

Отв. $\mathcal{E}_{\text{кин}} = C_{\text{кул}} \left[Z^2 A^{-1/3} - 2 \left(\frac{Z}{2} \right)^2 \left(\frac{A}{2} \right)^{-1/3} \right] = C_{\text{кул}} Z^2 A^{-1/3} \times \times (1 - 2^{-2/3}) = 0,370 C_{\text{кул}} Z^2 A^{-1/3} \approx 360 \text{ МэВ.}$ Кинетическая энергия получилась больше, чем в предыдущей задаче. Это связано с тем, что все прочие силы (за исключением кулоновских) при распаде ядра на осколки удерживают их, т. е. производят отрицательную работу. На полученное значение надо смотреть как на грубо ориентировочное, поскольку формула Вейцзекера не обоснована теоретически, а ее коэффициенты подобраны на основе экспериментальных данных.

5. Показать, что изотопы ${}^5\text{Li}$ и ${}^8\text{Be}$ нестабильны. С их нестабильностью связано отсутствие в природе стабильных изотопов с массовыми числами 5 и 8. Дефекты масс атомов ${}^5\text{Li}$ и ${}^8\text{Be}$ равны соответственно 11,680 и 4,9418 МэВ.

Указание. Для ядра ${}^5\text{Li}$ рассмотреть процесс ${}^5_3\text{Li} \rightarrow {}^4_2\text{He} + p$, а для ядра ${}^8\text{Be} —$ процесс ${}^8_4\text{Be} \rightarrow {}^{24}_2\text{He}$.

§ 65. Размеры ядра

1. О размерах ядра нельзя говорить с той же определенностью и однозначностью, как это делается в случае макроскопических тел. Наибольшей определенностью характеризуются размеры тяжелых ядер.

Различные методы определения размеров ядер можно разделить на две группы. В одних методах регистрируется наличие ядерного вещества — в них используются явления, обусловленные ядерными силами (или так называемыми сильными взаимодействиями). В других используются электромагнитные взаимодействия и исследуется распределение электрического заряда в ядре. Обе группы методов приводят к несколько различным результатам. В точных исследованиях необходимо указывать, в каком смысле употребляется понятие размера ядра и какими методами были определены эти размеры. Однако различия между результатами измерений размеров ядра разными методами не так велики. Когда не требуется особая точность, можно не вдаваться в подробности и говорить о «размерах ядра» вообще, не уточняя, о какой величине идет речь.

Если ядро считать сферическим, то все методы определения его радиуса приводят к формуле

$$R = r_0 A^{1/3}. \quad (65.1)$$

Для постоянной r_0 для тяжелых ядер различными методами получаются несколько отличающиеся результаты, но все они лежат в пределах

$$r_0 = (1,2 - 1,5) \cdot 10^{-13} \text{ см.} \quad (65.2)$$

Заметим, что за единицу расстояний в ядерной физике и физике элементарных частиц удобно принимать *ферми*, равный 10^{-13} см, а за единицу эффективного сечения *барн* (10^{-24} см 2).

Характерная скорость α -частиц, испускаемых радиоактивными ядрами, порядка 10^9 см/с. Время, в течение которого α -частица пролетает диаметр ядра, порядка $T_{яд} \approx 10^{-13} : 10^9 \approx 10^{-22}$ с. Время порядка $10^{-23} - 10^{-24}$ с принято называть *ядерным временем*.

Ниже рассматриваются некоторые методы определения R и r_0 .

2. Верхний предел радиуса ядра можно грубо определить уже из опытов Резерфорда по рассеянию α -частиц на атомных ядрах (см. § 9). Пусть p — импульс α -частицы, m — ее масса, а $\mathcal{E}_{кин} = p^2/2m$ — кинетическая энергия. Так как при столкновении импульс сохраняется, а ядро до столкновения можно считать неподвижным, то кинетическая энергия после столкновения, связанная с движением центра масс системы, будет $p^2/2(M+m)$, где M — масса ядра. Для тяжелых ядер этой величиной можно пренебречь, т. е. считать, что при упругом столкновении с ядром кинетическая энергия α -частицы не изменяется. В таком случае расстояние R между центрами ядра и частицы, соответствующее максимальному сближению α -частицы с ядром, определится из формулы $\mathcal{E}_{кин} = 2Ze^2/R$. При численных расчетах величину $\mathcal{E}_{кин}$ удобно представить в виде $\mathcal{E}_{кин} = 2eV$, где $2e$ — заряд α -частицы, а V — «ускоряющий потенциал», соответствующий энергии $\mathcal{E}_{кин}$. Тогда $R = Ze/V$. Для золота $Z = 79$, «Ускоряющий потенциал» α -частицы $V = 5$ МВ $= (5/3) \cdot 10^4$ СГСЭ. В этом случае

