§ 17. Потенциальность электростатического поля

1. Неподвижный точечный заряд Q возбуждает в вакууме электрическое поле $\boldsymbol{E}=\frac{Q}{r^3}\boldsymbol{r}$. Пусть в этом поле перемещается другой точечный заряд q, переходя из начального положения *1* в конечное положение *2* вдоль произвольной кривой *12* (рис. 53). Работа, совершаемая силами поля при таком перемещении, выражается криволинейным интегралом

$$A_{12}=\int\limits_{12} q\,(\boldsymbol{E}\,d\boldsymbol{r})=qQ\int\limits_{12}\frac{\boldsymbol{r}\,d\boldsymbol{r}}{r^3}.$$

Но $\boldsymbol{r}\,d\boldsymbol{r}=r\,dr$, в чем легко убедиться, дифференцируя тождество $\boldsymbol{r}^2=r^2$. Поэтому криволинейный интеграл сводится к определенному:

$$A_{12}=qQ\int\limits_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2}=qQ\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right). \qquad (17.1)$$

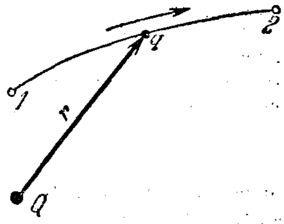

Рис. 53.

Таким образом, при любом выборе начальной и конечной точек *1* и *2* работа A_{12} не зависит от формы пути, а определяется только положениями этих точек. Силовые поля, удовлетворяющие такому условию, называются *потенциальными* или *консервативными* (см. т. I, § 24). Следовательно, *электростатическое поле точечного заряда есть поле потенциальное.*

Доказанное справедливо для электрического поля любой системы неподвижных точечных зарядов. Это непосредственно следует из принципа суперпозиции электрических полей и из известной теоремы механики, согласно которой работа результирующей силы равна сумме работ составляющих сил.

В общем случае любую систему зарядов можно мысленно разделить на достаточно малые части, каждая из которых может рассматриваться как точечный заряд. В число таких зарядов должны быть включены и индукционные заряды на проводниках и диэлектриках. Поэтому *всякое электростатическое поле, независимо от того, создается оно в вакууме или в веществе, является полем потенциальным.* Это было бы очевидно для микрополя $E_{\text{микро}}$, если бы возбуждающие его заряды были неподвижны. Макроскопическое поле $E_{\text{макро}}$ было бы также потенциально, так как оно получается из потенциального поля $E_{\text{микро}}$ путем его усреднения. Однако электроны и атомные ядра движутся, а электрические микрополя не потенциальны. Поэтому уравнения макроскопической электростатики в общем случае нельзя получить из уравнений электростатики для микрополей. Нужны уравнения микрополей для движущихся зарядов. Таковыми являются уравнения электронной теории Лорентца. Но мы не будем обосновывать электростатику с помощью уравнений электронной теории Лорентца. В конце концов, макроскопические уравнения Максвелла устанавливаются постулативно. А из этих уравнений, как будет видно из дальнейшего, непосредственно следует, что электростатическое макрополе потенциально.

2. Допустим, что в электростатическом поле заряд переносится из точки *1* в точку *2* сначала по пути *132*, а затем по пути *142* (рис. 54). В обоих случаях работы сил поля одинаковы: $A_{132} = A_{142}$. Если заряд переносится по замкнутому пути *13241*, то на участке *241* работа изменит знак: $A_{241} = -A_{142}$, а потому $A_{132} + A_{241} = A_{13241} = 0$. Значит, при перемещении заряда по любому замкнутому пути работа в электростатическом поле равна нулю. Если перемещаемый заряд единичный, то работа сводится к криволинейному интегралу $\oint \mathbf{E}\,d\mathbf{s}$. Такой интеграл называется *циркуляцией вектора* $\mathbf{E}$ по соответствующему замкнутому контуру. Таким образом, для любого замкнутого контура

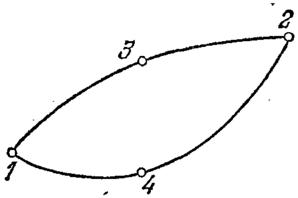

Рис. 54.

$$\oint \mathbf{E}\,d\mathbf{s} = 0. \qquad (17.2)$$

Это приводит к другому определению потенциальности поля, эквивалентному данному выше. *Векторное поле* $\mathbf{E}$ *называется потенциальным, если циркуляция вектора* $\mathbf{E}$ *по любому замкнутому контуру равна нулю.*

Уравнение (17.2) есть второе из фундаментальных уравнений электростатики, о которых говорилось в § 15.

