Следовательно,

$$\rho_{пол} = -\operatorname{div} \boldsymbol{P}. \tag{13.6}$$

3. Теорема Гаусса для вектора индукции в диэлектрике имеет такой же вид, как и для напряженности электрического поля в вакууме. Поэтому все математические соотношения, полученные из нее для вакуума, сохраняют силу и для однородного диэлектрика. Надо только вектор $\boldsymbol{E}$ заменить вектором $\boldsymbol{D}$. Таким путем из формул (6.1)—(6.3) и (6.5) получаем, например,

$$D = 2\pi\sigma, \tag{13.7}$$

$$D = \begin{cases} 4\pi\rho x & \text{внутри пластинки,} \\ 4\pi\rho a & \text{вне пластинки,} \end{cases} \tag{13.8}$$

$$D = \begin{cases} {}^4/_3\pi\rho r & \text{внутри шара,} \\ {}^4/_3\pi\rho\,\dfrac{a^3}{r^2} & \text{вне шара.} \end{cases} \tag{13.9}$$

Индукция точечного заряда в однородном диэлектрике определяется выражением

$$\boldsymbol{D} = \frac{q}{r^3}\boldsymbol{r}. \tag{13.10}$$

§ 14. Граничные условия

1. Из соотношения (5.5) мы получили граничное условие (6.9), которому должны удовлетворять нормальные составляющие вектора $\boldsymbol{E}$ на заряженной поверхности. Поступая совершенно так же, из теоремы Гаусса для диэлектриков (13.4) получаем следующее условие на границе раздела двух диэлектриков:

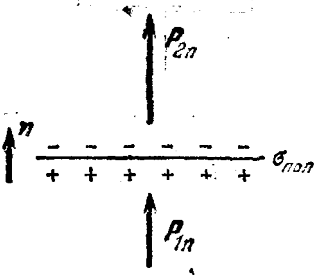

Рис. 46.

$$D_{2n} - D_{1n} = 4\pi\sigma, \tag{14.1}$$

где σ — поверхностная плотность свободных зарядов на этой границе.

Отличие формулы (14.1) от аналогичной формулы (6.9) обусловлено влиянием поляризационных зарядов, появляющихся на границе диэлектриков. Поверхностная плотность поляризационных зарядов равна $\sigma_{пол} = P_{1n} - P_{2n}$ (рис. 46). Учитывая ее, получаем $E_{2n} - E_{1n} = 4\pi(\sigma + \sigma_{пол})$, или

$$(E_{2n} + 4\pi P_{2n}) - (E_{1n} + 4\pi P_{1n}) = 4\pi\sigma, \tag{14.2}$$

а эта формула тождественна с (14.1).

В частности, вектор индукции в диэлектрике на границе с проводником определяется выражением

$$\boldsymbol{D} = 4\pi\sigma\boldsymbol{n}. \qquad (14.3)$$

Здесь единичная нормаль $\boldsymbol{n}$ проведена от металла к диэлектрику.

Если на границе раздела нет свободных зарядов, то

$$D_{1n} = D_{2n}. \qquad (14.4)$$

Таким образом, при переходе через незаряженную границу двух диэлектриков нормальная составляющая вектора $\boldsymbol{D}$ остается непрерывной. Что касается вектора E, то на любой границе остаются непрерывными его тангенциальные составляющие:

$$E_{1t} = E_{2t}. \qquad (14.5)$$

Это утверждение доказывается так же, как и для поля в вакууме (см. § 6, а также § 17).

Рис. 47.

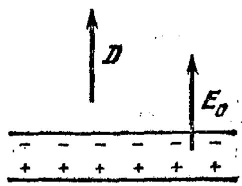

Рис. 48.

2. Пользуясь граничными условиями (14.4) и (14.5), можно указать принципиальный способ измерения векторов $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{D}$ в диэлектрике. Обычный метод измерения $\boldsymbol{E}$ по силе, действующей на пробный заряд, годится для поля в вакууме, а к веществу применим не всегда. Дело в том, что выражение для действующей силы $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$ справедливо в вакууме, а в веществе в лучшем случае является приближенным. Кроме того, внесение пробного заряда в вещество может оказаться просто невозможным, например, при необходимости измерить напряженность или индукцию поля в твердом диэлектрике. Единственный *принципиальный способ* измерения векторов $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{D}$ внутри поля, пригодный во всех случаях, состоит в том, чтобы в теле сделать *полость* и внести в нее пробный заряд. Однако измеренное таким путем поле, вообще говоря, не будет совпадать ни с вектором $\boldsymbol{E}$, ни с вектором $\boldsymbol{D}$. Результат зависит *от формы полости*. Только для полостей специальной формы измерение непосредственно дает $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{D}$. Рассмотрим два случая.

