ГЛАВА XV

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ АСТРОФИЗИКИ

* *

§ 100. Источники энергии звезд

1. Звезды излучают энергию за счет происходящих внутри них *термоядерных реакций*. Хотя эта мысль в общей форме давно высказывалась некоторыми учеными, но основанная на ней подробная количественная теория источников звездной энергии была развита Бете (р. 1906) только в 1939 г.

По современным представлениям звезды рождаются из протяженных газово-пылевых комплексов, состоящих преимущественно из водорода. Из-за гравитационной неустойчивости газово-пылевой комплекс распадается на множество более мелких частей — облаков. Каждое из этих облаков еще не является звездой. Но облако может превратиться в звезду, если масса его достаточно велика. Поэтому его называют *протозвездой*. В результате гравитационного сжатия протозвезда разогревается. Когда внутри протозвезды начинают происходить протон-протонные термоядерные реакции и дальнейшее гравитационное сжатие ее останавливается силами возросшего газово-кинетического давления, протозвезда и становится *звездой*.

2. Оценим среднюю температуру звезды к моменту ее образования из газово-пылевого облака. Очевидно, для этого достаточно знать среднюю кинетическую энергию теплового движения частиц звезды. Для простоты будем предполагать, что звезда состоит из водорода, который при высоких температурах в недрах звезды *полностью ионизован*, т. е. состоит из «голых» атомных ядер (протонов) и электронов. Энергию теплового движения эти частицы получают за счет гравитационной энергии, освобождающейся при сжатии звезды. Однако не вся освобождающаяся гравитационная энергия идет на нагревание звезды. Значительная часть ее тратится на излучение. Поэтому мы воспользуемся не законом сохранения энергии, а классической *теоремой вириала*.

Теорема вириала относится к поведению механической системы частиц, совершающей финитное движение. Если $\boldsymbol{r}_i$ — радиус-вектор i-й частицы, m_i — ее масса, а $\boldsymbol{F}_i$ — действующая на нее сила, то

$$\frac{d}{dt}(m_i\boldsymbol{r}_i\dot{\boldsymbol{r}}_i) = m_i\dot{\boldsymbol{r}}_i^2 + \boldsymbol{r}_i m_i\ddot{\boldsymbol{r}}_i = 2K_i + \boldsymbol{r}_i\boldsymbol{F}_i.$$

Просуммируем это соотношение по всем частицам системы и обозначим через K ее кинетическую энергию. Тогда

$$\frac{d}{dt}\sum_i m_i \boldsymbol{r}_i \dot{\boldsymbol{r}}_i = 2K + \sum_i \boldsymbol{r}_i \boldsymbol{F}_i.$$

Усреднив это равенство по физически бесконечно большому промежутку времени T, получим

$$\frac{1}{T}\left[\sum (m_i \boldsymbol{r}_i \dot{\boldsymbol{r}}_i)_{t=T} - \sum (m_i \boldsymbol{r}_i \dot{\boldsymbol{r}}_i)_{t=0}\right] = 2\overline{K} + \overline{\sum \boldsymbol{r}_i \boldsymbol{F}_i},$$

где черта означает усреднение по времени. При $T \to \infty$ ввиду ограниченности пространства, в котором движется система, левая часть обращается в нуль и в результате получится

$$2\overline{K} + \overline{\sum \boldsymbol{r}_i \boldsymbol{F}_i} = 0. \qquad (100.1)$$

Это равенство и выражает теорему вириала (вириалом называется выражение $(1/2)\overline{\sum \boldsymbol{r}_i \boldsymbol{F}_i}$). Теорема вириала есть точное следствие ньютоновской классической механики, если только под $\boldsymbol{F}_i$ понимать полную силу, действующую на i-ю частицу. Усреднение в теореме вириала понимается в смысле *усреднения по времени*, а в нашей задаче требуется *усреднение по совокупности частиц*. Однако если внешние условия в течение времени T не меняются, то средние значения в указанных двух смыслах совпадают между собой.

В нашей задаче теорему вириала следует, конечно, применять не к протозвезде, а к образовавшейся из нее *звезде*. Протозвезда подвергается гравитационному сжатию и, следовательно, находится в нестационарном состоянии. Для нее не имеет смысла говорить о средних величинах, о которых идет речь в теореме вириала. Только тогда, когда гравитационное сжатие будет остановлено возросшими силами газово-кинетического давления, т. е. когда протозвезда станет звездой, наступает стационарное состояние, в котором средние значения кинетической (тепловой) энергии беспорядочного движения частиц, потенциальной энергии их гравитационного притяжения и другие величины принимают определенные значения.

