

формулу для  $R$  можно получить из следующих простых соображений. Разделим весь путь движения частицы на две части: на часть, где захвата электронов практически не происходит и применима формула (80.10), и на оставшуюся часть, где существенную роль играют захваты. К первой части применимо выражение (80.14). Длина второй части пути от начальной скорости  $v_0$  не зависит, т. е. является некоторой постоянной  $C$ . Значение этой постоянной различно для разных частиц и сред, в которых они движутся. Таким путем для полного пробега получается приближенная формула

$$R = (M/z^2)f(v_0) + C. \quad (80.17)$$

Для  $\alpha$ -частицы в воздухе при комнатной температуре и нормальном давлении опыт дает  $C = 0,2$  см. В алюминии пробег протона с энергией 5 МэВ равен 0,06 мм, а с энергией 10 МэВ — 0,17 мм.

Формула (80.17) справедлива при условии  $R \ll \lambda_{\text{яд}}$ , где  $\lambda_{\text{яд}}$  — длина пробега относительного ядерного столкновения. Это условие не выполняется для адронов высоких энергий.

### § 81. Прохождение легких заряженных частиц через вещество

1. Благодаря малой массе при каждом столкновении движущейся легкой частицы (электрона или позитрона) изменение ее импульса относительно велико. Поэтому путь легкой частицы в среде не прямолинейный, а извилистый. Если пучок частиц направить на однородную среду, то он ведет себя по-разному в зависимости от того, состоит ли он из тяжелых частиц или из легких. В случае тяжелых частиц интенсивность пучка остается постоянной, если пройденный им путь  $x$  меньше длины пробега  $R$ . В очень же тонком слое вблизи границы  $x=R$  частицы выбывают из пучка, и он резко обрывается. В случае же пучка из легких частиц интенсивность пучка убывает плавно и непрерывно на всем его протяжении. Поэтому об определенном пробеге  $R$  легкой частицы говорить не приходится. Можно ввести понятие *максимального (или экстраполированного) пробега и среднего пробега*. Максимальным пробегом называется минимальная толщина слоя вещества, в котором задерживаются все частицы. Он, очевидно, совпадает с полной длиной прямолинейного пути, проходимого в веществе отдельной частицей. Чтобы получить средний пробег, надо взять длину прямолинейного пути, проходимого частицей в веществе до того, как она выбывает из пучка, и этот путь усреднить по всем частицам пучка.

Вторая особенность в поведении легких частиц состоит в том, что при изменении импульса в результате столкновения электрон (или позитрон) излучает. Поэтому, помимо ионизаци-

онных, появляются *радиационные потери*, т. е. потери энергии на излучение фотонов.

Наконец, в-третьих, при движении электрона в среде проявляются *квантовые обменные эффекты*, наблюдающиеся во всякой системе тождественных частиц. Такие эффекты, разумеется, не возникают при движении позитрона в среде, поскольку электрон и позитрон — не тождественные частицы. Зато в этом случае возможен *процесс аннигиляции* позитрона с электроном. Впрочем, роль процессов апнигиляции, а также эффектов обмена относительно невелика. Поэтому торможение электрона и позитрона в среде происходит практически одинаково. Ниже для конкретности имеется в виду торможение электронов, так как позитронные пучки применяются в эксперименте значительно реже.

2. Качественно механизм ионизационных потерь в случае легких частиц такой же, что и в случае других заряженных частиц. Поэтому для электронов применима прежняя формула (80.2) с той только разницей, что из-за малости массы электрона и квантовомеханических эффектов обмена пределы интеграла  $b_{\min}$  и  $b_{\max}$  должны определяться иначе. С учетом этих и некоторых других факторов Бете (р. 1906) получил следующую формулу для ионизационных потерь электронов:

$$-\frac{d\mathcal{E}}{dx} = \frac{2\pi ne^4}{mv^2} \left[ \ln \frac{mv^2 \mathcal{E}}{2I(1-\beta^2)} - \ln 2(2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2) + \right. \\ \left. + 1 - \beta^2 + \frac{1}{8}(1 - \sqrt{1-\beta^2}) \right], \quad (81.1)$$

