

5. Критическая скорость течения ($v_{kp} \approx 60$ м/с), вычисленная в теории Ландау из кривой дисперсии, не согласуется с опытом. Опыт показывает, что критическая скорость сильно зависит от температуры и от радиуса капилляра или ширины щели, по которым течет Не II. Она примерно на два-три порядка меньше того значения, которое дает теория Ландау. На этом основании следует заключить, что теория Ландау недостаточна. В ней не все принято во внимание. В действительности формула Ландау (61.4) определяет лишь *верхний предел* скорости течения, выше которого сверхтекучесть заведомо невозможна.

Прогресс в понимании указанного расхождения был достигнут при исследовании свойств вращающегося Не II. Согласно двухжидкостной модели при вращении цилиндра с Не II сверхтекучая часть жидкости не должна была бы вовлекаться во вращение. В действительности опыты показали, что при достаточно больших угловых скоростях цилиндра во вращении принимает участие не только нормальная, но и сверхтекучая часть жидкости. Тем не менее во вращающемся как целое Не II наблюдаются

такие специфические для сверхтекучести явления, как термомеханический эффект и распространение второго звука.

Онзагер (р. 1903) в 1949 г. для объяснения этого явления выдвинул гипотезу, позднее подтвержденную экспериментально, что ввиду *квантовой природы* сверхтекучего состояния He II вращения в ней должны возбуждаться, но они должны быть квантованы. Позднее (1955 г.) эта гипотеза была развита Фейнманом (р. 1918). Если атом гелия вращается вокруг оси цилиндра по окружности радиуса r , то его момент количества движения должен быть равен $n\hbar$, т. е.

$$m_{\text{He}} r v_s = n\hbar,$$

где v_s — скорость сверхтекучего движения, а n — целое число. Эта формула справедлива лишь для расстояний r , значительно превышающих среднее межатомное расстояние в ${}^4\text{He}$, т. е. примерно $4 \cdot 10^{-8}$ см, так как только на таких расстояниях гелий можно рассматривать как сплошную жидкость. Радиус окружности r может принимать очень большие значения, вплоть до размеров цилиндра, так что речь идет о *квантовании макроскопических вращений*.

Линия, вокруг которой происходит вращение He II , называется *вихревой нитью*. При вращении вокруг оси цилиндра она, очевидно, совпадает с этой осью, заканчиваясь на дне цилиндра и на поверхности жидкости. Жидкость, вращающаяся вокруг вихревой нити, называется *квантовым вихрем*. Квантовый вихрь может появиться лишь при некоторой минимальной скорости вращения цилиндра $\Omega_{\text{кр}}$, так как для его образования требуется затрата энергии. При этом фактически образуются только вихри с $n = 1$, так как кинетическая энергия пропорциональна $v_s^2 \sim n^2$, и поэтому энергетически более выгодно образование двух квантовых вихрей с $n = 1$, чем одного с $n = 2$. Таким образом, скорость движения сверхтекучей жидкости v_s при вращении вокруг вихревой нити определяется формулой

$$v_s = \hbar/m_{\text{He}} r. \quad (61.6)$$

Когда скорость вращения цилиндра достигает критического значения $\Omega_{\text{кр}}$, то образуется только один квантовый вихрь с вихревой нитью вдоль оси цилиндра. При увеличении Ω число квантовых вихрей растет, причем их вихревые нити параллельны оси цилиндра. При больших Ω вихревые нити практически равномерно пронизывают объем жидкости.

Элементарные возбуждения, соответствующие нормальной части He II , могут сталкиваться с квантовыми вихрями сверхтекучей части и обмениваться с ними энергией и импульсом. Это и вызывает возникновение вращения сверхтекучей части при вращении цилиндра.

6. При течении Не II по капилляру с большими скоростями вихревые нити могут искривляться и даже замыкаться, образуя так называемые *вихревые кольца*. Последние обладают определенной энергией и импульсом и могут передвигаться по всему объему жидкого гелия. Можно сказать, что вихревые кольца представляют собой особого рода *элементарные возбуждения*, возникающие, когда скорость течения сверхтекучего гелия превосходит некоторое критическое значение v_{kp} . Критическая скорость v_{kp} определяется энергией, необходимой для образования квантового вихревого кольца, и зависит от условий течения Не II, в частности от радиуса капилляра, при увеличении которого критическая скорость быстро уменьшается. При радиусах капилляра порядка 10^{-5} см, когда и наблюдается сверхтекучесть, критическая скорость значительно меньше теоретического верхнего предела, даваемого формулой Ландау (61.4). Если скорость течения v меньше критической, то образование квантовых вихревых колец еще не происходит и наблюдается сверхтекучесть. Если же скорость течения превосходит критическую (хотя бы и остается меньше верхнего предела, даваемого теорией Ландау), то сверхтекущее течение Не II становится неустойчивым к образованию квантовых вихревых колец. Квантовые вихревые кольца, возникающие в сверхтекущем компоненте Не II, могут обмениваться энергией и импульсом с квазичастицами нормального компонента, что приводит к появлению трения между этими компонентами и к исчезновению сверхтекучести.

