

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

* *

§ 3. Закон Кулона. Принцип суперпозиции электростатических полей

1. Электростатика занимается изучением электрических полей *неподвижных зарядов*. Сначала мы изучим электростатические поля в вакууме. Основной количественный закон электростатики был открыт Кулоном в 1785 г. Он формулируется следующим образом.

Сила взаимодействия F двух точечных зарядов в вакууме направлена вдоль прямой, соединяющей эти заряды, пропорциональна их величинам q_1 и q_2 и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними r_{12} . Она является силой притяжения, если знаки зарядов разные, и силой отталкивания, если эти знаки одинаковы. Математически:

$$F = C \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}, \quad (3.1)$$

где C — численный коэффициент. Поскольку мы располагаем независимыми способами измерения всех величин F , q , r , опытным путем можно проверить не только обратную пропорциональность силы F квадрату расстояния r , но и пропорциональность ее произведению зарядов q_1 и q_2 .

Кулон открыл свой закон, измеряя силы притяжения и отталкивания заряженных шариков с помощью *крутильных весов*, изобретенных им же. (Опыты Кулона общеизвестны и описываются во всех школьных учебниках физики.) Примерно за 11 лет до Кулона тот же закон был получен Г. Кавендишем (1731—1810) из значительно более точных, но косвенных измерений (см. § 6, пункт 4). Однако работа Кавендиша не была им опубликована и оставалась неизвестной в течение более 100 лет. Максвелл — первый директор Кавендишской лаборатории — обнаружил в архиве этой лаборатории подготовленную к печати рукопись указанной фундаментальной работы Кавендиша и опубликовал ее в 1879 г.

Точность зарядов, о взаимодействии которых идет речь в законе Кулона, означает, что *линейные размеры тел, на которых сосредоточены эти заряды, пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием между ними*. Закон предполагает, что заряды помещены в *абсолютном вакууме*. Опытная проверка его производится в воз-

духе. Принципиальный переход к абсолютному вакууму можно осуществить беспредельным уменьшением давления воздуха. Впрочем, в этом нет необходимости, так как влияние воздуха на силы взаимодействия очень мало и в большинстве случаев им можно пренебречь.

2. Численное значение постоянной C в законе Кулона (3.1) можно выбрать произвольно и приписать этой постоянной любую размерность. Таким путем можно построить бесчисленное множество систем единиц. Однако не все они удобны. Наиболее удобной системой при изучении электромагнитного поля в физике является абсолютная, или гауссова, система единиц, которой мы и будем преимущественно пользоваться. Это есть система единиц СГС, дополненная единицами электрических и магнитных единиц. Она является комбинацией двух систем единиц: СГСЭ и СГСМ, т. е. абсолютной электростатической и абсолютной электромагнитной СГС-систем единиц. Единицы «чисто» электрических величин (заряд, напряженность электрического поля, электрический потенциал, сила электрического тока, сопротивление проводника и пр.) в гауссовой системе совпадают с единицами СГСЭ, а единицы «чисто» магнитных величин (напряженность и индукция магнитного поля, магнитный момент, индуктивности проводов и пр.) — с единицами СГСМ. Система СГСМ будет рассмотрена в § 51. Здесь же мы изложим систему СГСЭ. В этой (и гауссовой) системе единиц коэффициент пропорциональности C в законе Кулона считается безразмерным и полагается равным единице. Закон Кулона записывается в виде

$$F = \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}. \quad (3.2)$$

Размерность заряда определяется формулой

$$[q] = [F^{1/2} L] = M^{1/2} L^{3/2} T^{-1},$$

а размерность напряженности электрического поля — формулой

$$[E] = [F q^{-1}] = M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1}.$$

За единицу заряда принимается величина такого точечного заряда, который действует на такой же точечный заряд в вакууме с силой в одну дину, если расстояние между обоими зарядами равно одному сантиметру. За единицу напряженности электрического поля принимается напряженность такого поля в вакууме, которое действует на единичный точечный заряд с силой в одну дину. Эти единицы не получили специальных названий. Их просто называют электростатическими или СГСЭ-единицами заряда и напряженности электрического поля.

Практической единицей заряда является кулон (Кл). По точному определению кулон есть десятая доля СГСМ-ед. заряда или приблизительно $2,998 \cdot 10^9$ СГСЭ-ед. заряда. В грубых расчетах доста-

точною точность 1 Кл = $3 \cdot 10^9$ СГСЭ-ед. заряда. Кулон — очень большая единица. Два точечных заряда в один кулон каждый, удаленные друг от друга на расстояние 1 км, взаимодействовали бы с силой

$$F = \frac{q^2}{r^2} = \frac{9 \cdot 10^{18}}{10^{10}} = 9 \cdot 10^8 \text{ дин} = 9 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

В системе СИ электрическому заряду (или току) приписывается самостоятельная размерность, не зависящая от размерностей длины, массы и времени. Эта система будет изложена в § 85.