где  $\bar{I}$  — средний ионизационный потенциал атомов поглотителя, даваемый прежней приближенной формулой (80.5), а  $\mathcal{E}$  — релятивистская кинетическая энергия электрона:

$$\mathcal{E} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - mc^2. \quad (81.2)$$

В перелятивистском пределе  $\beta \rightarrow 0$ :

$$-\frac{d\mathcal{E}}{dx} = \frac{4\pi ne^4}{mv^2} \ln \frac{mv^2}{2\bar{I}} \quad (\text{нерелятив.}). \quad (81.3)$$

В ультрарелятивистском случае

$$-\frac{d\mathcal{E}}{dx} = \frac{2\pi ne^4}{mc^2} \left[ \ln \frac{\mathcal{E}^2}{2\bar{I}^2 \sqrt{1-\beta^2}} + \frac{1}{8} \right] \quad (\text{ультрарелятив.}). \quad (81.4)$$

Ввиду малости массы электрона все три формулы (81.1), (81.3) и (81.4) находят практическое применение. Например, для электрона  $mc^2 = 0,511$  МэВ, а потому электроны с энергией в несколько мегаэлектронвольт уже являются ультрарелятивистскими.

**3.** При сравнении ионизационных потерь тяжелой и легкой частиц главное внимание следует обратить на то, что в формулах (80.10) и (80.11), с одной стороны, и (81.1), (81.3), (81.4) — с другой, определяющим является множитель перед логарифмом, так как логарифм медленно меняется с изменением параметров, характеризующих движение частиц. А этот множитель в случае движения однократно заряженных частиц фактически одинаков во всех формулах. Поэтому при одинаковых скоростях движения ионизационные потери тяжелой и легкой частиц примерно одинаковы. Это и понятно. Ионизационные потери возникают из-за воздействия электрического поля движущейся частицы на электроны среды. А эти поля совершенно одинаковы в случае тяжелой и легкой частиц, если только одинаковы их заряды и скорости движения.

Не так обстоит дело, когда сравниваются ионизационные потери легкой и тяжелой однозарядных частиц одинаковой энергии. В том случае, когда движение обеих частиц нерелятивистское, скорости частиц находятся в обратном отношении квадратных корней из их масс. Благодаря этому тяжелая частица более длительно эффективно воздействует на каждый электрон среды и поэтому быстрее теряет энергию. В этом случае, как мы видели в предыдущем параграфе, ионизационные потери энергии пропорциональны массе частицы. Например, ионизационные потери протона примерно в 2000 раз превосходят ионизационные потери электрона той же энергии.

Более интересен случай, когда электрон ультрарелятивистский, но протон той же энергии еще может считаться нерелятивистским. В этом случае электрическое поле движущегося протона сферически-симметрично, тогда как у электрона оно сильно сплющено в направлении движения и растянуто в поперечном направлении. За счет этого ионизационные потери энергии электрона сильно возрастают. Сравним, например, электрон и протон с кинетической энергией  $\mathcal{E} = 5 \text{ МэВ}$ . При такой энергии электрон уже может считаться ультрарелятивистским, тогда как протон остается нерелятивистским. Так как энергия покоя электрона  $\mathcal{E}_0 = 0,5 \text{ МэВ}$ , а кинетическая энергия практически совпадает с полной, то  $\mathcal{E} \approx \mathcal{E}_0 / \sqrt{1 - \beta^2}$ , так что  $1/\sqrt{1 - \beta^2} \approx 10$ . Сравнивая формулы (80.13) и (81.4), получаем

$$\frac{(d\mathcal{E}/dx)_p}{(d\mathcal{E}/dx)_e} = \frac{Mc^2 \ln A}{\mathcal{E} \ln B},$$