3. Вычислим теперь вириал для звезды, состоящей из равного числа протонов и электронов. Между этими частицами действуют кулоновские электрические силы. Однако при вычислении вириала эти силы учитывать не надо, так как звезда в целом *электрически нейтральна*. Действительно, рассмотрим какую-либо пару частиц i и j. В сумму $\sum_i \boldsymbol{r}_i \boldsymbol{F}_i$ эта пара вносит сла-

гаемое

$$\boldsymbol{r}_i\boldsymbol{F}_i + \boldsymbol{r}_j\boldsymbol{F}_j = (\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j)\,\boldsymbol{F}_{ij} = \boldsymbol{r}_{ij}\boldsymbol{F}_{ij},$$

где $\boldsymbol{F}_{ij}$ — сила, с которой частица j действует на частицу i, а $\boldsymbol{r}_{ij}$ — радиус-вектор, проведенный от частицы j к частице i. Если частицы одноименно заряжены, то $\boldsymbol{F}_{ij}$ будет силой отталкивания, а произведение $\boldsymbol{r}_{ij}\boldsymbol{F}_{ij}$ — величиной положительной. Напротив, для разноименно заряженных частиц произведение $\boldsymbol{r}_{ij}\boldsymbol{F}_{ij}$ отрицательно. Пусть теперь звезда содержит n протонов и n электронов. Число пар протонов и пар электронов, очевидно, равно $n(n-1)/2 \approx n^2/2$ — всего n^2 пар одноименно заряженных частиц. Но таково же будет и число пар разноименно заряженных частиц. Поэтому полная сумма $\sum \boldsymbol{r}_i\boldsymbol{F}_i$, относящаяся к силам кулоновского взаимодействия, в среднем обратится в нуль.

Не надо учитывать и магнитные силы, если таковые имеются. Сила $\boldsymbol{F}$, действующая на частицу в магнитном поле $\boldsymbol{H}$, пропорциональна $[\boldsymbol{v}\boldsymbol{H}]$, где $\boldsymbol{v}$ — скорость частицы. Для одной и той же частицы она с одинаковой вероятностью может быть направлена как в одну, так и в прямо противоположную сторону. Поэтому среднее значение скалярного произведения $(\boldsymbol{r}\,[\boldsymbol{v}\boldsymbol{H}])$ равно нулю.

Единственными существенными силами, определяющими значение вириала звезды, являются *силы тяготения*. Это силы притяжения, а потому для них сумма $\sum \boldsymbol{r}_i\boldsymbol{F}_i$ будет отрицательна. Силы тяготения потенциальны. Сумма $\sum \boldsymbol{r}_i\boldsymbol{F}_i$ может быть выражена через потенциальную энергию гравитационного взаимодействия частиц системы $U = \sum U_{ij}$, где

$$U_{ij} = -\frac{G}{2}\frac{m_i m_j}{r_{ij}}. \tag{100.2}$$

Здесь m_i и m_j — массы частиц i и j, а r_{ij} — расстояние между ними. Выделим какие-либо две частицы с номерами i и j. Они вносят в сумму $\sum \boldsymbol{r}_i\boldsymbol{F}_i$ слагаемое $\boldsymbol{r}_i\boldsymbol{F}_{ij} + \boldsymbol{r}_j\boldsymbol{F}_{ji}$, где $\boldsymbol{F}_{ij}$ — сила, с которой частица j действует на частицу i. В силу равенства действия и противодействия $\boldsymbol{F}_{ji} = -\boldsymbol{F}_{ij}$, так что рассматриваемое слагаемое можно переписать в виде

$$\boldsymbol{r}_i\boldsymbol{F}_{ij} - \boldsymbol{r}_j\boldsymbol{F}_{ij} = (\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j)\,\boldsymbol{F}_{ij} = \boldsymbol{r}_{ij}\boldsymbol{F}_{ij}.$$

Но, очевидно, $\boldsymbol{F}_{ij} = -\operatorname{grad}_i U_{ij}$, где градиент берется по координатам частицы i в предположении, что частица j остается неподвижной. Следовательно,

$$\boldsymbol{r}_i\boldsymbol{F}_{ij} + \boldsymbol{r}_j\boldsymbol{F}_{ji} = -\boldsymbol{r}_{ij}\operatorname{grad}_i U_{ij} = -r_{ij}\frac{\partial U_{ij}}{\partial r_{ij}}.$$

Здесь у U_{ij} индексы можно опустить, если частную производную по r_{ij} брать в предположении, что меняется расстояние только