$$R = \frac{79 \cdot 4,8 \cdot 10^{-10}}{(5/3) \cdot 10^4} = 2,3 \cdot 10^{-12} \text{ см.}$$

Поскольку для энергии $\mathcal{E}_{кин} = 5$ МэВ (и даже несколько большей) результаты опытов хорошо согласуются с теоретической формулой Резерфорда, отсюда следует, во-первых, что сумма радиусов ядра и α -частицы во всяком случае меньше $2 \cdot 10^{-12}$ см, во-вторых, что на расстояниях $2 \cdot 10^{-12}$ см взаимодействие между α -частицей и ядром чисто электрическое и подчиняется закону Кулона.

3. Радиус ядра можно оценить с помощью полуэмпирической формулы Вейцзеккера (64.6). Третий член этой формулы $-C_{кул} Z^2 A^{-1/3}$ связан с кулоновским отталкиванием протонов ядра. Если предположить, что электрический заряд ядра равномерно распределен по его объему, то электрическая энергия ядра будет $(3/5)Z^2 e^2/R$. Эта величина должна быть равна $C_{кул} Z^2 A^{-1/3}$. Постоянную $C_{кул}$ удобно представить в виде $C_{кул} = eV_{кул}$, где согласно (64.7) $V_{кул} = 0,71$ МВ $= 2370$ СГСЭ. Это дает

$$R = \frac{3}{5} \frac{eA^{1/3}}{V_{кул}} = r_0 A^{1/3},$$

где

$$r_0 = \frac{3}{5} \frac{e}{V_{кул}} = \frac{3}{5} \frac{4,8 \cdot 10^{-10}}{2370} = 1,22 \cdot 10^{-13} \text{ см.}$$

Очевидно, этим методом измеряется «электрический радиус» ядра, т. е. радиус, обусловленный взаимодействием электрических зарядов. Надо заметить, что непрерывность и равномерность распределения электрического заряда в ядре, использованную в приведенной оценке, следует рассматривать не как предположение, а как *точное определение* того, что следует понимать под «электрическим радиусом» ядра.

Особым изяществом рассматриваемый метод отличается в применении к двум зеркальным ядрам, из которых одно, испытав β -превращение, переходит в другое. Допустим, например, что это есть β^+ -превращение (позитронный распад). Пусть Z и $A - Z$ — числа протонов и нейтронов исходного ядра. Тогда после β^+ -превращения оно переходит в зеркальное ядро с $Z - 1$ протонами и $A - Z + 1 = Z$ нейтронами. Из последнего соотношения для исходного ядра получается $A - 2Z = -1$, а для зеркального ядра $A - 2(Z - 1) = +1$. Поэтому для обоих зеркальных ядер четвертый член в формуле Вейцзекера (64.6) будет одним и тем же. Последнее слагаемое в той же формуле в обоих случаях равно нулю, так как при β -превращении массовое число A не меняется, а оно, как мы видели, нечетное. Таким образом, энергии связи обоих зеркальных ядер отличаются только третьим слагаемым. Поэтому разность энергий связи конечного и исходного ядра будет

$$\Delta \mathcal{E}_{\text{св}} = -C_{\text{кул}}(Z - 1)^2 A^{-1/3} + C_{\text{кул}}Z^2 A^{-1/3} = C_{\text{кул}}A^{-1/3}(2Z - 1) =$$

$$= C_{\text{кул}}A^{2/3}.$$

Измерив $\Delta \mathcal{E}_{\text{св}}$ и зная A , можно найти $C_{\text{кул}}$, а затем вышеописанным способом и радиус ядра R . Разумеется, приведенное рассуждение применимо и к зеркальным ядрам, одно из которых испытывает β^- -распад (электронный распад).

