§ 72. Законы радиоактивного распада

1. Радиоактивный распад — *явление статистическое.* Все предсказания, которые могут быть сделаны на основе законов радиоактивного распада, носят принципиально *вероятностный характер.* Нельзя сказать, какие атомы в радиоактивном образце распадутся за рассматриваемое время. Но можно практически с полной достоверностью предсказать, сколько атомов распадется за это время. Например, в случае радона половина атомов распадется за 3,8 дня. И это вероятностное предсказание будет выполняться тем точнее, чем с большим количеством радона имеют дело.

Вероятность распада ядра за единицу времени называется *постоянной распада* λ радиоактивных ядер данного сорта. Это значит, что из N имеющихся радиоактивных ядер за единицу времени в среднем распадается λN, а за время dt — $\lambda N\,dt$ ядер. Величина λN называется *активностью* радиоактивного источника (радиоактивностью). Старейшей, до сих пор наиболее употребительной единицей радиоактивности является *кюри* (Ки) и ее дольные единицы: *милликюри* (1 мКи $= 10^{-3}$ Ки) и *микрокюри* (1 мкКи $= 10^{-6}$ Ки). По первоначальному определению кюри есть активность одного грамма изотопа радия $^{226}_{88}$Ra. Однако для удобства измерений это определение в дальнейшем было заменено следующим:

$$1 \text{ Ки} = 3{,}700 \cdot 10^{10} \text{ расп/с (точно)}.$$

Активность же грамма радия лишь приближенно составляет 1 Ки. Естественной единицей активности является 1 распад в секунду. Эта единица получила название *беккерель* (Бк) и принята в Международной системе СИ. В литературе употребляется также единица *резерфорд*: 1 Рд $= 10^6$ Бк.

Поскольку радиоактивные превращения совершаются внутри ядра, внешние условия (температура, давление, химические реакции и пр.) на ход радиоактивных превращений практически не оказывают никакого влияния. Во всяком случае такое влияние не удалось обнаружить самыми точными способами, которыми располагала физика до открытия эффекта Мёссбауэра. В частности, не удавалось обнаружить зависимости от внешних условий постоянной радиоактивного распада λ. Исключением являлся только e-захват. Для него еще до использования мёссбауэровской спектроскопии была обнаружена очень слабая зависимость величины λ от внешних условий. Но в этом случае явление определяется не только тем, что происходит внутри ядра, но и в ближайших к нему участках электронной оболочки. Только методами мёссбауэровской спектроскопии (см. § 76) удалось отчетливо обнаружить влияние электронной оболочки атома на явления, происходящие внутри атомного ядра. Но в громадном большинстве

случаев это влияние не играет никакой роли. Постоянная λ не зависит и от времени. Образно говоря, радиоактивные ядра могут только умирать, но они никогда не стареют.

2. После этих замечаний сформулируем *основной закон радиоактивного распада*. Пусть N — число (очень большое) радиоактивных ядер в момент времени t, а $N+dN$ — в более поздний момент $t+dt$. Величина dN отрицательна, поскольку ядра могут только распадаться, т. е. число их убывает. На основании изложенного выше

$$dN = -\lambda N\,dt. \tag{72.1}$$

Поскольку λ не зависит от времени, после интегрирования получаем

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \tag{72.2}$$

т. е. число нераспавшихся ядер убывает во времени экспоненциально. Время t можно отсчитывать от любого момента, принимаемого за начальный. Постоянная N_0 означает число нераспавшихся ядер в начальный момент времени. Формула (72.2) и выражает основной закон радиоактивного распада. Разумеется, она относится к тем атомам радиоактивного вещества, которые могут только распадаться, но не могут появляться или исчезать в результате каких-либо других процессов.