между частицами i и j, а все остальные междучастичные расстояния остаются неизменными. Таким образом,

$$\sum \boldsymbol{r}_i \boldsymbol{F}_i = -\sum_{i,j} r_{ij} \frac{\partial U}{\partial r_{ij}}.$$

Но U есть однородная функция междучастичных расстояний r_{ij} степени -1. Поэтому в силу известной теоремы Эйлера об однородных функциях

$$\sum_{i,j} r_{ij} \frac{\partial U}{\partial r_{ij}} = -U.$$

В результате соотношение (100.1) переходит в

$$2\overline{K} + \overline{U} = 0. \qquad (100.3)$$

С частным случаем этого соотношения мы уже встречались в механике (см. т. I, § 58). Это случай движения планеты вокруг Солнца (или искусственного спутника вокруг Земли) по круговой орбите. Только в этом случае усреднения не требуется, поскольку сами величины K и U постоянны.

Сопоставим соотношение (100.3) с законом сохранения энергии. Гравитационная энергия, освобождающаяся в процессе сжатия протозвезды, расходуется не только на увеличение кинетической (тепловой) энергии K последней, но и тратится на электромагнитное и нейтринное излучения. Обозначим через $\mathscr{E}_{\text{изл}}$ полную энергию, унесенную излучением. Тогда

$$K + U + \mathscr{E}_{\text{изл}} = 0.$$

Усреднив это соотношение и вычитая его из (100.3), получим

$$\overline{K} = \overline{\mathscr{E}}_{\text{изл}}. \qquad (100.4)$$

Таким образом, *половина гравитационной энергии, освобожденной при гравитационном сжатии протозвезды к моменту превращения ее в звезду, идет на увеличение кинетической (тепловой) энергии звезды, а другая половина уносится излучением.* Этот вывод имеет общее значение и не связан со специальным предположением, что звезда состоит только из водорода. Когда начнутся термоядерные реакции и наступит стационарное состояние, величины $\overline{K}$ и $\overline{U}$ будут оставаться неизменными. Тогда вся энергия, освобождающаяся при термоядерных реакциях, будет уноситься излучением.

4. Теперь мы подготовлены к тому, чтобы оценить среднюю температуру звезды $\overline{T}$. С этой целью обозначим через $m(r)$ массу звездного вещества внутри сферы радиусом r, центр которой совпадает с центром звезды. При падении на эту сферу из бесконечности массы dm выделяется гравитационная энергия $Gm\,dm/r$. Полная гравитационная энергия, освободившаяся при

образовании звезды, выражается интегралом

$$G\int_0^M m\,dm/r,$$

где M — масса образовавшейся звезды. Как доказано выше, половина этой энергии идет на нагревание звезды. В дальнейшем, когда гравитационное сжатие прекратится, внутри звезды должна выделяться энергия в результате термоядерных реакций, чтобы поддержать температуру и излучение звезды на неизменном уровне. В результате тепловая энергия звезды $\overline{K}$ будет оставаться неизменной и выражаться половиной написанного выше интеграла. Этот интеграл можно было бы вычислить точно, если бы была известна плотность звездного вещества $\rho = \rho(r)$. Из-за незнания функции $\rho(r)$ точное вычисление мы вынуждены заменить оценкой. Очевидно,

$$\overline{K} = (G/2)\int_0^M m\,dm/r = (GM^2/4)\,\langle 1/r\rangle,$$

или

$$\overline{K} = (GM^2/4R)\,\langle R/r\rangle, \qquad (100.5)$$

где R — радиус звезды, $\langle R/r\rangle$ означает усредненное определенным образом значение R/r, а именно

$$\langle R/r\rangle = (2/M^2)\int_0^M (R/r)\,m\,dm. \qquad (100.6)$$

Мы занимаемся оценкой средней температуры не звезды вообще, а звезды, только что образовавшейся из газово-пылевого облака, состоящего практически только из полностью ионизованного водорода. К этому времени водород еще не успел «выгореть» в результате термоядерных реакций. Из-за высокой температуры к нему применима классическая статистика Больцмана, которая и используется в дальнейшем.