4. Размеры атомных ядер можно исследовать, изучая рассеяние на ядрах нейтронов, электронов и других элементарных частиц. Для достаточно заметного рассеяния необходимо, чтобы длина де Броиляевой волны λ рассеиваемой частицы была того же порядка или меньше, чем и диаметр ядра. Выразим это условие через энергию частицы. Исходной является формула $\lambda = h/p$. Будем считать нейtron перелятивистским и воспользуемся формулой $\mathcal{E}_{\text{кин}} = p^2/2m$. Из нее в комбинации с предыдущей формулой получается

$$\mathcal{E}_{\text{кин}} = \frac{h^2}{2m\lambda^2} = \frac{(hc)^2}{2(mc^2)\lambda^2}.$$

Подставив сюда для нейтрона $mc^2 = 939,6$ МэВ, а также $hc = 1,2399 \cdot 10^{-10}$ МэВ · см, получим

$$\mathcal{E}_{\text{кин}} = \frac{8,18}{\lambda^2} \cdot 10^{-24} \text{ МэВ.}$$

Для ультрарелятивистских частиц, к которым относятся быстрые нейтроны, $\mathcal{E} \approx \mathcal{E}_{\text{кин}} = h\nu$, т. е.

$$\mathcal{E}_{\text{кин}} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1,2399}{\lambda_{\text{см}}} \cdot 10^{-10} \text{ МэВ.}$$

Если в качестве λ взять $2 \cdot 10^{-12}$ см, то получится для нейтрона $\mathcal{E}_{\text{кин}} \approx 2$ МэВ, а для ультрарелятивистского электрона $\mathcal{E}_{\text{кин}} \approx 60$ МэВ. Таким образом, кинетическая энергия нейтронов должна превосходить 5 МэВ, а электронов — 100 МэВ.

5. Качественное описание производится наглядно с помощью так называемого *эффективного сечения ядра*. Напомним это понятие. Эффективное сечение вводится, в частности, для характеристики ослабления параллельного пучка частиц в результате того или иного процесса. Говорят, например, об эффективном сечении упругого или неупругого рассеяния электрона на атоме, о полном сечении рассеяния электрона на атоме и т. д. Сейчас нас интересует полное ослабление параллельного пучка нейтронов, электронов и других частиц в результате их рассеяния на атомных ядрах. Действие ядра наглядно можно описать так, как если бы оно представляло собой непроницаемую площадку размером σ , перпендикулярную к падающему пучку, которая выводит из пучка падающие на нее частицы. Площадка σ и называется *эффективным сечением* (или просто *сечением*) ядра. Рассмотрим плоскопараллельный слой толщиной dx и площадью S , перпендикулярный к падающему пучку частиц, равномерно заполненный рассеивающими ядрами. В таком слое содержится $Sndx$ ядер и связанных с ними площадок σ , где n — число ядер в единице объема. Общая площадь таких площадок равна $Sn\sigma dx$, причем из-за малости толщины dx площадки можно считать неперекрывающимися. Относительная доля частиц — dN/N , выводимая из пучка при прохождении рассматриваемого слоя, будет $Sn\sigma dx/S = n\sigma dx$. Таким образом,

$$\frac{dN}{N} = -n\sigma dx, \quad (65.3)$$

и, следовательно,

$$N = N_0 e^{-n\sigma x}. \quad (65.4)$$

Измеряя ослабление интенсивности потока частиц N при рассеянии на ядрах, можно найти эффективное сечение ядра σ .

6. Как же связано полное эффективное сечение σ с размерами ядра в случае падения на него, например, пучка нейтронов? Это, конечно, зависит от энергии нейтронов и от строения ядра. Простейшей является модель непрозрачного ядра. Для ее применимости необходимо, чтобы энергия нейтронов была не особенно велика. В противном случае (например, при энергиях, больших 100 МэВ) ядро, по крайней мере частично, становится прозрачным, поглощая не все падающие на него нейтроны. Од-