Постоянную распада λ можно выразить через *среднее время жизни* радиоактивного ядра. Так как за промежуток времени между t и $t+dt$ распадается $-dN$ ядер, то можно сказать, что каждое из этих ядер «живет» время t, считая от начала отсчета времени. Суммарное время жизни этих $-dN$ ядер составляет $-t\,dN$, а суммарное время жизни всех N_0 ядер определяется интегралом

$$-\int_{N_0}^{0} t\,dN = \lambda\int_0^\infty tN\,dt = \lambda N_0\int_0^\infty te^{-\lambda t}dt = \frac{N_0}{\lambda}.$$

Таким образом, среднее время жизни одного радиоактивного ядра будет $\tau = (N_0/\lambda):N_0$, т. е.

$$\tau = 1/\lambda. \tag{72.3}$$

Оно не зависит от выбора начала отсчета времени. Это вполне естественно, поскольку все моменты времени в отношении радиоактивного распада полностью равноправны. Различные моменты характеризуются различными значениями полного числа радиоактивных ядер N, но относительное число ежесекундно распадающихся ядер $-\dot{N}/N$ одно и то же для всех моментов времени и равно постоянной распада λ. Заметим еще, что время τ для сокращения обычно называют просто *временем жизни* ядра, опуская прилагательное «среднее».

С введением времени жизни формула (72.1) представится в виде

$$N = N_0 e^{-t/\tau}. \tag{72.4}$$

Время $T_{1/2}$, по истечении которого число наличных радиоактивных атомов убывает в два раза, называется *периодом* или *временем полураспада*. Для его определения на основании (72.4) получим

$$N = N_0/2 = N_0 e^{-T_{1/2}/\tau},$$

откуда

$$T_{1/2} = \tau \ln 2 = 0{,}6931\tau. \tag{72.5}$$

Если одновременно происходят два конкурирующих процесса, так что ядра N могут одновременно испускать частицы одного сорта N_1, согласно уравнению $dN_1 = -\lambda_1 N\,dt$, и частицы другого сорта N_2, согласно уравнению $dN_2 = -\lambda_2 N_2\,dt$, то

$$dN = dN_1 + dN_2 = -(\lambda_1 + \lambda_2) N\,dt.$$

Отсюда следует, что обратная величина «результирующего» времени жизни τ равна сумме обратных величин времен жизни τ_1 и τ_2 обоих конкурирующих процессов:

$$1/\tau = 1/\tau_1 + 1/\tau_2.$$

3. При радиоактивном распаде ядер исходного вещества могут возникать новые радиоактивные ядра. В таком случае первые ядра называются *материнскими*, а вторые — *дочерними*. Обозначим числа этих ядер соответственно через N_1 и N_2, а их постоянные распада — через λ_1 и λ_2. Тогда изменения N_1 и N_2 будут описываться уравнениями

$$dN_1/dt = -\lambda_1 N_1, \qquad dN_2/dt = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2. \tag{72.6}$$

Первое из этих уравнений с точностью до обозначений полностью совпадает с (72.1), поскольку число N_1 может только убывать за счет радиоактивного распада материнских ядер. При этом из каждого материнского ядра возникает дочернее ядро. Это обстоятельство учитывается первым слагаемым в правой части второго уравнения системы (72.6). Другое же слагаемое $(-\lambda_2 N_2)$ учитывает убыль дочерних ядер из-за их радиоактивного распада.

Если дочерние ядра также радиоактивны, то при их распаде возникают новые ядра, число которых обозначим через N_3, а постоянную распада — через λ_3. В этом случае к системе уравнений (72.6) добавляется третье уравнение

$$dN_3/dt = \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3 \tag{72.7}$$

и т. д.