Случай 1. Полость имеет форму очень длинного и тонкого цилиндрического канала, параллельного полю $\boldsymbol{E}$ (рис. 47). Количество вещества внутри канала бесконечно мало. Его удаление из этого канала меняет электрическое поле в окружающем диэлектрике бесконечно мало. На концах канала появляются лишь поляризационные заряды, влияние которых на электрическое поле вдали от этих концов пренебрежимо мало. Из соображений симметрии следует, что поле в канале $\boldsymbol{E}_0$ параллельно наружному полю $\boldsymbol{E}$.

Поэтому из граничного условия (14.5) получаем $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0$. Таким образом, измерение $\boldsymbol{E}$ сводится к измерению $\boldsymbol{E}_0$.

Случай 2. Полость имеет форму бесконечно короткого цилиндра с основаниями, перпендикулярными к вектору $\boldsymbol{D}$ (рис. 48). Как и в предыдущем случае, удаление вещества из такой бесконечно малой полости сказывается на поле в окружающем диэлектрике также бесконечно мало. Действительно, на границах полости появляются поляризационные заряды противоположных знаков. Вне полости поля этих зарядов почти полностью компенсируют друг друга. Однако внутри полости поля поляризационных зарядов усиливают друг друга, что существенно меняет поле в полости. Внутри полости электрическое поле $\boldsymbol{E}_0$, ввиду симметрии, перпендикулярно к ее основаниям. В полости напряженность и индукция поля совпадают ($\boldsymbol{E}_0 = \boldsymbol{D}_0$). Поэтому из граничного условия (14.4) получаем $\boldsymbol{D} = \boldsymbol{E}_0$. Измерение $\boldsymbol{D}$ сводится к измерению $\boldsymbol{E}_0$.

§ 15. Поляризуемость и диэлектрическая проницаемость

1. Одним из фундаментальных уравнений электростатики является теорема Гаусса (13.4) или (13.5). Второе фундаментальное уравнение электростатики будет сформулировано в § 17 при введении понятия потенциала. В вакууме, где поле характеризуется одним только вектором $\boldsymbol{E}$, этих уравнений достаточно. Они образуют *полную систему* уравнений электростатики. В веществе к вектору $\boldsymbol{E}$ надо добавить еще один вектор ($\boldsymbol{P}$ или $\boldsymbol{D}$). Поэтому уравнения электростатики надо дополнить еще одним векторным уравнением. Принципиальный способ получения такого уравнения содержится в самом определении вектора поляризации $\boldsymbol{P}$. Если известна атомная структура вещества, то в принципе можно рассчитать смещения электронов и атомных ядер, которые они получают при внесении вещества в электрическое поле. После этого можно вычислить вектор $\boldsymbol{P}$ и тем самым получить недостающее уравнение. Ясно, что в зависимости от конкретных условий таким путем должны получаться весьма разнообразные и сложные соотношения. Универсальной связи между векторами $\boldsymbol{P}$ и $\boldsymbol{E}$, пригодной для всех веществ, не существует. Здесь мы не можем идти по указанному пути. Мы получим недостающее уравнение, опираясь на опыт.

2. Опыт показывает, что для обширного класса диэлектриков и широкого круга явлений связь между векторами $\boldsymbol{P}$ и $\boldsymbol{E}$ *линейна* и *однородна*. Такая закономерность объясняется тем, что напряженности макроскопических электрических полей обычно очень малы по сравнению с напряженностями микрополей внутри атомов и молекул (см. § 12, пункт 4). Если среда изотропна, то векторы $\boldsymbol{P}$ и $\boldsymbol{E}$ коллинеарны и можно написать

$$\boldsymbol{P} = \alpha \boldsymbol{E}, \tag{15.1}$$