где

$$A = \frac{2\mathcal{E}m}{M\bar{I}} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^6}{2000 \cdot 10} \approx 5 \cdot 10^2$$

(мы положили  $\bar{I} = 10 \text{ эВ}$ ),

$$B = \frac{\mathcal{E}^2}{2\bar{I}^2 \sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{5^2 \cdot 10^{12} \cdot 10}{2 \cdot 10^2} \approx 2,5 \cdot 10^{12},$$

т. е.

$$\ln A = 2 \ln 10 + \ln 5 = 2 \cdot 2,3 + 1,6 = 6,2,$$

$$\ln B = 12 \ln 10 + \ln 2,5 = 12 \cdot 2,3 + 0,9 = 28,5.$$

Таким образом, отношение логарифмов равно всего около 1/5, а множитель при логарифмах  $Mc^2/\mathcal{E} = 938/5 \approx 200$ . Ионизационные потери протона превышают ионизационные потери электрона приблизительно в 40 раз.

Наконец, рассмотрим случай, когда обе частицы, тяжелая и легкая, — ультраквантитативистские и обладают одной и той же кинетической энергией, которую в рассматриваемом случае можно считать равной полной энергии:  $\mathcal{E} = mc^2 / \sqrt{1 - \beta_e^2} = Mc^2 / \sqrt{1 - \beta_p^2}$ , где  $\beta_e$  — отношение  $v/c$  для легкой частицы, а  $\beta_p$  — для тяжелой. Таким образом,

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \beta_e^2}} = \frac{\mathcal{E}}{mc^2}, \quad \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_p^2}} = \frac{\mathcal{E}}{Mc^2}.$$

Для тяжелой частицы (протона) пользуемся формулой (80.10), полагая в ней  $v = c$ , для легкой — формулой (81.4) и получаем

$$\frac{(d\mathcal{E}/dx)_p}{(d\mathcal{E}/dx)_e} = 2 \frac{\ln A}{\ln B},$$

где

$$A = \frac{mc^2}{I(1 - \beta_p^2)} = \frac{m}{M} \frac{\mathcal{E}^2}{IMc^2},$$

$$B = \frac{\mathcal{E}^2}{2I^2 \sqrt{1 - \beta_e^2}} = \frac{\mathcal{E}^3}{2I^2 mc^2}.$$

Возьмем числовый пример:  $\mathcal{E} = 10 \text{ ГэВ} = 10^{10} \text{ эВ}$ ,  $I = 10 \text{ эВ}$ ,  $m/M = 1/2000$ ,  $Mc^2 = 1 \text{ ГэВ} = 10^9 \text{ эВ}$ ,  $mc^2 = 0,5 \text{ МэВ} = 0,5 \cdot 10^6 \text{ эВ}$ . Тогда  $\ln A = 15,4$ ,  $\ln B = 50,6$  и

$$\frac{(d\mathcal{E}/dx)_p}{(d\mathcal{E}/dx)_e} \approx 0,6.$$

Ионизационные потери ультраквантитативистского электрона в этом случае даже больше (примерно в два раза), чем ультраквантитативистского протона той же энергии. Причина этого в том, что по сравнению с электрическим полем неподвижной частицы электрическое поле ультраквантитативистского электрона изменяется более значительно (сплющивается сильнее в направлении движения и расширяется в поперечном направлении), чем электрическое поле ультраквантитативистского протона той же энергии ( $\beta_e > \beta_p$ ).

Отличие в поведении заряженных частиц различных энергий проявляется, например, при их регистрации. Так, протон с энергией 5 МэВ оставляет в ядерной фотоэмulsionии отчетливый след,

а электрон с той же энергией практически незаметен. Ультрарелятивистские же частицы (например, в пузырьковой камере) трудно отличить друг от друга по оставляемым ими трекам, так как треки всех заряженных ультрарелятивистских частиц имеют практически одинаковую толщину.