Средняя энергия теплового движения протона равна $^3/_2 k\overline{T}$, где k — постоянная Больцмана. Такова же и средняя энергия электрона. Число протонов (а также электронов) в звезде составляет M/m_p, где m_p — масса протона. Поэтому тепловая энергия всей звезды равна $3Mk\overline{T}/m_p$. Приравняв ее выражению (100.5), получим

$$\overline{T} = \frac{GMm_p}{12kR}\left\langle\frac{R}{r}\right\rangle. \qquad (100.7)$$

Точное вычисление по формуле (100.7) требует знания плотности вещества звезды ρ в зависимости от расстояния r до ее центра. Только тогда можно найти среднее значение отношения

R/r. Но так как $R/r > 1$, то во всяком случае должно быть

$$\bar{T} > GMm_p/12kR. \qquad (100.8)$$

5. Можно указать и более точную оценку нижней границы для $\bar{T}$. Температура, стоящая в правой части формулы (100.8), получена в предположении, что $R/r = 1$. Такую температуру звезда получила бы, если бы звездное вещество конденсировалось только на ее поверхность. Эта температура заведомо ниже действительной температуры звезды, так как при дальнейшем перемещении вещества к ее центру производится дополнительная работа гравитационных сил, идущая на дальнейшее нагревание звезды. Дополнительную работу можно частично учесть, если предположить, что конденсация ограничивается образованием звезды постоянной плотности ρ. В таком случае $m = (4\pi/3)\rho r^3$, $dm = 4\pi\rho r^2\,dr$ и формула (100.6) дает $R/r = 6/5$. В результате получается более точная, но все еще заниженная оценка средней температуры звезды

$$\bar{T} > GMm_p/10kR. \qquad (100.9)$$

Применим полученную оценку к Солнцу ($M_\odot = 2\cdot 10^{33}$ г, $R = 7\cdot 10^{10}$ см), точнее — к водородной звезде с такими же значениями массы и радиуса. Получим

$$\bar{T}_\odot > \frac{6{,}67\cdot 10^{-8}\cdot 2\cdot 10^{33}\cdot 1{,}67\cdot 10^{-24}}{10\cdot 1{,}38\cdot 10^{-16}\cdot 7\cdot 10^{10}} = 2{,}3\cdot 10^6\ \text{К}.$$

Этот результат по порядку величины дает правильное, хотя и значительно заниженное значение средней температуры Солнца.

Оптическим методам доступна температура только поверхности Солнца. Она составляет около 6000 К. Однако в современных моделях Солнца масса наружной оболочки, в которой температура меньше 10^6 К, составляет всего около 1 % общей массы Солнца. Поэтому оболочка практически не сказывается на средней температуре Солнца.

6. Для точного вычисления температуры, как уже указывалось выше, надо знать плотность вещества в недрах Солнца. Но она также подлежит определению.

Вообще, точное вычисление температуры в недрах Солнца и звезд — не изолированная, а сложная комплексная задача. В нашем изложении речь шла не о точном вычислении, а о грубой оценке температуры. При строгой постановке должна быть определена не только температура, но и вся совокупность взаимно связанных параметров, характеризующих состояние звезды: давление, плотность, температура, химический состав, светимость звезды и пр. В частности, необходимо, чтобы при этих параметрах получилось равновесное состояние звезды. Все это находится в результате громоздкого численного интегрирования. При этом вместе с измеренными значениями массы и размеров Солн-

ца используются уравнения сохранения и переноса энергии, уравнения гидродинамического, лучистого и конвективного равновесия, закон Стефана — Больцмана и пр. В основу расчета кладутся определенные модели Солнца. Согласованность результатов позволяет выбрать правдоподобную модель Солнца. Все расчеты теперь выполняются на ЭВМ методом проб и ошибок. В теории эволюции звезд такие же расчеты выполняются для моделей звезд с различными параметрами.

Не останавливаясь на этих вопросах, приведем данные, характеризующие Солнце на современном этапе его эволюции. Солнце состоит из водорода H, гелия He и остальных элементов. Относительные содержания их по массам в астрофизике принято обозначать соответственно через X, Y, Z. Для внешних слоев Солнца путем усреднения по различным моделям получено $X = 0{,}71$, $Y = 0{,}265$, $Z = 0{,}025$. Такие данные характерны и для всего Солнца на начальном этапе его эволюции. Но вблизи центра C Солнца в настоящее время $X_C = 0{,}38$. Температура, давление и плотность в центре Солнца равны соответственно $T_C = 15 \cdot 10^6$ К, $\mathscr{P}_C = 3{,}4 \cdot 10^{17}$ дин/см^2, $\rho_C = 160$ г/см^3.

7. В проблеме источников энергии звезд основной интерес представляет не средняя температура, а температура в глубоких недрах звезд, так как именно там происходят термоядерные реакции.