Важнейшим является случай системы уравнений (72.6), когда рассматриваются только материнские и соответствующие им

дочерние также радиоактивные ядра. Этим случаем мы и ограничимся. Решение системы уравнений (72.6) имеет вид

$$N_1 = N_{10}e^{-\lambda_1 t}, \tag{72.8}$$

$$N_2 = N_{10}\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}e^{-\lambda_1 t} + \left(N_{20} - N_{10}\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}\right)e^{-\lambda_2 t}, \tag{72.9}$$

где N_{10} и N_{20} — начальные значения чисел атомов N_1 и N_2 материнского и дочернего вещества. В частном случае, когда в начальный момент дочернее вещество еще не образовалось ($N_{20} = 0$), формула (72.9) упрощается и переходит в

$$N_2 = N_{10}\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right). \tag{72.10}$$

Полное число атомов $N_1 + N_2$, как видно из формул (72.8) и (72.10), не сохраняется, если только дочерние ядра испытывают распад ($\lambda_2 \neq 0$). Но если дочерние ядра не распадаются ($\lambda_2 = 0$), то из тех же формул получается $N_1 + N_2 = N_{10} = \text{const}$, т. е. полное число атомов $N_1 + N_2$ сохраняется. Тот же результат немедленно получается, если почленно сложить уравнения (72.6) и учесть, что $\lambda_2 = 0$. Аналогично, если не распадаются ядра, возникающие из дочерних ($\lambda_3 = 0$), то сложением уравнений (72.6) и (72.7) получим $N_1 + N_2 + N_3 = \text{const}$, и т. д.

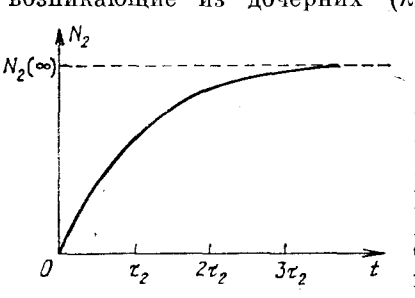

Рис. 126

Особенно важным является случай, когда материнское вещество — долгоживущее, а дочернее вещество по сравнению с ним распадается быстро ($\lambda_1 \ll \lambda_2$), причем время наблюдения t пренебрежимо мало по сравнению с временем жизни τ_1 материнского вещества ($\lambda_1 t \ll 1$). За это время изменением N_1 можно пренебречь, т. е. N_1 считать величиной постоянной. В таком случае из (72.8) и (72.10) получается

$$N_1 = \text{const}, \qquad N_2 = \frac{\lambda_1 N_1}{\lambda_2}\left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right), \tag{72.11}$$

так как величиной λ_1 в знаменателе формулы (70.10) можно пренебречь. Число атомов N_2 при $t \to \infty$ асимптотически стремится к насыщению $N_2(\infty) = \lambda_1 N_1/\lambda_2$. Насыщение наступает практически через промежуток времени $t \approx 3\tau_2$ (рис. 126). Таким образом, в состоянии насыщения выполняется условие

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2. \tag{72.12}$$

Это равенство называют также *условием радиоактивного равновесия*. Как видно из (72.6), физический смысл его состоит в том, что распад атомов дочернего вещества в любой момент времени компенсируется увеличением их числа за счет распада атомов материнского вещества.

4. Статистический закон радиоактивного распада при наличии очень большого количества радиоактивных атомов — практически абсолютно точный закон. На его принципе работают «атомные часы», служащие в некоторых случаях, например в геологии или археологии, для измерения промежутков времени. Опишем два применения радиоактивности с этой целью.

