Солнца. Однако планетарная модель атома оказалась также неустойчивой. Электрон, вращающийся вокруг ядра, движется ускоренно. А по законам классической электродинамики *ускоренно движущийся заряд излучает электромагнитные волны.* Непрерывно растрачивая энергию на излучение, вращающийся электрон в конце концов должен был бы упасть на ядро. Классическая физика оказалась неспособной объяснить устойчивость атома. Объяснение было дано только квантовой механикой.

ЗАДАЧА

Одинаковые (по величине и по знаку) точечные заряды помещены в вершинах правильного 1) треугольника, 2) четырехугольника, 3) шестиугольника. Какой заряд Q противоположного знака надо поместить в центре системы, чтобы она находилась в равновесии?

Ответ. 1) $Q=-q/\sqrt{3}$; 2) $Q=-{}^1/_2(\sqrt{2}+1/2)\,q$; 3) $Q=-(5/4+1/\sqrt{3})\,q$.

§ 10. Электрическое поле в веществе

1. Размеры атомных ядер и электронов примерно в сто тысяч раз меньше размеров самих атомов. На долю заряженных частиц приходится ничтожная (примерно 10^{-15}) часть занимаемого телом пространства. Весь остальной объем тела составляет вакуум. Атомные ядра и электроны возбуждают в нем электромагнитные поля. Поле в промежутках между атомами и электронами, а также внутри этих частиц необычайно сложно меняется в пространстве и во времени. Такое поле называется *микроскопическим* или, короче, *микрополем.* Столь же сложно меняется плотность распределения электричества. Она очень велика внутри атомных ядер и электронов и обращается в нуль в промежутках между ними. Такая плотность также называется *микроскопической* или *микроплотностью.* Микроскопические величины обозначаются посредством $E_{\text{микро}}$, $\rho_{\text{микро}}$ и т. п. Их нельзя измерить путем внесения в вещество пробного заряда. Наименьшим зарядом является элементарный заряд e (заряд электрона). А такой заряд существенно исказил бы микрополе и распределение электричества в атомной системе. Таким образом, введение $\boldsymbol{E}_{\text{микро}}$, $\rho_{\text{микро}}$ и прочих микроскопических величин встречает определенную трудность принципиального порядка. Можно поставить под сомнение принципиальную возможность самого описания поля с помощью микроскопических величин типа $\boldsymbol{E}_{\text{микро}}$, $\rho_{\text{микро}}$ и т. п. Тем не менее классическая физика допускает такую возможность. Г. А. Лоренц показал, как, исходя из представления о микрополе, можно прийти к уравнениям для описания *макроскопических процессов* в телах. Такой подход к макроскопическим уравнениям электродинамики принят и в настоящем руководстве. Разумеется, справедливость макроскопических уравне-

ний электродинамики еще не означает, что полностью верна и та микрокартина, которая была положена в основу вывода этих уравнений.

2. Задание микроскопических величин в каждой точке пространства и в каждый момент времени дало бы наиболее детальное описание поля. Однако практически (а может быть, и принципиально) оно неосуществимо. Для многих целей достаточно более простое и несравненно более грубое описание, которым пользуется макроскопическая электродинамика. Она отвлекается от атомистического строения электричества и связанных с ним мелкомасштабных изменений поля, происходящих на ядерных и атомных расстояниях. Она принимает во внимание только изменения поля на макроскопических расстояниях. Она оперирует со сглаженными полями и распределениями электричества, плавно меняющимися в пространстве и во времени. Такие поля называются *средними* или *макроскопическими полями* (короче, *макрополями*). Напряженность электрического макрополя будем обозначать посредством $\boldsymbol{E}_{\text{макро}}$, или, короче, $\boldsymbol{E}$.

Описание поля в веществе посредством величин типа $\boldsymbol{E}_{\text{микро}}$, $\rho_{\text{микро}}$ и т. д. аналогично детальному механическому описанию движения вещества, в котором указывается положение и скорость каждой молекулы и составляющих ее частиц в любой момент времени. Описание с помощью макроскопических величин, напротив, аналогично гидродинамическому рассмотрению движения жидкости как сплошной среды. При таком рассмотрении распределение вещества в пространстве характеризуется объемной плотностью его, а движение — скоростью гидродинамического потока $\boldsymbol{v}$ как непрерывными функциями времени и пространственных координат. Молекулярные силы учитываются также суммарно — посредством внутренних давлений и касательных напряжений, возникающих при движении жидкости.