Приведем одну из возможных оценок температуры в центре звезды, хотя она и обладает теми же принципиальными недостатками, что и приведенная выше оценка средней температуры звезды. Будем предполагать, что в звезде *нет конвекции*. Для этого необходимо, чтобы температурный градиент dT/dr был не меньше так называемого адиабатического температурного градиента (см. т. II, § 121). В реальной звезде из-за местного перегревания ее при термоядерных реакциях конвективное перемешивание, конечно, происходит и притом в некоторых звездах весьма интенсивно. Но мы рассматриваем идеальный случай, когда влияние этого перемешивания на отвод выделяющегося тепла из звезды не очень существенно. В пределе перемешивание исчезает как раз тогда, когда температурный градиент становится адиабатическим. Поэтому мы и принимаем, что в звезде устанавливается адиабатическое распределение температуры. Если еще звездное вещество считать идеальным газом, то должно быть

$$dT/dr = -g/c_{\mathscr{P}}, \tag{100.10}$$

где $c_{\mathscr{P}}$ — удельная теплоемкость при постоянном давлении, а g — ускорение свободного падения (см. т. II, § 121). Интегрирование этого уравнения дает

$$T(r) = T_C - \int_0^r (g/c_{\mathscr{P}})\, dr,$$

где T_c — температура в центре звезды. Температуру $T(R)$ на поверхности звезды можно принять равной нулю, так как она пренебрежимо мала по сравнению с T_c. В этом предположении

$$T_C = \int_0^R [g(r)/c_{\mathscr{P}}]\, dr. \qquad (100.11)$$

Если ввести массу вещества m внутрь сферы радиусом r, то $g = Gm/r^2$. Удельную теплоемкость $c_{\mathscr{P}}$ оценим в предположении, что звезда состоит из полностью ионизованного водорода. На каждую частицу (протон и электрон) приходятся средняя кинетическая энергия $^3/_2kT$ и теплоемкость при постоянном объеме $^3/_2k$, а при постоянном давлении $^5/_2k$. Число частиц (протонов + + электронов) в единице массы равно $2\cdot(1/m_p)$. Поэтому $c_{\mathscr{P}} = 5k/m_{\mathscr{P}}$. В результате

$$T_C = (Gm_p/5k)\int_0^R m(r)\, dr/r^2. \qquad (100.12)$$

Если бы плотность ρ внутри звезды была постоянной, то $m(r) = (4\pi/3)\rho r^3$. В этом случае интеграл в (100.12) легко вычисляется. Получается

$$T_c = GMm_p/10kR,$$

что в точности равно средней температуре звезды, вычисленной в тех же предположениях. Тем не менее приведенная оценка температуры в центре звезды не лишена смысла. Дело в том, что при истинной зависимости плотности вещества ρ от радиуса r подынтегральное выражение в формуле (100.11) значительно быстрее возрастает к центру звезды, чем соответствующее подынтегральное выражение в (100.6). Следствием этого является интуитивно очевидное утверждение, что температура в центре звезды выше ее средней температуры.

Насколько существенно распределение плотности вещества в звезде влияет на температуру в ее центре, показывает следующий пример. По современной модели Солнца в сфере радиусом $r = R/2$ сосредоточено около 94 % полной массы. Если массой наружной оболочки пренебречь, то можно воспользоваться предыдущей формулой, заменив в ней радиус R вдвое меньшей величиной. Тогда получилось бы

$$T_c = GMm_p/5kR,$$

что вдвое больше оценки, полученной ранее. На самом деле концентрация вещества во внутренних зонах Солнца приводит к еще большему повышению температуры T_c.

8. Итак, гравитационное сжатие разогревает внутренние недра звезды до температур порядка десяти миллионов кельвинов

(1 кэВ) и выше. Этого достаточно, чтобы в недрах звезды начался синтез более тяжелых ядер из менее легких. Такой синтез и является источником энергии, излучаемой звездами. В основном это синтез более тяжелых элементов (преимущественно гелия) из водорода, так как по современным спектроскопическим данным Вселенная состоит на 70 % из водорода (по массе), 30 % из гелия и 1 % из остальных элементов (углерода, кислорода и пр.). В протозвезде начавшийся синтез идет недостаточно интенсивно, так что потери энергии на излучение в основном компенсируются гравитационным сжатием протозвезды. Когда же энергия синтеза достигает величины, достаточной для компенсации потерь энергии на излучение, гравитационное сжатие протозвезды прекращается. С этого момента протозвезда и становится звездой. В звезде гравитационные силы уравновешиваются возросшим газово-кинетическим и отчасти световым давлением.

Как показывают приведенные выше оценки, температура в недрах звезды при заданных размерах приблизительно пропорциональна ее массе M. Светимость же звезды L, т. е. полная излучаемая ею энергия в единицу времени, согласно теории, пропорциональна примерно M^3. Теоретические оценки показывают, что при $M \lesssim 0{,}1 M_\odot$ ($M_\odot$ — масса Солнца) гравитационное сжатие недостаточно для достижения термоядерных температур. Вот почему процесс гравитационного сжатия всех планет Солнечной системы (включая Юпитер) не привел к образованию звезд.