Для оценки возраста мертвых организмов (древесины, костей животных и пр.), не превышающего примерно 50 000 лет, используется радоактивный изотоп углерода $^{14}_{6}C$. Испытывая β-распад, он превращается в азот $^{14}_{7}N$. Период полураспада для $^{14}_{6}C$ составляет 5800 лет. Зная первоначальное количество атомов $^{14}_{6}C$ в образце и измерив оставшееся количество их, можно вычислить время, прошедшее с момента появления образца. Радиоактивный изотоп $^{14}_{6}C$ образуется в верхних слоях атмосферы при столкновениях нейтронов, образовавшихся под действием космических лучей, с ядрами атомов азота $^{14}_{7}N$, составляющими основную часть атомов воздуха (см. § 103, пункт 12). Образовавшийся углерод $^{14}_{6}C$ быстро попадает в нижние слои атмосферы, где перемешивается с обычным углеродом $^{12}_{6}C$. Обычный нерадиоактивный углерод $^{12}_{6}C$ поглощается животными и растениями, а вместе с ним поглощается и небольшое количество радиоактивного изотопа $^{14}_{6}C$. Можно считать, что за времена геологического порядка интенсивность космических лучей в земной атмосфере не изменилась. А так как по сравнению с этими временами период полураспада $^{14}_{6}C$ (5800 лет) относительно мал, то в земной атмосфере установилось равновесное соотношение между радиоактивным $^{14}_{6}C$ и нерадиоактивным $^{12}_{6}C$ изотопами углерода, когда вместо каждого распадающегося радиоактивного атома $^{14}_{6}C$ космические лучи в среднем порождают такой же новый атом. Это соотношение примерно одинаково и в живом организме, поскольку последний частично состоит из атмосферного углерода. После гибели организма он, естественно, не в состоянии больше поглощать ни углерод ^{12}C, ни углерод ^{14}C. При этом количество углерода ^{12}C, накопленного организмом в течение времени жизни, остается неизменным, тогда как половина атомов ^{14}C убывает за каждые 5800 лет. По меняющемуся соотношению между количествами углерода ^{12}C и ^{14}C и можно относительно точно определить возраст мертвого организма.

Второй пример касается определения возраста Земли. Принципиальное (но численно грубое) решение его было дано еще

на заре исследований явления радиоактивности. «Атомными часами», пригодными для решения подобных вопросов, могут служить долгоживущие ядра ^{238}U (период полураспада 4,56 млрд лет) и ^{232}Th (период полураспада 14 млрд лет). Конечными продуктами их радиоактивного распада являются соответственно стабильные изотопы свинца ^{206}Pb и ^{208}Pb. Они называются *радиогенными* в отличие от так называемого изначального свинца ^{204}Pb, не являющегося конечным продуктом радиоактивных превращений. Если ввести предположение, что весь радиогенный свинец получился в результате радиоактивного распада урана и тория, то можно вычислить возраст Земли. Для надежного вычисления надо точно измерить количество различных изотопов радиогенного свинца, содержащихся, например, в радий-урановых рудах. В настоящее время такой метод дает для возраста Земли приблизительно 4,5 млрд лет. Конечно, в основе этого метода лежит *предположение*, что в момент возникновения Земли на ней не существовало радиогенного свинца. Однако определение возраста Земли, основанное на этом предположении, хорошо согласуется с другими методами.

ЗАДАЧИ

1. Через равные малые промежутки времени производится счет α-частиц долгоживущего радиоактивного препарата. Найти вероятность P_n того, что в одном из этих промежутков времени будет зарегистрировано n α-частиц, если среднее число зарегистрированных в одном промежутке времени α-частиц равно $\bar{n}$.

Решение. Пусть за длительный промежуток времени радиоактивный препарат испустил всего N α-частиц, причем за это время его количество практически не изменилось. Обозначим через p вероятность того, что атом радиоактивного вещества испустил α-частицу в рассматриваемый промежуток времени. Тогда вероятность испускания во все остальные промежутки времени будет $1-p$. Искомая вероятность определится соотношением

$$P_n = \frac{N!}{n!\,(N-n)!}\,p^n\,(1-p)^{N-n} = \frac{N!}{n!\,(N-n)!}\left(\frac{\bar{n}}{N}\right)^n\left(1-\frac{\bar{n}}{N}\right)^{N-n}.$$

При $N\to\infty$ это выражение асимптотически переходит в формулу Пуассона

$$P_n = \frac{(\bar{n})^n}{n!}\,e^{-\bar{n}}. \tag{72.13}$$

В самом деле,

$$P_n = \left[\frac{N\,(N-1)\ldots(N-n+1)}{N^n}\right]\frac{\bar{n}^n}{n!}\left(1-\frac{\bar{n}}{N}\right)^{-(N/\bar{n})\bar{n}(n-N)/N}.$$

Асимптотически при $N\to\infty$

$$\left(1-\frac{\bar{n}}{N}\right)^{-N/\bar{n}} = e,$$

выражение в квадратных скобках стремится к 1, а дробь $(n-N)/N$ — к -1. В результате получается формула (72.13).