Дадим теперь более точное количественное определение макроскопического поля $\boldsymbol{E}$. Под $\boldsymbol{E}$ мы будем понимать микрополе $\boldsymbol{E}_{\text{микро}}$, усредненное по физически бесконечно малым объемам пространства. Чтобы вычислить макроскопическое поле $\boldsymbol{E}$ в какой-либо точке пространства, надо взять физически бесконечно малый объем V, внутри которого находится эта точка, проинтегрировать вектор $\boldsymbol{E}_{\text{микро}}$ по этому объему и значение интеграла разделить на величину объема V:

$$\boldsymbol{E} = \frac{1}{V} \int\limits_V \boldsymbol{E}_{\text{микро}}\, dV. \tag{10.1}$$

Так же определяется макроскопическая плотность $\overline{\rho} = \langle \rho_{\text{микро}} \rangle$ и любая другая макроскопическая величина. Результат вычисления практически не должен зависеть от величины и формы объема V. Для этого необходимо, чтобы внутри объема V содержалось еще очень много атомов. В то же время объем V должен быть настолько малым, чтобы с ним, а также с любыми линейными размерами его можно было обращаться, как с математическими дифференциалами. Объемы V, удовлетворяющие обоим этим условиям, и называются *физически бесконечно малыми*. Усреднение по таким объемам в смысле операции (10.1) сглаживает все нерегулярные и быстро меняющиеся вариации микрополя на расстояниях порядка атомных, но сохраняет плавные изменения его на макроскопических расстояниях.

3. Уравнения макроскопического поля могут быть получены из уравнений для микроскопического поля. Если те и другие уравнения представить в дифференциальной форме, то возникает вопрос: как связаны между собой производные обоих полей? На этот вопрос отвечает математическая формула

$$\frac{\partial \langle A \rangle}{\partial x} = \left\langle \frac{\partial A}{\partial x} \right\rangle. \tag{10.2}$$

Она утверждает, что усреднение и дифференцирование по координате можно переставлять местами. То же справедливо и для дифференцирования по времени. Для доказательства запишем формулу типа (10.1) более подробно:

$$\langle A(\boldsymbol{r}) \rangle = \frac{1}{V} \int A(\boldsymbol{r}')\, dV'. \tag{10.3}$$

В соседней точке

$$\langle A(\boldsymbol{r} + \Delta \boldsymbol{r}) \rangle = \frac{1}{V} \int A(\boldsymbol{r}' + \Delta \boldsymbol{r}')\, dV'.$$

Поскольку результат усреднения не зависит от величины и формы области интегрирования, последнюю мы выбрали одинаковой в обоих случаях. Элементы объема также можно выбрать одинаковыми. Тогда

$$\langle A(\boldsymbol{r} + \Delta \boldsymbol{r}) \rangle - \langle A(\boldsymbol{r}) \rangle = \frac{1}{V} \int\limits_V [A(\boldsymbol{r}' + \Delta \boldsymbol{r}) - A(\boldsymbol{r}')]\, dV'.$$

Выберем теперь вектор $\Delta \boldsymbol{r}$ так, чтобы он был параллелен оси X, т. е. положим $\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{i}\, \Delta x$. Разделив последнее соотношение на Δx и перейдя к пределу $\Delta x \to 0$, получим

$$\frac{\partial \langle A \rangle}{\partial x} = \frac{1}{V} \int\limits_V \frac{\partial A(\boldsymbol{r}')}{\partial x'}\, dV',$$

а это и есть формула (10.2). Аналогично, дифференцируя выражение (10.3) по времени как параметру, найдем

$$\frac{\partial \langle A \rangle}{\partial t} = \left\langle \frac{\partial A}{\partial t} \right\rangle. \tag{10.4}$$

Примем теперь, что для микроскопического поля справедлива теорема Гаусса в виде

$$\operatorname{div} \boldsymbol{E}_{\text{микро}} = 4\pi\rho_{\text{микро}}. \tag{10.5}$$

Усредняя соотношение и принимая во внимание, что $\langle \operatorname{div} \boldsymbol{E}_{\text{микро}} \rangle = \operatorname{div} \langle \boldsymbol{E}_{\text{микро}} \rangle \equiv \operatorname{div} \boldsymbol{E}$, получим

$$\operatorname{div} \boldsymbol{E} = 4\pi\bar{\rho}, \tag{10.6}$$

где $\bar{\rho}$ — средняя (макроскопическая) плотность электричества в веществе, т. е. $\bar{\rho} = \langle \rho_{\text{микро}} \rangle$. Это — *дифференциальная форма теоремы Гаусса в веществе.* Она справедлива не только в электростатике, но и во всей макроскопической электродинамике.