9. В космических масштабах гравитация снимает основные трудности, которые надо преодолеть, чтобы практически осуществить управляемый термоядерной синтез. Громадное давление, создаваемое гравитацией, удерживает термоядерную плазму в недрах звезд. Слой же вещества громадной толщины, отделяющий горячую плазму в центральных областях звезды от холодной периферии, надежно обеспечивает ее термоизоляцию. Термоядерная энергия, освободившаяся в глубоких недрах звезды, переносится к ее периферии в основном посредством лучеиспускания. На своем пути излученная энергия поглощается и снова переизлучается с изменением спектрального состава. Это переизлучение происходит практически изотропно-равномерно во все стороны. Перенос излучения к периферии звезды напоминает диффузию и происходит сравнительно медленно. Как показывают расчеты, тепло, выделившееся в центре звезды, доходит до ее периферии за времена порядка миллиона лет.

10. *Основным процессом, в котором происходит освобождение термоядерной энергии в нормальных звездах, является превращение водорода в гелий.* При этом масса вещества уменьшается примерно на 0,7 % и освобождается энергия в соответствии с соотношением Эйнштейна $\mathscr{E} = mc^2$. Если бы Солнце состояло только из водорода и весь водород затем превратился в гелий, то масса Солнца уменьшилась бы примерно на $\Delta M = 0{,}007\, M_\odot =$

$= 0{,}007 \cdot 2 \cdot 10^{33} = 1{,}4 \cdot 10^{31}$ г. При этом освободилась бы энергия $\Delta Mc^2 \approx 1{,}26 \cdot 10^{52}$ эрг. При настоящем темпе излучения Солнца излучаемая им энергия составляет примерно $L_\odot = 3{,}83 \cdot 10^{33}$ эрг/с. Если бы этот темп сохранился в дальнейшем, то всей энергии выгоревшего водорода хватило бы на $(1{,}26 \cdot 10^{52}) : (3{,}83 \cdot 10^{33}) = 3{,}3 \cdot 10^{18}$ с $\approx 10^{11}$ лет.

Средняя интенсивность энерговыделения ε при термоядерных реакциях в типичных звездах по земным масштабам исключительно мала. Так, для Солнца $\varepsilon = L_\odot / M_\odot = (3{,}83 \cdot 10^{33}) : (2 \cdot 10^{33}) \approx 2$ эрг/(с·г). В результате жизнедеятельности человеческого организма выделяется в сутки примерно 3000 ккал $= 3 \cdot 10^6$ кал $= 12{,}5 \cdot 10^{13}$ эрг. Приняв массу человека равной 60 кг $= 6 \cdot 10^4$ г, найдем, что скорость выделения энергии в человеческом организме составляет около $2{,}4 \cdot 10^4$ эрг/(с · г). Это примерно в десять тысяч раз больше, чем для Солнца. Малость величины ε позволила выше оценить температуру в недрах звезды, полностью отвлекаясь от энерговыделения при ядерных реакциях. Однако благодаря громадной массе Солнца излучаемая им мощность очень велика ($3{,}83 \cdot 10^{33}$ эрг/с $= 3{,}83 \cdot 10^{26}$ Вт). Из-за излучения масса Солнца уменьшается примерно на 4 млн. т в секунду.

11. Превращение водорода в гелий идет не непосредственно, а через ряд промежуточных реакций. Оно может выполняться двумя путями: 1) в *протонно-протонной* (pp) цепочке реакций, или *водородном цикле*; 2) в *углеродно-азотном* или *углеродном цикле*.

Водородный цикл начинается с реакции между двумя протонами, в результате которой образуются дейтрон, позитрон и нейтрино (табл. 20). Эта реакция вызывается слабыми взаимодействиями, а потому идет чрезвычайно медленно; в земных условиях

Таблица 20

Водородный цикл

Реакция	Энерговыделение, МэВ	Среднее время реакции
$p + p \to d + e^+ + \nu_e$	$2 \cdot 0{,}164 + (2 \cdot 0{,}257)$	$1{,}4 \cdot 10^{10}$ лет
$e^+ + e^- \to 2\gamma$	$2 \cdot 1{,}02$	—
$p + d \to {}^3He + \gamma$	$2 \cdot 5{,}49$	5,7 с
${}^3He + {}^3He \to {}^4He + 2p$	12,85	10^6 лет
Итого $4p \to {}^4He + 2e^+ + 2\nu$	$26{,}21 + (0{,}514)$	

она непосредственно не наблюдалась. В недрах звезд кинетическая энергия сталкивающихся протонов недостаточна, чтобы преодолеть кулоновский потенциальный барьер между ними. Как правило, все столкновения между протонами происходят упруго,

Только примерно одна стомиллионная доля столкновений завершается реакцией туннельным способом. При этом за время столкновения (порядка 10^{-21} с) один протон должен превратиться в нейтрон с испусканием позитрона и нейтрино. Позитрон немедленно аннигилирует с электроном, а образовавшийся из n и p дейтрон очень быстро (в течение нескольких секунд) вступает в реакцию с одним из ближайших протонов с образованием ядра ^{3}He. В дальнейшем возможны три ветви ядерных реакций.