7. Рассмотрим коротко вопрос о сверхтекучести ^3_2He . Атом ^3_2He содержит нечетное число нуклонов (два протона и один нейtron) и четное число (2) электронов. Каждая из этих частиц обладает спином $1/2$. Поэтому спин атома ^3_2He во всяком случае полуцелый, так что атомы ^3_2He подчиняются статистике Ферми — Дирака. В этом отношении они отличаются от атомов ^4_2He , для которых спин целый, а статистика Бозе — Эйнштейна. Образование конденсата и появление сверхтекучести возможны только в системах частиц с бозе-Эйнштейновской статистикой. Поэтому сначала казалось, что сверхтекучесть ^3_2He невозможна. Это мнение изменилось в 1974 г. после создания теории сверхпроводимости (см. § 62). Дело в том, что между атомами ^3_2He действуют силы притяжения Ван-дер-Ваальса, которые на больших расстояниях убывают обратно пропорционально седьмой степени расстояния. При наличии таких сил атомам ^3_2He энергетически выгодно кооперироваться в пары, что и проявляется при достаточно низких температурах. Спин такой пары всегда целый. Поэтому пары подчиняются статистике Бозе — Эйнштейна, и можно ожидать появления сверхтекучести у ^3_2He . Действительно, сверхтекучесть ^3_2He была открыта в 1974 г. Она

обнаруживается при температуре ниже 0,00265 К (при давлении около 34 атм). При уменьшении давления до 21 атм температура перехода жидкого ^3He в сверхтекучее состояние понижается до 0,0024 К.

8. В заключение остановимся на возможностях макроскопических квантовых явлений у водорода, аналогичных сверхтекучести. Квантовое поведение гелия, в частности свойство оставаться жидким вблизи абсолютного нуля, существенно обусловлено *нулевыми колебаниями*. Массы атомов и молекул водорода еще меньше, чем масса атома гелия, а потому у водорода нулевые колебания еще сильнее. С другой стороны, атом водорода состоит из двух частиц (протона и электрона), спин каждой из которых равен $1/2$, а потому он является *бозе-частицей*. Молекула водорода также *бозе-частица*. Казалось бы, что и водород вблизи абсолютного нуля температуры должен обладать сверхтекучестью. В действительности газ двухатомного водорода, хотя и обладает некоторыми квантовыми свойствами, но при охлаждении сжижается, а вблизи абсолютного нуля становится твердым.

Причина этого в том, что частицы водорода *взаимодействуют между собой*. В частности, гомеополярные химические силы, действующие между атомами, приводят к образованию связанного состояния — молекулы водорода H_2 . А между молекулами водорода в свою очередь действуют силы, значительно превосходящие силы взаимодействия между симметричными инертными атомами гелия.

Однако следует принять во внимание, что силы взаимодействия нейтральных атомов водорода между собой на некотором расстоянии, превосходящем какое-то определенное значение, являются силами притяжения только в том случае, когда спины электронов атомов *антипараллельны* (синглетное состояние). Если же спины электронов атомов водорода *параллельны* (триплетное состояние), то силы взаимодействия всегда отталкивательные. В этом случае образование молекулы невозможно (см. § 50).

Однако можно получить атомарный водород, все атомы которого имеют параллельные спины. Тогда молекулы образовываться не будут. Для этого на диссоциированный водород надо воздействовать сильным ($\sim 10^5$ Гс) и резко неоднородным магнитным полем. Тогда произойдет пространственное разделение атомов с противоположно направленными спинами, подобно тому как это имеет место в классических опытах Штерна и Герлаха. При этом надо иметь в виду, что магнитный момент ядра (протона) примерно в тысячу раз меньше магнитного момента электрона. Поэтому силой, действующей со стороны магнитного поля на ядро, можно полностью пренебречь по сравнению с силой, действующей на электрон.

Такой метод получения атомарного водорода с одинаково ориентированными спинами электронов был применен голландскими физиками Сильвера и Валравеном в Амстердаме (1980 г.). Экспериментальные трудности, которые удалось им преодолеть, очень значительны, но о них мы говорить не будем. Теоретически можно ожидать, что такой атомарный водород будет оставаться газообразным вблизи абсолютного нуля, не переходя даже в жидкое состояние. Указанным физикам удалось сохранить газ в атомарном состоянии в течение нескольких часов при предельно низкой температуре в сильном магнитном поле. Атомарный водород оставался газообразным вплоть до 0,08 К — низшей температуры, при которой производились исследования.

§ 62. Понятие о теории сверхпроводимости

1. Прежде чем читать настоящий параграф, необходимо обратиться к § 80 т. III, где были сообщены основные опытные факты о сверхпроводимости и истории открытия этого явления. Здесь будет дано краткое представление о теории сверхпроводимости, в той мере, как это возможно сделать в рамках общего курса физики.

После создания теории сверхтекучести естественно было думать, что сверхпроводимость является сверхтекучестью «электронной жидкости», образованной валентными электронами в металле. Эта правильная мысль встретила, однако, серьезное затруднение. Электроны имеют спин 1/2. На их состояния наложен запрет Паули, а потому они подчиняются статистике Ферми — Дирака, т. е. являются фермионами. Напротив, на атомы ^4He , с которыми имеет дело теория сверхтекучести, запрет Паули не распространяется, поскольку спин этих атомов целочисленный. В отличие от электронов, атомы ^4He подчиняются статистике Бозе — Эйнштейна, т. е. являются бозонами. С этим связано глубокое различие между основными состояниями атомов ^4He и электронов. В частности, для атомов ^4He имеет место бозе-эйнштейновская конденсация, а для электронов, казалось бы, это явление невозможно.

2. Важным моментом на пути преодоления указанной трудности оказалось открытие *изотопического эффекта*, экспериментально обнаруженного в 1950 г. на изотопах ртути и олова. Этот эффект наблюдается у чистых сверхпроводников, имеющих несколько изотопов. Оказалось, что для кристаллических решеток, построенных из различных изотопов одного и того же элемента, выполняется соотношение $T_{\text{k}} \sqrt{M} = C = \text{const}$. Здесь T_{k} — критическая температура перехода в сверхпроводящее состояние, а M — массовое число атомов, из которых построена кристаллическая решетка. Постоянная C одинакова для всех изотопов эле-