

§ 50. Магнитное поле равномерно движущегося заряда. Закон Био и Савара

1. Сформулируем теперь закон, определяющий магнитное поле движущегося точечного заряда q , ограничиваясь при этом равномерными движениями с малыми скоростями. (Точное определение медленности движения будет приведено ниже.) Такой закон был получен обобщением опытных фактов и выражается формулой

$$\mathbf{B} = \frac{q}{c'r^3} [\mathbf{v}\mathbf{r}],$$

где \mathbf{r} — радиус-вектор, проведенный от заряда q к точке наблюдения, а c' — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц. Электрическое поле неподвижного заряда той же величины q в той же точке наблюдения определяется выражением

$$\mathbf{E} = \frac{q}{r^3} \mathbf{r}. \quad (50.1)$$

(Такое же выражение годится и для медленно движущихся зарядов.) С использованием этого выражения предыдущая формула может быть записана в виде $\mathbf{B} = \frac{1}{c'} [\mathbf{v}\mathbf{E}]$. В гауссовой системе единиц величины \mathbf{B} и \mathbf{E} имеют одинаковую размерность. Поэтому постоянная c' должна в этой системе иметь размерность скорости. Для простоты она выбирается равной постоянной c , введенной в предыдущем параграфе. Условием $c' = c$, как будет видно из дальнейшего изложения, однозначно определяется и численное значение c . Так определенная скорость c называется *электродинамической постоянной*. Измерения показали, что она совпадает со *скоростью света в вакууме*. Медленность движения, о которой говорилось выше, надо понимать в том смысле, что скорость v должна быть очень мала по сравнению с величиной c ($v \ll c$).

Таким образом,

$$\mathbf{B} = \frac{q}{cr^3} [\mathbf{v}\mathbf{r}], \quad (50.2)$$

или

$$\mathbf{B} = \frac{1}{c} [\mathbf{v}\mathbf{E}]. \quad (50.3)$$

2. Используем приведенные формулы для вычисления сил взаимодействия двух движущихся точечных зарядов q_1 и q_2 . Это взаимодействие складывается из *электрического* (по закону Кулона) и *магнитного*. Ниже речь идет только о магнитном взаимодействии. Пусть \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 означают скорости движущихся зарядов. Напряженность магнитного поля, создаваемого зарядом q_1 в точке нахождения заряда q_2 , будет

$$\mathbf{B}_1 = \frac{q_1}{cr_{12}^3} [\mathbf{v}_1\mathbf{r}_{12}],$$

где \mathbf{r}_{12} — радиус-вектор, проведенный от первого заряда ко второму. На заряд q_2 это поле действует с силой

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{q_2}{c} [\mathbf{v}_2 \mathbf{B}_1] = \frac{q_1 q_2}{c^2 r_{12}^3} [\mathbf{v}_2 [\mathbf{v}_1 \mathbf{r}_{12}]]. \quad (50.4)$$

Аналогично, заряд q_2 действует на заряд q_1 с силой

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_2 q_1}{c^2 r_{21}^3} [\mathbf{v}_1 [\mathbf{v}_2 \mathbf{r}_{21}]], \quad (50.5)$$

где радиус-вектор \mathbf{r}_{21} проведен от заряда 2 к заряду 1.

Если скорости \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 параллельны, одинаково направлены и перпендикулярны к вектору \mathbf{r}_{12} (рис. 135), то в случае одноименных зарядов \mathbf{F}_{12} и \mathbf{F}_{21} будут силами притяжения, а в случае разноименных — силами отталкивания. Величины сил определяются выражением

$$F_{12} = F_{21} = F = \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \left(\frac{v_1 v_2}{c^2} \right). \quad (50.6)$$

В частности, когда скорости одинаковы,

$$F = \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \left(\frac{v}{c} \right)^2. \quad (50.7)$$

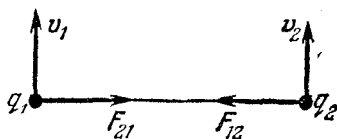


Рис. 135.

Если скорости антипараллельны, то при тех же условиях одноименные заряды будут отталкиваться, а разноименные — притягиваться.

В формулы (50.6) и (50.7) магнитное поле не входит. Этими формулами, как уже говорилось выше, электродинамическая постоянная c определяется однозначно, так как все прочие величины, входящие в указанные формулы, определены и могут быть экспериментально измерены. Впрочем, формулы (50.6) и (50.7) указывают лишь на принципиальную возможность измерения постоянной c . Для практических измерений они не пригодны. Практический метод измерения постоянной c будет указан в § 51.