Первая ветвь — это реакция между двумя ядрами ^{3}He. Но так как в первых трех реакциях ядро ^{3}He получается только один раз, то в рассматриваемый вариант полного водородного цикла эта реакция должна входить дважды, что и отмечено множителем 2 во втором столбце таблицы. В итоге цикла четыре протона превращаются в ядро ^{4}He, два позитрона и два нейтрино. В таблице приведено энерговыделение в соответствующих реакциях, а также примерное среднее время каждой реакции, рассчитанное для условий в центре Солнца. В скобках указана доля выделяющейся энергии, безвозвратно уносимая нейтрино.

При достаточно больших концентрациях ^{4}He и температурах $T > (10-15)\cdot 10^6$ K в полном энерговыделении начинает преобладать вторая ветвь водородного цикла. В этом варианте первые три реакции такие же, как и в предыдущем, но не повторяются дважды, а реакция $^3\mathrm{He} + {}^3\mathrm{He}$ заменяется на цепочку

$$^3\mathrm{He} + {}^4\mathrm{He} \to {}^7\mathrm{Be} + \gamma, \quad {}^7\mathrm{Be} + e^- \to {}^7\mathrm{Li} + \nu,$$
$$p + {}^7\mathrm{Li} \to 2\,{}^4\mathrm{He}.$$

При еще более высоких температурах преобладающим в энерговыделении является водородный цикл с завершающей цепочкой

$$^3\mathrm{He} + {}^4\mathrm{He} \to {}^7\mathrm{Be} + \gamma, \quad p + {}^7\mathrm{Be} \to {}^8\mathrm{B} + \gamma,$$
$$^8\mathrm{B} \to {}^8\mathrm{Be} + e^+ + \nu, \quad {}^8\mathrm{Be} \to 2\,{}^4\mathrm{He}.$$

В обоих случаях основным итогом снова является превращение четырех протонов в ядро ^{4}He.

12. В табл. 21 приведен углеродный (C — N) цикл. В нем, как и в водородном цикле, освобождается энергия 26,7 МэВ, причем около 6,8 % этой энергии уносится нейтрино. Характерной особенностью углеродного цикла яляется воспроизводство углерода ^{12}C, и притом в таком же количестве, какое было использовано в начале цикла. Углерод ^{12}C не затрачивается, а выполняет роль *катализатора*, обеспечивающего превращение водорода в гелий. Для Солнца и менее ярких звезд преобладающим является водородный, а для более ярких — углеродный цикл.

Сказанное выше в основном относится к нормальным звездам, или к звездам главной последовательности, к которым относится

и Солнце. В этих звездах энерговыделение происходит главным образом за счет превращения водорода в гелий.

13. Для звезд-гигантов (см. следующий параграф) с плотными «выгоревшими» (не содержащими водорода) ядрами существенны *гелиевый* и *неоновый* циклы, протекающие при значительно более высоких температурах и плотностях, чем водородный и

Таблица 21

Углеродный цикл

Реакция	Энерговыделение, МэВ	Среднее время реакции
$p + {}^{12}C \to {}^{13}N + \gamma$	1,95	$1{,}3 \cdot 10^7$ лет
${}^{13}N \to {}^{13}C + e^+ + \nu_e$	1,50 + (0,72)	7,0 мин
$p + {}^{13}C \to {}^{14}N + \gamma$	7,54	$2{,}7 \cdot 10^6$ лет
$p + {}^{14}N \to {}^{15}O + \gamma$	7,35	$3{,}3 \cdot 10^8$ лет
${}^{15}O \to {}^{15}N + e^+ + \nu_e$	1,73 + (0,98)	82 с
$p + {}^{15}N \to {}^{12}C + {}^4He$	4,96	$1{,}1 \cdot 10^5$ лет
Итого $4p \to {}^4He + 2e^+ + 2\nu_e$	25,03+(1,70)	

углеродный циклы. Основной реакцией гелиевого цикла, идущей начиная с температуры $200 \cdot 10^6$ К, является реакция

$$3{}^4He \to {}^{12}C + \gamma_1 + \gamma_2 + 7{,}3 \text{ МэВ}.$$

(Далее могут следовать реакции ${}^{12}C + {}^4He \to {}^{16}O + \gamma$, ${}^{16}O + {}^4He \to {}^{20}Ne + \gamma$.)