2. В настоящее время в природном уране содержится 99,28 % ^{238}U и 0,72 % ^{235}U. Вычислить возраст Земли t в предположении, что в момент образования Земли количества ^{238}U и ^{235}U были одинаковыми.

Ответ. $t=\dfrac{\ln(N^{238}/N^{235})}{\lambda^{235}-\lambda^{238}}\approx\dfrac{1}{\lambda^{235}}\ln(N^{238}/N^{235})\approx\tau^{235}\ \ln(N^{238}/N^{235})=$ $=T_{1/2}^{235}\dfrac{\ln(N^{238}/N^{235})}{\ln 2}\approx 5{,}5\cdot 10^{9}$ лет.

3. Период полураспада ^{234}U равен $T_{1/2}^{234}=2{,}48\cdot 10^{5}$ лет. Какое количество атомов ^{234}U осталось бы на Земле в настоящее время, если бы происходил только процесс радиоактивного распада этого элемента? Как объяснить, что в природном уране содержится примесь ^{234}U в количестве 0,055 %? Возраст Земли $t=4{,}5\cdot 10^{9}$ лет.

Ответ. $N=N_0e^{-t/\tau}=N_0e^{-t\ln 2/T_{1/2}}=N_0\cdot 10^{-5400}$, где N_0 — количество атомов ^{234}U в момент образования Земли. Если даже предположить, что в этот момент Земля состояла только из ^{234}U, то и тогда на Земле уже давно не осталось бы ни одного атома ^{234}U. Изотоп ^{234}U существует на Земле благодаря α-распаду ^{238}U и β^--распаду ^{234}Th и ^{234}Pa.

§ 73. Альфа-распад

1. Альфа-распад есть *самопроизвольный процесс* испускания ядрами α-частиц, в результате которого массовое число ядра A уменьшается на четыре, а зарядовое число Z уменьшается на два:

$$^{A}_{Z}\mathrm{X}\rightarrow{}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{X}+{}^{4}_{2}\mathrm{He}. \qquad (73.1)$$

В настоящее время известно более двухсот α-активных ядер, из которых большинство получается искусственно.

Чтобы α-распад происходил, необходимо (но недостаточно), чтобы энергия связи исходного материнского ядра была меньше суммы энергий связи дочернего ядра и испускаемой α-частицы. При выполнении этого условия кинетическая энергия Q, выделяющаяся при α-распаде, определяется соотношением

$$Q=\mathscr{E}_{\text{св}}(A-4,\ Z-2)+\mathscr{E}_{\text{св}}(\alpha)-\mathscr{E}_{\text{св}}(Z,\ A). \qquad (73.2)$$

В основном Q есть кинетическая энергия α-частицы, поскольку масса дочернего ядра всегда много больше массы α-частицы. Предполагается, конечно, что материнское ядро неподвижно.

Альфа-распад возможен только при $Q>0$ и невозможен в противоположном случае. Возьмем в качестве примера изотопы урана $^{234}_{92}$U и тория $^{230}_{90}$Th. Табличные значения энергий связи этих ядер равны соответственно $\mathscr{E}_{\text{св}}(92{,}234)=1\,778\,630$ кэВ, $\mathscr{E}_{\text{св}}(90{,}230)=1\,755\,190$ кэВ. Энергия связи α-частицы $U_{\text{св}}(\alpha)=$ $=28\,296{,}10$ кэВ. По формуле (73.2) находим, что в процессе распада ядра ^{234}U на ядро ^{230}Th и α-частицу выделяется энергия $Q=4856$ кэВ. Она положительна, а потому указанный процесс энергетически возможен. И действительно он идет: уран ^{234}U превращается в ^{230}Th с испусканием α-частицы. Кинетическая