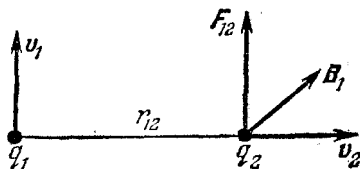


Рис. 136.

В общем случае силы магнитного взаимодействия \mathbf{F}_{12} и \mathbf{F}_{21} не удовлетворяют принципу равенства действия и противодействия. Особенно резко нарушение этого принципа проявляется тогда, когда скорости \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 взаимно перпендикулярны, причем скорость \mathbf{v}_2 направлена вдоль вектора \mathbf{r}_{12} (рис. 136). Тогда $\mathbf{B}_2 \sim [\mathbf{v}_2 \mathbf{r}_{21}] = 0$, так что $\mathbf{F}_{21} = 0$. Между тем, как видно из рисунка, $\mathbf{F}_{12} \neq 0$. Но мы уже неоднократно подчеркивали, что для взаимодействий, осуществляющихся посредством полей, соблюдение принципа равенства действия и противодействия не обязательно.

3. Формула (50.7) показывает, что отношение силы магнитного взаимодействия движущихся зарядов к силе их кулоновского притяжения или отталкивания порядка $(v/c)^2$. Скорости установившегося движения электронов в металлах при прохождении электрического тока не превышают нескольких сантиметров в секунду, а в электролитах они еще меньше. Таким образом, отношение $(v/c)^2$ ничтожно и не превышает примерно 10^{-20} . Почему же электродвигатели приводят в движение именно магнитные (амперовы) силы, по сравнению с которыми силы электростатического взаимодействия не играют никакой роли? Все дело в том, что *в переносе тока участвует громадное количество заряженных частиц*, и это обстоятельство компенсирует малость множителя $(v/c)^2$. При этом существенно, что действие магнитного поля на движущийся заряд q определяется не q и v в отдельности, а произведением этих величин qv . Когда течет ток, то заряды противоположных знаков движутся в противоположных направлениях, так что произведение qv имеет для них один и тот же знак. Силы, действующие в магнитном поле на частицы противоположных знаков, *арифметически складываются*, а не вычитаются. Точно так же магнитные поля, возбуждаемые движущимися зарядами, зависят от произведения qv , а потому поля противоположных зарядов также *арифметически складываются*. Совсем иначе ведут себя электрические заряды по отношению к электрическим полям. С одной стороны, в выражения для напряженностей электрических полей и сил, действующих на заряды в таких полях, скорость v не входит. Силы, действующие на положительные и отрицательные заряды, направлены противоположно, а потому *арифметически вычитаются*. С другой стороны, даже в электрически заряженном теле *заряды определенного знака в высокой степени скомпенсированы зарядами противоположного знака*. Как бы ни был велик электрический заряд тела, все же он ничтожно мал по сравнению с суммарным зарядом входящих в него частиц одного знака (см. § 10, пункт 4). Вот почему магнитные силы намного превосходят электрические силы, действующие на некомпенсированные заряды тел.

4. Получим теперь закон, определяющий магнитное поле отдельного элемента тока. Как и в электростатике, будем исходить из *принципа суперпозиции* как обобщения опытных фактов. Согласно этому принципу *магнитные поля отдельных движущихся зарядов векторно складываются, причем каждый заряд возбуждает поле, совершенно не зависящее от наличия других зарядов*. С использованием формулы (50.2) принцип суперпозиции приводит к следующему выражению для магнитного поля объемного элемента тока:

$$dB = \frac{1}{c} \frac{[jr]}{r^3} dV. \quad (50.8)$$

Аналогично, для линейного элемента тока:

$$dB = \frac{\mathcal{I}}{c} \frac{[dlr]}{r^3}. \quad (50.9)$$

Эти формулы выражают так называемый закон Био (1774—1862) и Савара (1791—1841). Полное поле найдется интегрированием выражений (50.8) и (50.9) по всем токам, т. е.

