

Поэтому из граничного условия (14.5) получаем $E = E_0$. Таким образом, измерение E сводится к измерению E_0 .

С л у ч а й 2. Полость имеет форму бесконечно короткого цилиндра с основаниями, перпендикулярными к вектору D (рис. 48). Как и в предыдущем случае, удаление вещества из такой бесконечно малой полости сказывается на поле в окружающем диэлектрике также бесконечно мало. Действительно, на границах полости появляются поляризационные заряды противоположных знаков. Вне полости поля этих зарядов почти полностью компенсируют друг друга. Однако внутри полости поля поляризационных зарядов усиливают друг друга, что существенно меняет поле в полости. Внутри полости электрическое поле E_0 , ввиду симметрии, перпендикулярно к ее основаниям. В полости напряженность и индукция поля совпадают ($E_0 = D_0$). Поэтому из граничного условия (14.4) получаем $D = E_0$. Измерение D сводится к измерению E_0 .

§ 15. Поляризуемость и диэлектрическая проницаемость

1. Одним из фундаментальных уравнений электростатики является теорема Гаусса (13.4) или (13.5). Второе фундаментальное уравнение электростатики будет сформулировано в § 17 при введении понятия потенциала. В вакууме, где поле характеризуется одним только вектором E , этих уравнений достаточно. Они образуют *полную систему* уравнений электростатики. В веществе к вектору E надо добавить еще один вектор (P или D). Поэтому уравнения электростатики надо дополнить еще одним векторным уравнением. Принципиальный способ получения такого уравнения содержится в самом определении вектора поляризации P . Если известна атомная структура вещества, то в принципе можно рассчитать смещения электронов и атомных ядер, которые они получают при внесении вещества в электрическое поле. После этого можно вычислить вектор P и тем самым получить недостающее уравнение. Ясно, что в зависимости от конкретных условий таким путем должны получаться весьма разнообразные и сложные соотношения. Универсальной связи между векторами P и E , пригодной для всех веществ, не существует. Здесь мы не можем идти по указанному пути. Мы получим недостающее уравнение, опираясь на опыт.

2. Опыт показывает, что для обширного класса диэлектриков и широкого круга явлений связь между векторами P и E *линейна* и *однородна*. Такая закономерность объясняется тем, что напряженности макроскопических электрических полей обычно очень малы по сравнению с напряженностями микрополей внутри атомов и молекул (см. § 12, пункт 4). Если среда изотропна, то векторы P и E коллинеарны и можно написать

$$P = \alpha E, \quad (15.1)$$

где α — безразмерный коэффициент, называемый *поляризуемостью диэлектрика*. Он зависит от плотности и температуры диэлектрика. Связь между D и E записывается в виде

$$D = \epsilon E. \quad (15.2)$$

Новая безразмерная величина

$$\epsilon = 1 + 4\pi\alpha \quad (15.3)$$

называется *диэлектрической проницаемостью диэлектрика*. Этой величиной обычно и характеризуются индивидуальные свойства диэлектриков. Для вакуума $\alpha = 0$, $\epsilon = 1$.

3. В кристаллах направления векторов P и E не совпадают. Соотношение (15.1) заменяется более общей линейной однородной зависимостью:

$$\begin{aligned} P_x &= \alpha_{xx}E_x + \alpha_{xy}E_y + \alpha_{xz}E_z, \\ P_y &= \alpha_{yx}E_x + \alpha_{yy}E_y + \alpha_{yz}E_z, \\ P_z &= \alpha_{zx}E_x + \alpha_{zy}E_y + \alpha_{zz}E_z, \end{aligned}$$

или сокращенно:

$$P_i = \sum_j \alpha_{ij} E_j \quad (i, j = x, y, z). \quad (15.4)$$

Здесь α_{ij} — безразмерные коэффициенты, зависящие от выбора координатных осей. Совокупность этих девяти коэффициентов называется *тензором поляризуемости диэлектрика*. Аналогично,

$$D_i = \sum_j \epsilon_{ij} E_j \quad (i, j = x, y, z), \quad (15.5)$$

где ϵ_{ij} — новые безразмерные постоянные, образующие *тензор диэлектрической проницаемости вещества*. Они связаны с коэффициентами α_{ij} соотношениями

$$\epsilon_{ij} = \delta_{ij} + 4\pi\alpha_{ij}, \quad (15.6)$$

где δ_{ij} — единичный тензор, определяемый условиями: $\delta_{ij} = 1$ при $i = j$, $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$. Пользуясь законом сохранения энергии, можно доказать, что тензоры α_{ij} и ϵ_{ij} симметричны, т. е.

$$\alpha_{ij} = \alpha_{ji}, \quad \epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}. \quad (15.7)$$

4. Все приведенные приближенные соотношения, несмотря на их важность, не относятся к числу фундаментальных соотношений электростатики и электродинамики. Область применимости их ограничена. Существуют диэлектрики, к которым они неприменимы. Мы указывали уже, что ионные кристаллы могут быть поляризованы даже в отсутствие внешнего электрического поля. Другим примером тел, обладающих тем же свойством, могут служить *электреты*. Эти диэлектрики подобны постоянным магнитам. Они длительно сохраняют состояние поляризации и благодаря этому создают электрическое поле в окружающем пространстве. Электрет можно получить, поместив в сильное электрическое поле расплавленный диэлектрик, состоящий из полярных молекул. Подходящим веществом может служить смесь воска и смолы, помещаемая в электрическое поле порядка 10^6 В/м. После засты-