3. В векторной форме закон Кулона записывается так:

$$F_{ik} = \frac{q_i q_k}{r_{ik}^2} r_{ik}, \quad (3.3)$$

где F_{ik} — сила, действующая на заряд q_k со стороны заряда q_i , а r_{ik} — радиус-вектор, проведенный от заряда q_i к заряду q_k . Напряженность поля точечного заряда q дается выражением

$$E = \frac{q}{r^2} r, \quad (3.4)$$

где r — радиус-вектор, проведенный от заряда q в рассматриваемую «точку наблюдения», к которой относится значение поля E .

Напряженность электрического поля E нескольких неподвижных точечных зарядов q_1, q_2, \dots равна векторной сумме напряженностей полей, которые создавал бы каждый из этих зарядов в отсутствие остальных, т. е.

$$E = \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} r_i, \quad (3.5)$$

где r_i — радиус-вектор, проведенный из заряда q_i в точку наблюдения. Это положение, являющееся обобщением опытных фактов, называется *принципом суперпозиции электростатических полей*. Возможно, что принцип суперпозиции нарушается на малых расстояниях порядка размеров атомных ядер (10^{-13} см) и меньше.

Формула (3.5) позволяет в принципе рассчитать напряженность электрического поля любой системы неподвижных зарядов. Если заряды не точечные, то их следует мысленно разделить на малые части, чтобы каждую из них можно было считать точечным зарядом. При непрерывном распределении электричества сумма (3.5) переходит в интеграл.

4. Для наглядного изображения электрических полей широко пользуются *силовыми линиями*. Силовая линия есть математическая линия, направление касательной к которой в каждой точке, через которую она проходит, совпадает с направлением вектора E в той же точке. За положительное направление силовой линии условились считать направление самого вектора E . При таком соглашении можно сказать, что электрические силовые линии начинаются от

положительных зарядов и оканчиваются на отрицательных. В § 5 будет показано, что в пространстве, свободном от электрических зарядов, силовые линии идут гуще там, где поле E сильнее, и реже там, где оно слабее. Поэтому по густоте силовых линий можно судить и о величине напряженности электрического поля. На рис. 1 изображены силовые линии равномерно заряженных шариков — положительного и отрицательного, а на рис. 2 — двух разноименных и одноименных зарядов равных величин, сосредоточенных на таких шариках.

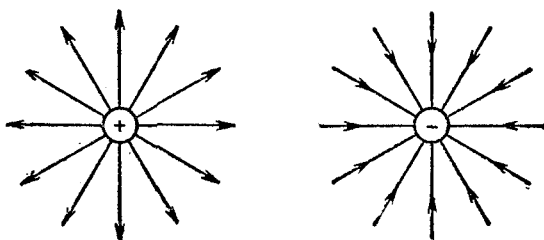


Рис. 1.

Для экспериментального воспроизведения силовых линий берут стеклянный сосуд с плоским дном и наливают в него какую-либо изолирующую жидкость, например касторовое масло, глицерин и т. п. В жидкости по возможности равномерно распределяются

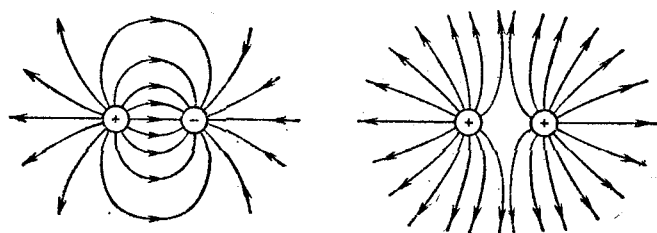


Рис. 2.

истертые в порошок кристаллики гипса, асбеста, частицы манной крупы или какие-либо другие продолговатые частицы. В жидкость погружаются металлические электроды. При соединении их с источниками электричества возбуждается электрическое поле. В этом поле частицы электризуются через влияние и, притягиваясь друг к другу разноименно наэлектризованными концами, располагаются в виде цепочек вдоль силовых линий. Картина силовых линий искажается течениями жидкости, вызываемыми силами, действующими на нее в неоднородном электрическом поле. Лучшие резуль-

таты получаются по методу, применявшемуся Полем (р. 1884). На стеклянную пластинку наклеиваются электроды из станиоля, между которыми создается электрическое напряжение. Затем на пластинку насыпают, слегка постукивая по ней, продолговатые частицы, например кристаллики гипса. Они располагаются вдоль силовых линий. На рис. 3 изображена полученная таким образом картина силовых линий между двумя разноименно заряженными кружками из станиоля.