нако необходимо наложить на энергию пейтронов еще и противоположное требование. Она должна быть достаточно велика, чтобы длина дебройлевской волны пейтрона была заметно меньше диаметра ядра $2R$. Обоим условиям удовлетворяют быстрые пейтроны с энергией 20 МэВ. Ядро будет поглощать и рассеивать дебройлевские волны так, как черный экран. Для коротких длин волн вблизи ядра применима геометрическая оптика, а потому сечение поглощения будет равно геометрическому сечению ядра πR^2 . Но пейтроны выбывают из пучка не только из-за поглощения, но и из-за *дифракционного рассеяния* в стороны. В случае коротких длин волн, указанных выше, дифракция будет фраунгоферовой, так как условие ее применимости

$$x \gg \frac{(2R)^2}{\lambda} \approx \frac{(2 \cdot 10^{-12})^2}{0,5 \cdot 10^{-12}} \approx 8 \cdot 10^{-12} \text{ см},$$

где x — расстояние от ядра до точки наблюдения, для быстрых пейтронов, безусловно, выполняется. Но в случае фраунгоферовой дифракции черный экран рассеивает столько же пейтронов, сколько и поглощает. Это утверждение доказывается в точности так же, как и аналогичное утверждение в оптике (см. задачу к § 41 т. IV). Итак, для полного сечения ядра в рассматриваемой модели можно написать

$$\sigma = 2\pi R^2. \quad (65.5)$$

Измерив σ , можно по этой формуле вычислить R . Опыты с быстрыми пейтронами ($\mathcal{E}_n \approx 15 - 25$ МэВ) привели к результату $r_0 = 1,4 \cdot 10^{-13}$ см, а с еще более быстрыми ($\mathcal{E}_n \approx 100$ МэВ и $\mathcal{E}_n \approx 1000$ МэВ) дали $r_0 = 1,37 \cdot 10^{-13}$ см и $r_0 = 1,28 \cdot 10^{-13}$ см. Это указывает на частичную прозрачность ядер для очень быстрых пейтронов.

7. Наиболее точные результаты по измерению размеров ядер получаются при рассеянии быстрых электронов на ядрах. Как показано в пункте 4, при энергии электронов порядка 100 МэВ длина дебройлевской волны становится сравнимой с размерами ядер. При длинах волн такого порядка должна отчетливо проявиться дифракция электронов на ядрах атомов. По угловому распределению быстрых электронов при упругом рассеянии их на ядрах можно судить о размерах ядер. В первых опытах использовались электроны, ускоренные синхротроном до нескольких десятков мегаэлектронвольт. В последующих более точных опытах Хофтадтера (р. 1915) применялись электроны с энергиями до сотен мегаэлектронвольт. В предположении, что электрический заряд равномерно распределен по ядру, обработка результатов измерений дала $r_0 = (1,2 - 1,3) \cdot 10^{-13}$ см.

Высокая точность опытов по рассеянию быстрых электронов на ядрах ($\mathcal{E} > 500$ МэВ) позволила установить, что электриче-

ский заряд неравномерно распределен по объему ядра. Результаты опытов лучше всего согласуются с предположением, что плотность электрического заряда максимальна в центре ядра и для тяжелых ядер монотонно убывает к периферии согласно формуле

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \exp [(r - R_0)/\delta]}, \quad (65.6)$$

где R_0 — расстояние от центра ядра, на котором плотность убывает в два раза по сравнению с ρ_0 , а величина $\delta \approx 0,55 \cdot 10^{-13}$ см, т. е. одинакова для всех ядер. Для всех исследованных ядер $R_0 = 1,08 \cdot 10^{-13} A^{1/3}$ см. Отсюда следует, что в центре ядра ρ_0 практически совпадает с ρ .