$$\mathbf{B} = \frac{1}{c} \int \frac{[j\mathbf{r}]}{r^3} dV, \quad (50.10)$$

или

$$\mathbf{B} = \oint \frac{\mathcal{I}}{c} \frac{[dlr]}{r^3}. \quad (50.11)$$

Оба эти выражения применимы лишь для постоянных токов. А постоянные токи всегда замкнуты. Все наблюдаемые величины не изменились бы, если бы в правой части формулы (50.9) было добавлено произвольное слагаемое, интеграл от которого по любому замкнутому контуру обращается в нуль. Поэтому в рамках учения о постоянных токах элементарный закон Био и Савара в форме (50.8) или (50.9) принципиально недоступен опытной проверке, так как невозможно изолировать отдельные элементы постоянных токов и экспериментировать с ними. Опытной проверке доступна только интегральная форма закона Био и Савара (50.10) или (50.11). По этой причине в основу учения о магнитном поле постоянных токов мы положили не элементарный закон Био и Савара, как это обычно принято, а закон, определяющий магнитное поле движущегося заряда. Поле движущегося заряда принципиально всегда может быть измерено на опыте, хотя практически это и весьма трудная задача. И действительно, установление того факта, что движущиеся макроскопические заряды создают магнитные поля, было получено с большим трудом. Впервые это удалось сделать в 1877 г. Роуланду (1848—1901) в лаборатории Гельмгольца (1821—1894). Его работа была продолжена многими учеными и завершилась фундаментальными исследованиями А. А. Эйхенвальда (1863—1944), выполненными в Москве в 1901—1904 гг.

5. Из формул (50.4) и (50.5) следует, что параллельные токи должны притягиваться, а антипараллельные — отталкиваться. Демонстрация этого правила удастся без труда. Достаточно взять гибкие, близко расположенные параллельные провода и пропустить по ним сильные токи (в несколько сот ампер) в одинаковых и противоположных направлениях. Если провода направлены под углом друг к другу, то силы взаимодействия уменьшаются и стремятся повернуть провода так, чтобы токи стали параллельными.

Подвесим за один конец спираль из мягкой проволоки. Если по спирали пропустить электрический ток, то в результате притяжения

параллельных токов, текущих по виткам спирали, она укоротится. Небольшим изменением опыта можно возбудить в спирали колебания. Берется спираль, состоящая из нескольких десятков витков легкой, например алюминиевой, проволоки. Верхний конец спирали закреплен в токопроводящем контакте *A* (рис. 137), нижний опущен в чашечку со ртутью. При пропускании тока спираль укорачивается и цепь размыкается. Ток прекращается — спираль начнет удлиняться. Когда нижний конец погрузится в ртуть и замкнет цепь, спираль снова начнет укорачиваться и т. д. В результате возникнут колебания, сопровождающиеся периодическими удлинениями и укорочениями спирали. При каждом размыкании цепи между кончиком спирали и поверхностью ртути проскакивает маленькая электрическая искра, что проявляется в хорошо слышимом характерном пощелкивании.

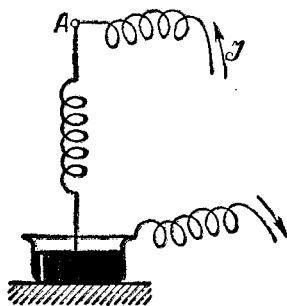


Рис. 137.

§ 51. Расчет магнитных полей с помощью закона Био и Савара. Системы единиц

1. Рассмотрим сначала очень длинный прямолинейный провод, по которому течет постоянный ток \mathcal{I} . Подводящие провода должны быть расположены настолько далеко, чтобы их магнитными полями в рассматриваемой области пространства можно было полностью пренебречь. Тогда провод может считаться бесконечно длинным. Магнитное поле элемента тока $\mathcal{I} dl$ (рис. 138) дается выражением

$$dB = \frac{\mathcal{I}}{cr^3} [dlr] = \frac{\mathcal{I}}{cr^3} [dl_{\perp} r],$$

где dl_{\perp} — составляющая вектора dl , перпендикулярная к r . Магнитные силовые линии будут окружностями, центры которых расположены на оси провода. В скалярной форме:

$$dB = \frac{\mathcal{I}}{cr^2} dl_{\perp} = \frac{\mathcal{I}}{cr} d\alpha,$$

где $d\alpha$ — угол, под которым вектор dl виден из точки наблюдения. Введя расстояние до провода $R = r \cos \alpha$, получим $dB = \mathcal{I} \cos \alpha d\alpha / (cR)$. Интегрирование этого выражения от $\alpha = -\pi/2$ до $\alpha = +\pi/2$ дает искомый результат:

$$B = \frac{2\mathcal{I}}{cR}. \quad (51.1)$$