Если продукты реакций гелиевого цикла вступят в контакт с H, то осуществится неоновый (Ne—Na) цикл. В нем ядро ${}^{20}Ne$ выполняет роль катализатора в процессе превращения H в He. Последовательность реакций здесь вполне аналогична углеродному (C—N) циклу (табл. 21), только ядра ${}^{12}C$, ${}^{13}N$, ${}^{13}C$, ${}^{14}N$, ${}^{15}O$, ${}^{15}N$ заменяются соответственно ядрами ${}^{20}Ne$, ${}^{21}Na$, ${}^{21}Ne$, ${}^{22}Na$, ${}^{23}Na$, ${}^{23}Mg$. Мощность этого цикла как источника энергии относительно невелика.

ЗАДАЧА

Оценить нижний предел гравитационного давления $\mathscr{P}$ в центре звезды. Чему было бы равно это давление, если бы звезда была однородна по плотности? Провести численный расчет для Солнца.

Решение. Из уравнения гидростатики

$$\partial\mathscr{P}/\partial r = -\rho g$$

получаем

$$\mathscr{P}(r) = \mathscr{P}_C - \int_0^r \rho g\, dr,$$

где $\mathscr{P}_C$ — давление в центре звезды. Оно найдется из условия, что на поверхности звезды $\mathscr{P}(R) = 0$. Это дает

$$\mathscr{P}_C = \int_0^R \rho g\, dr = (G/4\pi) \int_0^M m\, dm/r^4,$$

или

$$\mathscr{P}_C = (GM^2/8\pi) \langle 1/r^4 \rangle, \tag{100.13}$$

где угловые скобки означают надлежащим образом выполненное усреднение. Из (100.13) следует

$$\mathscr{P}_C > GM^2/8\pi R^4. \tag{100.14}$$

Для Солнца $\mathscr{P}_C > 4{,}4 \cdot 10^{14}$ дин/см^2 $\approx 4{,}4 \cdot 10^8$ атм. Если бы Солнце было однородно, то $\mathscr{P}_C$ было бы втрое больше, т. е. около $13{,}2 \cdot 10^8$ атм. В общем случае для звезды

$$\mathscr{P}_C = \gamma M^2/R^4, \tag{100.15}$$

где γ — безразмерный коэффициент, зависящий только от закона изменения плотности ρ вдоль радиуса звезды.

Насколько существенно возрастание плотности к центру звезды, показывает следующий пример. Вообразим, что наружная оболочка Солнца с $r > R/2$ удалена, а масса оставшегося вещества не изменилась. Согласно современной модели Солнца оставшаяся масса равна $0{,}94\, M_\odot$. Тогда нижний предел давления в центре не уменьшится, а увеличится в

$$\left(\frac{0{,}94 M_\odot}{M_\odot}\right)^2 \left(\frac{R}{R/2}\right)^4 \approx 14 \text{ раз}.$$

По давлению $\mathscr{P}_C$ можно было бы вычислить температуру T_C в центре звезды, пользуясь равенством $\mathscr{P}_C = 2n_C kT$, где $n_C = \rho_C/m_p$ — число протонов в единице объема в центре звезды. Однако это вычисление требует знания плотности вещества ρ_C в центре звезды.

§ 101. Некоторые сведения из астрономии

1. Рассмотрению вопроса об эволюции звезд следует предпослать некоторые сведения из астрономии.

В астрономии *светимостью звезды* L называют полное количество энергии, излучаемое ею за единицу времени. *Звездная величина* в астрономии определяет *блеск* звезды (а не геометрические ее размеры). Блеск звезды зависит от ее светимости, расстояния до звезды и от спектральной чувствительности прибора, применяемого для наблюдения звезды. Числовое значение звездной величины считается тем больше, чем слабее звезда. Так, звезды 1-й величины ярче звезд 2-й величины, звезды 2-й величины ярче звезд 3-й величины и т. д.

Блеск звезды принято выражать в логарифмической шкале звездных величин. Эта шкала строится так, чтобы при увеличении звездной величины m на 5 единиц соответствующая интенсивность наблюдаемого излучения I уменьшалась в 100 раз. Таким образом, если звездная величина m увеличивается в арифметической прогрессии, то соответствующая интенсивность