вания диэлектрика поле выключается. Застывший диэлектрик сохраняет поляризацию в течение нескольких часов и даже суток. Поляризация в конце концов исчезает благодаря медленным релаксационным процессам, идущим внутри диэлектрика. Существуют электреты, время жизни которых составляет многие годы. Приблизительно поведение электретов и аналогичных им диэлектриков в электрическом поле можно описать соотношением вида

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 + \alpha \mathbf{E}, \quad (15.8)$$

где величины \mathbf{P}_0 и α от напряженности поля \mathbf{E} не зависят.

5. Опишем еще демонстрационный опыт с лейденской банкой. Удобно взять банку, наружной обкладкой которой служит длинная металлическая трубка. В нее вставляется диэлектрическая трубка из кварца, а в последнюю — внутренняя обкладка, представляющая собой металлический стержень на изолирующей ручке. Заземлив наружную обкладку, банку заряжают от электростатической машины, затем отсоединяют от нее и разбирают. Внутренний стержень вытягивается за изолирующую ручку, вынимается кварцевая трубка, и обе металлические обкладки приводятся в контакт друг с другом. Теперь на обкладках зарядов нет. Если банку собрать снова, то она опять окажется заряженной. Такую операцию

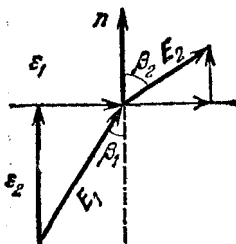


Рис. 49.

можно повторить многократно, и всякий раз после сборки банка оказывается заряженной. Это доказывает, что кварцевая трубка поляризована даже тогда, когда она не окружена заряженными обкладками. Поляризованный кварц создает в окружающем пространстве электрическое поле, которое и индуцирует электрические заряды на обкладках собранной банки.

Еще более сложные явления наблюдаются в так называемых сегнетоэлектриках (см. § 39). Здесь связь между векторами \mathbf{P} и \mathbf{E} нелинейна и зависит от предшествующей истории изменения поля.

Простейший случай, когда применимы формулы (15.1) и (15.2), является довольно распространенным и практически наиболее важным. В дальнейшем, если не оговорено противное, мы будем иметь дело именно с таким случаем.

6. Рассмотрим теперь поведение силовых линий при прохождении через границу раздела двух диэлектриков (рис. 49). Если на границе раздела нет свободных зарядов, то должны выполняться граничные условия

$$E_{1t} = E_{2t}, \quad \varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}.$$

Если ввести углы β_1 и β_2 между силовыми линиями и нормалью к границе раздела, то эти условия можно записать в виде

$$E_1 \sin \beta_1 = E_2 \sin \beta_2,$$

$$\epsilon_1 E_1 \cos \beta_1 = \epsilon_2 E_2 \cos \beta_2.$$

Из них получаем

$$\frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\operatorname{tg} \beta_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}. \quad (15.9)$$

Отсюда видно, что при переходе через границу раздела двух диэлектриков силовые линии испытывают *преломление*. При переходе из диэлектрика с меньшей ϵ в диэлектрик с большей ϵ угол β

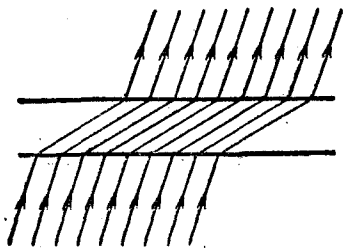


Рис. 50.

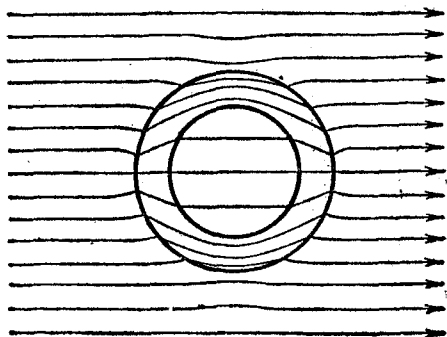


Рис. 51.

увеличивается, т. е. силовая линия удаляется от нормали к границе раздела. С этим связана концентрация (сгущение) силовых линий в диэлектрике с большей диэлектрической проницаемостью. Примером может служить диэлектрическая пластинка, внесенная в однородное электрическое поле (рис. 50).

Если полый диэлектрик с большой диэлектрической проницаемостью внести в электрическое поле, то из-за преломления силовые линии сконцентрируются преимущественно в стенках диэлектрика (рис. 51). Внутри полости они расположатся редко. Это значит, что поле в полости будет ослаблено по сравнению с наружным полем. Полость внутри диэлектрика, таким образом, обладает *экранирующим действием*. В этом отношении она ведет себя аналогично полости в металле. Однако, в отличие от металла, экранирование диэлектрика не полное. Чем больше диэлектрическая проницаемость, тем сильнее экранирующее действие.