3. Из уравнения (17.2) следует, что *силовые линии электростатического поля не могут быть замкнутыми.* Для доказательства допустим противное. Пусть силовая линия замкнута. Возьмем ее в качестве контура интегрирования C. При обходе этого контура в положительном направлении силовой линии подынтегральное выражение в интеграле $\oint \mathbf{E}\,d\mathbf{s}$, а с ним и самый интеграл существенно положительны. Это противоречит уравнению (17.2), что и доказывает наше утверждение.

Невозможны также квазизамкнутые силовые линии потенциального поля. Так мы называем силовые линии, обладающие следующим свойством. Силовая линия, выйдя из любой точки A, извивается и возвращается в сколь угодно малую окрестность той же точки, никогда, однако, не проходя точно через A. Для доказательства опять предположим противное. Пусть A и B — бесконечно близкие точки, через которые проходит силовая линия. Замкнем ее бесконечно малым отрезком, соединяющим эти точки. Так как интеграл $\int \mathbf{E}\,d\mathbf{s}$ вдоль этого отрезка также бесконечно мал, то для циркуляции $\oint \mathbf{E}\,d\mathbf{s}$ вдоль образовавшегося замкнутого контура получилась бы величина, отличная от нуля. А это невозможно.

4. С помощью формулы (17.2) можно строго доказать граничное условие (14.5) для вектора **E**. Пусть $ABCD$ — бесконечно малый прямоугольный контур, стороны которого AD и BC проходят по разные стороны границы раздела двух сред (рис. 55). Применим к нему формулу (17.2). Боковые стороны AB и CD возьмем бесконечно короткими по сравнению с AD и BC. Тогда можно пренебречь вкладом в циркуляцию, вносимым этими сторонами, и написать

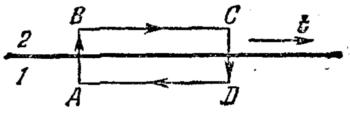

Рис. 55.

$$\oint\limits_{ABCD} \mathbf{E}\,d\mathbf{s} = (E_{2t} - E_{1t})\,l,$$

где l — длина стороны BC или равной ей стороны AD. Из обращения в нуль этой циркуляции получаем

$$E_{1t} = E_{2t}. \tag{17.3}$$

§ 18. Электрический потенциал

1. Для потенциальных полей можно ввести понятие *потенциала* или, точнее, *разности потенциалов. Разностью потенциалов* $\varphi_1 - \varphi_2$ *между точками* 1 *и* 2 *называется работа, совершаемая силами поля при перемещении единичного положительного заряда по произвольному пути из точки* 1 *в точку* 2. Такое определение имеет смысл потому, что эта работа *не зависит от формы пути*, а определяется только положениями начальной и конечной точек его. Потенциалу какой-либо произвольной точки поля O можно условно приписать любое значение φ_0. Тогда потенциалы всех прочих точек поля определятся однозначно. Если изменить значение φ_0, то потенциалы в точке O и во всех других точках изменятся на одну и ту же постоянную. Таким образом, *потенциал определен с точностью до аддитивной постоянной*. Значение этой постоянной не играет роли, так как физические явления зависят только от напряженностей электрических полей. Электрические же поля связаны не с абсолютными значениями потенциалов, а с их *разностями* между различными точками пространства. От значения аддитивной постоянной эти поля не зависят. В теоретической физике за нулевой потенциал удобно принимать потенциал бесконечно удаленной точки пространства. На практике за нулевой потенциал обычно принимают потенциал Земли.