4. Ускоренно движущаяся заряженная частица, как известно, испускает электромагнитные волны. В частности, это происходит при ее столкновениях с частицами вещества, через которые она проходит. Возникающее электромагнитное излучение называется *тормозным*, а потери энергии частицы на тормозное излучение — *радиационными*. Примером тормозного излучения может служить непрерывный рентгеновский спектр, возникающий при торможении электронов на аноде рентгеновской трубы. Торможение электронов высоких энергий используется в электронных ускорителях для получения пучков  $\gamma$ -лучей. В т. III, § 141 показано, что интенсивность тормозного излучения (т. е. электромагнитная энергия, испускаемая частицей в единицу времени) в нерелятивистском неквантовом приближении определяется выражением

$$w = \frac{2}{3} \frac{z^2 e^2}{c^3} \dot{v}^2, \quad (81.5)$$

где  $ze$  — заряд частицы, а  $\dot{v}$  — ее ускорение. Ускорение равно  $\dot{v} = F/m$ , где  $F$  — сила, действующая на частицу, а  $m$  — ее масса. Отсюда следует, что практически все радиационное торможение приходится на излучение электропроводов, так как излучение протона при равных действующих силах в  $(m_p/m_e)^2 = 1836^2 \approx \approx 3,4 \cdot 10^6$  раз слабее, чем у электрона. Ионизационные потери энергии движущегося электрона обусловлены столкновениями его с электронами атомных оболочек. Они в основном пропорциональны числу электронов  $Z$  в атоме среды. Радиационные потери, напротив, в основном обусловлены столкновениями движущегося электрона с атомными ядрами среды. Они пропорциональны квадрату кулоновской силы притяжения между движущимся электроном и ядром. Эта сила в свою очередь пропорциональна  $Ze$ , а потому радиационные потери должны возрастать пропорционально второй, а не первой степени  $Z$ . Этот вывод остается справедливым и в последовательной релятивистской квантовой теории радиационного торможения, развитой Бете и Гайтлером (1904—1981).

5. Тормозное излучение, возникающее в каждом индивидуальном акте столкновения электрона с атомом, существенно зависит от степени экранирования электрического поля ядра атомными электронами. С классической точки зрения эта зависимость определяется соотношением между прицельным расстоянием налетающего электрона  $b$  и «радиусом ядра»  $a$ . Если

$b/a \ll 1$ , то экранирование несущественно, а при  $b/a \gg 1$  экранирование полное. Все же основное значение имеет торможение электрона электрическим полем ядра. В пренебрежении экранированием энергия, теряемая электроном на радиационное торможение при прохождении одного и того же пути  $b$  в веществе, пропорциональна числу ядер, мимо которых пролетает электрон. Иными словами, эта энергия пропорциональна плотности вещества  $\rho$  и проходимому электроном пути  $dx$ . Поэтому радиационные потери энергии электрона определяются выражением

$$-(d\mathcal{E}/dx)_{\text{рад}} = \mathcal{E}/l_r, \quad (81.6)$$

где постоянная  $l_r$  называется *радиационной длиной*. Как ужо говорилось в предыдущем параграфе (пункт 6), при рассмотрении процессов поглощения вместо истинной толщины  $x$  вводят ее произведение на плотность вещества  $\rho x$  (называя эту величину также толщиной). Во избежание недоразумений радиационную длину, понимаемую в таком смысле, мы будем обозначать большой буквой  $L_r$ . В таблицах обычно дают значения  $L_r$  в граммах на квадратный сантиметр. Не приводя теоретических выражений для  $L_r$ , к которым приводит теория Бете и Гайтлера

Таблица 13

## Радиационные длины и критические энергии для различных веществ

Вещество	$\mathcal{E}_{\text{кр}}, \text{МэВ}$	$L_r, \text{г/см}^2$	Вещество	$\mathcal{E}_{\text{кр}}, \text{МэВ}$	$L_r, \text{г/см}^2$
H	340	58	Al	47	23,9
He	220	83	Fe	24	13,8
C	103	42,5	Cu	21,5	12,8
Воздух	83	36,5	Pb	6,9	5,8