4. При рассмотрении электрических явлений в веществе очень важно иметь правильное представление о порядке величин сил, действующих между протонами и электронами. Эти силы очень велики по сравнению с гравитационными силами притяжения между теми же частицами. Вычислим, например, отношение силы электрического отталкивания двух протонов F_e к силе их гравитационного притяжения F_g. Заряд протона $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ СГСЭ-ед.заряда, масса $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-24}$ г. Используя эти данные, найдем

$$F_e/F_g = e^2/(Gm_p^2) = 1{,}24 \cdot 10^{36},$$

где $G = 6{,}67 \cdot 10^{-8}$ дин$\cdot$см^2/г^2 — гравитационная постоянная. Значение этого отношения не зависит от расстояния между взаимодействующими частицами, так как обе силы F_e и F_g меняются обратно пропорционально квадрату этого расстояния. Масса электрона $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-28}$ г, т. е. в 1836 раз меньше массы протона. Поэтому для электронов отношение рассматриваемых сил в 1836^2 раз больше и составляет $4{,}17 \cdot 10^{42}$.

Что было бы, если бы Земля потеряла все свои электроны? Число протонов в Земле практически равно числу нейтронов. Поэтому каждый протон отталкивался бы от Земли с силой, превышающей его собственный вес в $0{,}62 \cdot 10^{36}$ раз. Эта сила равна весу груза в миллион тонн! Столь чудовищно большие силы не проявляются только потому, что в обычных условиях тела *электрически нейтральны.* Положительные заряды атомных ядер почти полностью скомпенсированы отрицательными зарядами электронов. При электризации тел нарушения такой компенсации ничтожны. Допустим, например, что шарику с радиусом $a = 1$ см сообщен заряд $q = 100$ СГСЭ-ед. $= \frac{1}{3} \cdot 10^{-7}$ Кл. Это довольно большой заряд. (Напряженность поля у поверхности шарика составит $E = q/a^2 = 100$ СГСЭ-ед. $= 30\,000$ В/см. А при разности потенциалов 30 000 В между металлическими шариками такого размера в сухом воздухе проскакивает электрическая искра, если расстояние между ними 1 см и шарики находятся в воздухе при нормальных давлении и температуре.) Если заряд q положителен, то для такой электризации от шарика надо отнять $n_e = q/e \approx 2 \cdot 10^{11}$ электронов. Пусть масса шарика $M = 30$ г. Тогда сумма содержащихся в нем протонов и нейтронов будет $N_p + N_n = \frac{M}{m_p} = \frac{30}{1{,}67 \cdot 10^{-24}} \approx \approx 2 \cdot 10^{25}$. Превышение протонов над электронами ничтожно и составляет всего $n_e/N_p \sim 10^{-14}$ от общего числа протонов. Уменьшение массы шарика из-за электризации составляет $n_e m_e \approx 2 \cdot 10^{-16}$ г, т. е. примерно 10^{-17} массы самого шарика. Такое уменьшение массы не может быть обнаружено даже на самых чувствительных весах. Допустим теперь, что при электризации электроны были удалены от поверхностного слоя шарика. Оценим его толщину δ. Общее число протонов и нейтронов в слое будет $\sim n_e$, а масса слоя $\Delta M \sim \sim n_e m_p \sim 10^{-13}$ г. Так как $\Delta M/M = 3\delta/a$, то получаем $\delta \sim 10^{-15}$ см.

5. При внесении тела в электрическое поле легкие электроны испытывают смещения против поля. Смещения атомных ядер по сравнению с ними пренебрежимо малы. Происходит частичное разделение положительных и отрицательных зарядов. В отдельных местах тела появляются макроскопические заряды различных знаков. Явление называется *электрической индукцией* или *влиянием*, а появившиеся в результате разделения заряды — *индукционными зарядами*. К возникновению индукционных зарядов и сводится влияние вещества на электрическое поле. Индукционные заряды создают дополнительное электрическое поле, накладывающееся на поле первичных зарядов. Если известны все первичные и индукционные заряды, то при вычислении полного электрического поля можно «забыть» о наличии вещества. Полное поле найдется суперпозицией кулоновых полей, возбуждаемых в вакууме всеми первичными и индукционными зарядами.

§ 11. Проводники в электрическом поле

1. Смещения электрических зарядов в металлах и изоляторах носят совершенно различный характер. В металлах имеются *свободные электроны*, которые в пределах тела могут перемещаться на какие угодно расстояния. Поэтому индукционные заряды, возникающие в электрическом поле на противоположных концах тела, могут быть механически отделены друг от друга. Возьмем два металлических цилиндра A и B, установленных на изолирующих подставках и соединенных с электроскопами (рис. 32). Сблизим их до соприкосновения. Если поднести заряженный шар C, то стрелки обоих электроскопов отклонятся. При удалении шара C отклонение пропадает. Раздвинем теперь цилиндры A и B в присутствии влияющего тела C, а затем тело C удалим. Электрические заряды на A и B, а также на стержнях и стрелках электроскопов сохранятся. Если шар C был заряжен положительно,