8. Как уже указывалось во введении (§ 63), в 1937 г. в космических лучах были открыты мюоны — нестабильные частицы с временем жизни $2,2 \cdot 10^{-6}$ с. Они могут быть положительными и отрицательными. Свойства отрицательного мюона аналогичны свойствам электрона. Эти частицы отличаются одна от другой только массой: $m_\mu \approx 207 m_e$. Замедляясь в веществе до определенной скорости, отрицательный мюон может захватываться атомом, замещая один из электронов атомной оболочки. Образовавшаяся система называется мезоатомом. Так как масса мюона в 207 раз больше массы электрона, то боровский радиус для него в такое же число раз меньше. Он равен $r_{\mu B} = \hbar^2 / Z m_\mu e^2$, где m_μ — масса мюона. Таким образом, мюон может очень близко подходить к атомному ядру. Уже при $Z \approx 30$ боровская орбита мюона лежит внутри ядра. Для свинца ($Z = 82$), например, эта формула дает $r_{\mu B} = 3,11 \cdot 10^{-13}$ см. При переходе мюона с одного энергетического уровня на другой испускаются жесткие рентгеновские лучи. Их энергию можно измерить и рассчитать теоретически. Результаты вычислений сильно зависят от предположений относительно размеров ядер и поэтому могут служить для определения последних. Особенно точные результаты получаются для тяжелых ядер, поскольку в этих случаях мюон может очень близко подходить к ядру. Например, для свинца получается $r_0 = 1,17 \times 10^{-13}$ см, а $R(^{207}\text{Pb}) = 1,17 \cdot 10^{-13} \cdot 207^{1/3} = 6,9 \cdot 10^{-13}$ см.

9. Радиусы α -радиоактивных ядер могут быть найдены по времени их жизни относительно α -распада. Об этом методе сказано в § 73 (пункт 11).

10. До открытия нейтрона общепринятой считалась *электронно-протонная модель ядра*, согласно которой ядро состоит из A протонов и C электронов, так что зарядовое число равно $Z = A - C$. Малые размеры ядер являются сильной аргументацией против такой модели. Действительно, возьмем, например, ядро с радиусом $R = 3 \cdot 10^{-13}$ см, т. е. с диаметром $2R = 6 \cdot 10^{-13}$ см. Если бы частица (протон, нейtron или электрон) находилась внутри ядра, то ее импульс p определялся бы там оценочной

формулой

$$p = h/2R \approx 1,1 \cdot 10^{-14} \text{ г} \cdot \text{см}/\text{с},$$

а энергия электрона по релятивистской формуле $\mathcal{E} = pc$ была бы равна $3,3 \cdot 10^{-4}$ эрг ≈ 200 МэВ. Такого же порядка были бы и энергии электропов внутри других ядер. Среди искусственно получаемых ядер встречаются β -активные ядра всех атомных чисел (за исключением протона). Маловероятно, что энергия β -электрона, вылетевшего из ядра, существенно отличалась бы от его энергии внутри ядра. При β -распаде не наблюдаются электроны с большими энергиями (порядка 100 МэВ). Это противоречит протонно-электронной модели ядра. Электроны, получающиеся при β -распаде, не содержатся в исходном ядре, а образуются в результате этого процесса.

Совсем иначе обстоит дело с протонами и нейтронами. Энергию каждой из таких частиц можно оценить по нерелятивистской формуле $\mathcal{E} = p^2/2m$, где m — масса протона или нейтрона. Подстановка числовых значений дает $\mathcal{E} \approx 10^{-5}$ эрг ≈ 6 МэВ. Это — разумный результат, так как средняя энергия связи в ядре на один нуклон составляет около 8 МэВ. Таким образом, протоны и нейтроны могут содержаться и действительно содержатся в ядре.

Приведенное здесь возражение против нахождения электропов внутри ядра неприменимо к частицам, масса которых составляет несколько десятых масс нуклона, например к π -мезонам или кваркам.

Современные эксперименты по глубоко неупругому рассеянию мюонов на ядрах (т. е. рассеянию с большим изменением импульса мюона и рождением вторичных частиц) свидетельствуют о том, что в ядре могут содержаться *кварковые ассоциации*, более тяжелые, чем нуклоны.

§ 66. Спин ядра и сверхтонкая структура спектральных линий

1. Существование спина, т. е. собственного момента импульса ядра, и связанного с ним магнитного момента было постулировано Паули в 1928 г. для объяснения так называемой *сверхтонкой структуры спектральных линий*. Спектроскопическое изучение этого явления дало первое доказательство справедливости гипотезы Паули.

Как было показано в § 40, так называемая *тонкая структура*, т. е. мультиплетность спектральных линий, объясняется спин-орбитальным взаимодействием электронов, точнее, взаимодействием магнитных орбитальных моментов электронной оболочки атома с ее спиновыми магнитными моментами. У щелочных металлов, имеющих один валентный электрон, мультиплетная структура наиболее проста: спектральные линии у них двой-