

§ 9. Теорема Ирншоу

1. Для равновесия системы точечных электрических зарядов необходимо и достаточно, чтобы сила, действующая на каждый заряд, обращалась в нуль. Примером, где это условие соблюдается, может служить система двух одинаковых точечных зарядов q и q , посередине между которыми помещен заряд противоположного знака $-q/4$ (рис. 28). Другие примеры приводятся в задаче к этому параграфу. На вопрос об устойчивости такого равновесия дает ответ *теорема Ирншоу*. Согласно этой теореме *всякая равновесная конфигурация покоящихся точечных электрических зарядов неустойчива, если на них, кроме кулоновских сил притяжения и отталкивания, никакие другие силы не действуют*.

Теорема Ирншоу является следствием теоремы Гаусса. Допустим, что какая-то система неподвижных точечных зарядов находится в устойчивом равновесии. Рассмотрим произвольный заряд q этой системы, находящийся в равновесии в положении A (рис. 29).

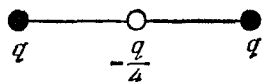


Рис. 28.

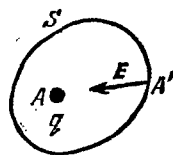


Рис. 29.

Предположим для определенности, что заряд q положителен (в случае отрицательного заряда доказательство аналогично). Если заряд q сместится в бесконечно близкую точку A' , то ввиду предположенной устойчивости равновесия должна возникнуть сила, направленная к точке A и стремящаяся вернуть заряд снова в ту же точку. Пусть E — электрическое поле, создаваемое всеми зарядами, за исключением заряда q . В точке A' оно должно быть направлено к A , каково бы ни было направление смещения AA' . Окружим заряд q произвольной замкнутой поверхностью S и притом такой, чтобы все прочие заряды были расположены во внешнем пространстве по отношению к этой поверхности. На поверхности S поле E направлено к точке A , а потому поток вектора E через поверхность S отрицателен. Но это противоречит теореме Гаусса. Последняя требует, чтобы указанный поток был равен нулю, поскольку он создается зарядами, расположенными вне S . Получившееся противоречие и доказывает теорему Ирншоу.

Если помимо электрических сил в системе действуют какие-либо другие силы, то равновесие может оказаться устойчивым. Возьмем, например, три одинаковых и одинаково заряженных шарика. Два из них закрепим на концах цилиндрической трубки

из изолятора, а третий поместим посередине между ними (рис. 30). Пусть средний шарик может скользить внутри трубки без трения. Тогда в среднем положении он будет находиться в устойчивом равновесии.

2. Теорема Гаусса справедлива и для гравитационных полей. Однако в этом случае все силы являются *силами притяжения*. Равновесных конфигураций материальных точек, притягивающихся по закону всемирного тяготения Ньютона, не существует, и теорема Ирншоу лишена содержания. Это очевидно для системы из двух материальных точек. Если в некоторый момент времени обе точки находятся в покое, то силы притяжения между ними приведут их в движение, пока обе точки не сольются в одном месте. Рассмотрим теперь произвольное число материальных точек (рис.



Рис. 30.

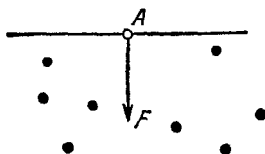


Рис. 31.

31). В любой момент времени в системе можно найти такую крайнюю точку A , что все прочие материальные точки окажутся расположенными по одну сторону какой-то плоскости, проходящей через A . Сила F , действующая на A , будет направлена в сторону пространства, в котором расположены прочие материальные точки. Если точка A в рассматриваемый момент времени находится в покое, то под действием силы F она придет в движение, т. е. равновесие будет нарушено. Возможность равновесных конфигураций неподвижных электрических зарядов связана с тем, что имеются заряды обоих знаков, встречаются как силы притяжения, так и силы отталкивания.

3. Атомы химических элементов состоят из положительно заряженных атомных ядер и окружающих их отрицательно заряженных электронов. Размеры атомов порядка 10^{-8} см. Размеры атомных ядер и электронов примерно в 10^5 раз меньше, т. е. пренебрежимо малы по сравнению с размерами атомов. Таким образом, атом с большой точностью может рассматриваться как система, состоящая из точечных электрически заряженных частиц. К такой системе применима теорема Ирншоу. Атомы, несомненно, являются устойчивыми системами. Поэтому электроны и атомные ядра, из которых они состоят, не могут находиться в покое. Для объяснения *устойчивости* атомных систем в классической физике была введена *планетарная модель атома*. По этой модели электроны вращаются вокруг ядра подобно планетам, вращающимся вокруг

Солнца. Однако планетарная модель атома оказалась также неустойчивой. Электрон, вращающийся вокруг ядра, движется ускоренно. А по законам классической электродинамики *ускоренно движущийся заряд излучает электромагнитные волны*. Непрерывно растрачивая энергию на излучение, вращающийся электрон в конце концов должен был бы упасть на ядро. Классическая физика оказалась неспособной объяснить устойчивость атома. Объяснение было дано только квантовой механикой.

ЗАДАЧА

Одинаковые (по величине и по знаку) точечные заряды помещены в вершинах правильного 1) треугольника, 2) четырехугольника, 3) шестиугольника. Какой заряд Q противоположного знака надо поместить в центре системы, чтобы она находилась в равновесии?

Ответ. 1) $Q = -q/\sqrt{3}$; 2) $Q = -1/2(\sqrt{2} + 1/2)q$;
3) $Q = -(5/4 + 1/\sqrt{3})q$.

§ 10. Электрическое поле в веществе

1. Размеры атомных ядер и электронов примерно в сто тысяч раз меньше размеров самих атомов. На долю заряженных частиц приходится ничтожная (примерно 10^{-15}) часть занимаемого телом пространства. Весь остальной объем тела составляет вакуум. Атомные ядра и электроны возбуждают в нем электромагнитные поля. Поле в промежутках между атомами и электронами, а также внутри этих частиц необычайно сложно меняется в пространстве и во времени. Такое поле называется *микроскопическим* или, короче, *микрополем*. Столь же сложно меняется плотность распределения электричества. Она очень велика внутри атомных ядер и электронов и обращается в нуль в промежутках между ними. Такая плотность также называется *микроскопической* или *микроплотностью*. Микроскопические величины обозначаются посредством $E_{\text{микро}}$, $\rho_{\text{микро}}$ и т. п. Их нельзя измерить путем внесения в вещество пробного заряда. Наименьшим зарядом является элементарный заряд e (заряд электрона). А такой заряд существенно исказил бы микрополе и распределение электричества в атомной системе. Таким образом, введение $E_{\text{микро}}$, $\rho_{\text{микро}}$ и прочих микроскопических величин встречает определенную трудность принципиального порядка. Можно поставить под сомнение принципиальную возможность самого описания поля с помощью микроскопических величин типа $E_{\text{микро}}$, $\rho_{\text{микро}}$ и т. п. Тем не менее классическая физика допускает такую возможность. Г. А. Лорентц показал, как, исходя из представления о микрополе, можно прийти к уравнениям для описания *макроскопических процессов* в телах. Такой подход к макроскопическим уравнениям электродинамики принят и в настоящем руководстве. Разумеется, справедливость макроскопических уравне-