поляризационных зарядов. Выделим мысленно в диэлектрике произвольный объем V, ограниченный замкнутой поверхностью S (рис. 45). Заряд, смещенный при поляризации через площадку dS в отрицательном направлении нормали $\boldsymbol{n}$, согласно формуле (12.2) равен $-P_n dS$. Через всю поверхность S внутрь объема V при поляризации поступает поляризационный заряд

$$q_{\text{пол}} = -\oint P_n\,dS = -\oint (\boldsymbol{P}\,d\boldsymbol{S}). \tag{12.3}$$

Если поляризация однородна, то $q_{\text{пол}} = 0$.

§ 13. Теорема Гаусса для диэлектриков

1. Как выяснено в § 11, влияние диэлектрика на электрическое поле сводится к действию поляризационных зарядов. Поэтому к диэлектрикам можно применить соотношение (5.5), добавив при этом к свободным зарядам q поляризационные заряды $q_{\text{пол}}$:

$$\oint E_n\,dS = 4\pi\,(q + q_{\text{пол}}). \tag{13.1}$$

Подставив сюда значение $q_{\text{пол}}$ из формулы (12.3), получим

$$\oint (E_n + 4\pi P_n)\,dS = 4\pi q. \tag{13.2}$$

Введем новый вектор

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{E} + 4\pi\boldsymbol{P}, \tag{13.3}$$

называемый *вектором электрической индукции*. Тогда

$$\oint D_n\,dS = 4\pi q. \tag{13.4}$$

Это и есть *теорема Гаусса для электрического поля в диэлектрике*. Мы видим, что поток вектора $\boldsymbol{D}$ через замкнутую поверхность определяется *только свободными зарядами*. Этим и оправдывается введение вектора $\boldsymbol{D}$. В вакууме векторы $\boldsymbol{D}$ и $\boldsymbol{E}$ совпадают.

2. В дифференциальной форме соотношение (13.4) имеет вид

$$\operatorname{div}\boldsymbol{D} = 4\pi\rho, \tag{13.5}$$

где ρ — объемная плотность *свободных* зарядов. Нелишне напомнить, что теоремы (13.4) и (13.5) справедливы не только в электростатике. Они постулируются также для переменных во времени полей. Эти теоремы входят как составные части в систему фундаментальных электродинамических уравнений Максвелла.

Подставив в (13.5) выражение (13.3), получим

$$\operatorname{div}\boldsymbol{E} = 4\pi\,(\rho - \operatorname{div}\boldsymbol{P}).$$

Но для той же величины можно написать

$$\operatorname{div}\boldsymbol{E} = 4\pi\,(\rho + \rho_{\text{пол}}).$$

Следовательно,

$$\rho_{\text{пол}} = -\operatorname{div} \boldsymbol{P}. \tag{13.6}$$

3. Теорема Гаусса для вектора индукции в диэлектрике имеет такой же вид, как и для напряженности электрического поля в вакууме. Поэтому все математические соотношения, полученные из нее для вакуума, сохраняют силу и для однородного диэлектрика. Надо только вектор $\boldsymbol{E}$ заменить вектором $\boldsymbol{D}$. Таким путем из формул (6.1)—(6.3) и (6.5) получаем, например,

$$D = 2\pi\sigma, \tag{13.7}$$

$$D = \begin{cases} 4\pi\rho x & \text{внутри пластинки,} \\ 4\pi\rho a & \text{вне пластинки,} \end{cases} \tag{13.8}$$

$$D = \begin{cases} {}^4/_3\pi\rho r & \text{внутри шара,} \\ {}^4/_3\pi\rho \dfrac{a^3}{r^2} & \text{вне шара.} \end{cases} \tag{13.9}$$

Индукция точечного заряда в однородном диэлектрике определяется выражением

$$\boldsymbol{D} = \frac{q}{r^3}\boldsymbol{r}. \tag{13.10}$$

§ 14. Граничные условия

1. Из соотношения (5.5) мы получили граничное условие (6.9), которому должны удовлетворять нормальные составляющие вектора $\boldsymbol{E}$ на заряженной поверхности. Поступая совершенно так же, из теоремы Гаусса для диэлектриков (13.4) получаем следующее условие на границе раздела двух диэлектриков:

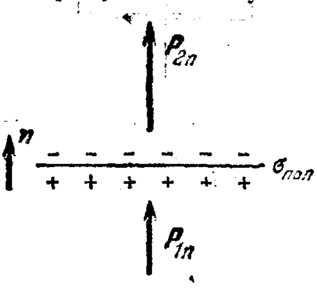

Рис. 46.

$$D_{2n} - D_{1n} = 4\pi\sigma, \tag{14.1}$$

где σ — поверхностная плотность свободных зарядов на этой границе.

Отличие формулы (14.1) от аналогичной формулы (6.9) обусловлено влиянием поляризационных зарядов, появляющихся на границе диэлектриков. Поверхностная плотность поляризационных зарядов равна $\sigma_{\text{пол}} = P_{1n} - P_{2n}$ (рис. 46). Учитывая ее, получаем $E_{2n} - E_{1n} = 4\pi(\sigma + \sigma_{\text{пол}})$, или

$$(E_{2n} + 4\pi P_{2n}) - (E_{1n} + 4\pi P_{1n}) = 4\pi\sigma, \tag{14.2}$$

а эта формула тождественна с (14.1).