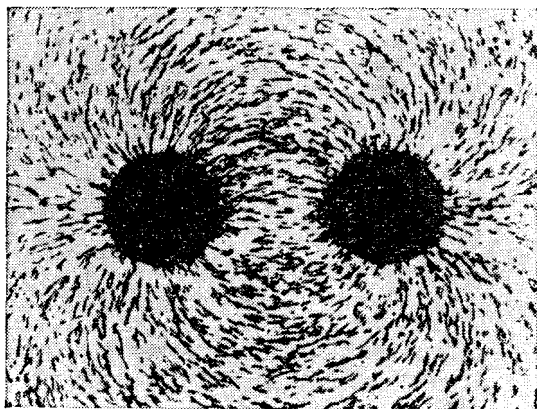


Рис. 3

Метод силовых линий, конечно, применим для графического представления любых векторных полей. Линии, указывающие направления соответствующего вектора, называются *линиями этого вектора* или *векторными линиями*. Им дают также специальные названия в зависимости от физического или геометрического смысла рассматриваемого векторного поля. Так, в гидродинамике вводятся *линии тока*, указывающие направление вектора скорости жидкости (см. т. I, § 93). Для представления магнитного поля пользуются *магнитными силовыми линиями* и т. д.

ЗАДАЧИ

1. Два маленьких шарика с массами $m = 0,1$ г каждый подвешены на шелковых нитях так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам электрического заряда они оттолкнулись и их центры разошлись на расстояние $D = 6$ см (рис. 4). Определить заряд шарика q , если длина нити $l = 30$ см.

Решение. В состоянии равновесия $F = mg \operatorname{tg} \alpha$. По закону Кулона $F = q^2/D^2$. Отсюда

$$q = D \sqrt{mg \operatorname{tg} \alpha},$$

или для малых углов

$$q = D \sqrt{mg\alpha} = D \sqrt{\frac{mgD}{2l}} = 18,8 \text{ СГСЭ-ед. заряда} = 6,3 \cdot 10^{-9} \text{ Кл.}$$

Этот пример показывает, что уже ничтожные доли кулона (около одной миллиардной) легко могут быть обнаружены с помощью сравнительно грубого электрометра.

2. Вычислить напряженность электрического поля равномерно заряженного бесконечно тонкого диска на его геометрической оси.

Решение. Пусть σ — поверхностная плотность электричества, т. е. количество электричества, приходящееся на единицу площади диска. По условию величина σ одна и та же во всех точках плоскости диска. Из соображений симметрии ясно, что поле E в любой точке A геометрической оси (рис. 5) должно быть направлено вдоль этой оси. Заметив это, возьмем в плоскости диска произвольную бесконечно малую площадку dS с зарядом $dq = \sigma dS$. Напряженность поля, создаваемого этим зарядом в точке A , будет $dE = \sigma dS/r^2$, а его проекция на ось OA $dE_x = \sigma dS \cos \alpha/r^2$, или $dE_x = \sigma d\Omega$, где $d\Omega = dS \cos \alpha/r^2$ —

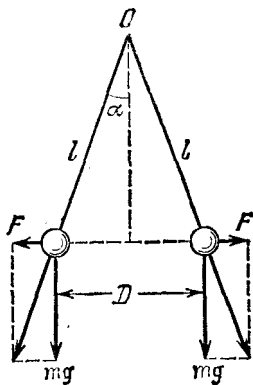


Рис. 4.

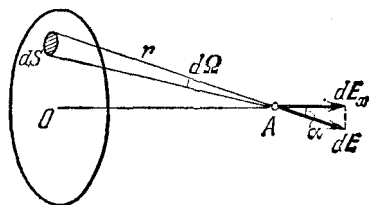


Рис. 5.

телесный угол, под которым площадка dS видна из точки A . Полное поле E найдется интегрированием выражения dE_x по телесному углу. Таким путем получаем

$$E = \sigma\Omega, \quad (3.6)$$

где Ω — полный телесный угол, под которым диск виден из точки A . В частности, когда радиус диска бесконечно велик (бесконечная заряженная плоскость),

$$E = 2\pi\sigma. \quad (3.7)$$

3. Один из опытов Кулона, с помощью которого он убедился, что сила притяжения между двумя разноименными точечными зарядами обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними, состоял в следующем. В окрестности маленького заряженного шарика подвешивалась на нити небольшая горизонтальная шеллаковая стрелка, на одном конце которой был прикреплен небольшой электрически заряженный кружок из золотой бумаги. Измерялся период малых колебаний стрелки T в зависимости от ее расстояния r до заряженного шарика. Предполагая справедливый закон Кулона, найти зависимость периода колебаний стрелки от указанного расстояния и от других параметров системы. Длина стрелки l очень мала по сравнению с расстоянием r .

Ответ. $T = 2\pi r \sqrt{\frac{2I}{q_1 q_2 l}}$, где q_1 и q_2 — заряды шарика и кружка, а I — момент инерции стрелки.