ограничившимся приведением числовых значений  $L_r$  для некоторых веществ (см. табл. 13). Из этой таблицы находим, например, что для сухого воздуха при температуре 18 °C и нормальном давлении ( $\rho = 0,001213 \text{ г/см}^3$ )

$$l_r = \frac{36,5}{0,001213} = 30200 \text{ см} = 302 \text{ м.}$$

Согласно формуле (81.6) радиационные потери линейно растут с энергией, тогда как ионизационные потери при высоких энергиях меняются с энергией логарифмически, т. е. от энергии практически не зависят. Для сравнения можно пользоваться приближенным соотношением

$$\frac{(d\mathcal{E}/dx)_{\text{рад}}}{(d\mathcal{E}/dx)_{\text{иониз}}} \approx \frac{Z\mathcal{E}}{800}, \quad (81.7)$$

где энергия  $\mathcal{E}$  измеряется в мегаэлектронвольтах. Из формулы видно, что при  $\mathcal{E} > 800/Z$  радиационные потери превышают ионизационные. Энергия  $\mathcal{E}_{\text{кр}}$ , при которой радиационные потери становятся равными ионизационным, называется *критической*. Для этой энергии приближенная формула (81.7) в мегаэлектронвольтах дает  $\mathcal{E}_{\text{кр}} \approx 800/Z$ . При очень высоких энергиях ионизационными потерями можно пренебречь и уравнение (81.6) проинтегрировать. Тогда получится

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 e^{-x/l_r}. \quad (81.8)$$

## § 82. Прохождение гамма-квантов через вещество \*)

1. Ориентировочно к  $\gamma$ -излучению относят электромагнитные волны, длина которых значительно меньше межатомных расстояний, т. е.  $\lambda \ll 10^{-8}$  см. В современных ускорителях получаются  $\gamma$ -кванты с энергией  $\mathcal{E} \sim 20$  ГэВ, т. е. с длиной волны  $\lambda = 2\pi\hbar c/\mathcal{E} \approx 6 \cdot 10^{-15}$  см = 0,06 Фм. Для практических приложений наибольший интерес представляет область от десятков килоэлектропольт до 200—300 МэВ.

Теория прохождения  $\gamma$ -квантов в веществе есть проблема квантовой электродинамики, а потому здесь мы не можем ее касаться. Отметим только, что пучок  $\gamma$ -квантов поглощается веществом за счет электромагнитных взаимодействий. Однако по сравнению с заряженными частицами  $\gamma$ -кванты не имеют электрического заряда. По этой причине они не подвержены влиянию дальнодействующих кулоновских сил. Взаимодействие  $\gamma$ -кванта с электроном ограничено областью, линейные размеры которой порядка комптоновской длины волны электрона, т. е. порядка  $10^{-11}$  см. Поэтому, проходя через вещество,  $\gamma$ -кванты сравнительно редко сталкиваются с электронами и атомными ядрами. Зато эти столкновения, как правило, сопровождаются резкими изменениями направления движения  $\gamma$ -квантов, что выводит их из пучка. Вторая особенность  $\gamma$ -квантов состоит в том, что они, как безмассовые частицы, могут двигаться только со скоростью  $c$ . Они не могут замедляться, а могут только либо поглощаться, либо отклоняться в сторону, либо порождать пары частица — античастица.

Таким образом,  $\gamma$ -кванты выбывают из пучка, как правило, в результате единичных актов столкновения с электронами или атомными ядрами вещества, через которое они проходят. Для  $\gamma$ -квантов нельзя ввести понятие пробега аналогично тому, как это делается для тяжелых заряженных частиц, испытывающих ионизационное торможение в веществе. Число  $\gamma$ -квантов, выбывающих из моноэнергетического пучка при прохождении слоя

\*) Изложенное в этом параграфе в равной мере относится к рентгеновскому излучению эквивалентной энергии.