параллельных токов, текущих по виткам спирали, она укоротится. Небольшим изменением опыта можно возбудить в спирали колебания. Берется спираль, состоящая из нескольких десятков витков легкой, например алюминиевой, проволоки. Верхний конец спирали закреплен в токопроводящем контакте A (рис. 137), нижний опущен в чашечку со ртутью. При пропускании тока спираль укорачивается и цепь размыкается. Ток прекращается — спираль начнет удлиняться. Когда нижний конец погрузится в ртуть и замкнет цепь, спираль снова начнет укорачиваться и т. д. В результате возникнут колебания, сопровождающиеся периодическими удлинениями и укорочениями спирали. При каждом размыкании цепи между кончиком спирали и поверхностью ртути проскакивает маленькая электрическая искра, что проявляется в хорошо слышимом характерном пощелкивании.

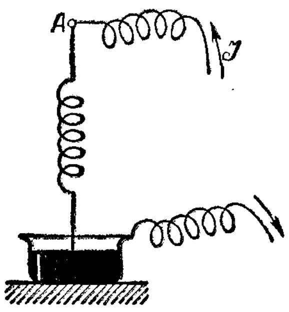

Рис. 137.

§ 51. Расчет магнитных полей с помощью закона Био и Савара. Системы единиц

1. Рассмотрим сначала очень длинный прямолинейный провод, по которому течет постоянный ток $\mathscr{I}$. Подводящие провода должны быть расположены настолько далеко, чтобы их магнитными полями в рассматриваемой области пространства можно было полностью пренебречь. Тогда провод может считаться бесконечно длинным. Магнитное поле элемента тока $\mathscr{I}\,dl$ (рис. 138) дается выражением

$$d\boldsymbol{B}=\frac{\mathscr{I}}{cr^3}[d\boldsymbol{l}\boldsymbol{r}]=\frac{\mathscr{I}}{cr^3}[d\boldsymbol{l}_\perp\boldsymbol{r}],$$

где $d\boldsymbol{l}_\perp$ — составляющая вектора $d\boldsymbol{l}$, перпендикулярная к $\boldsymbol{r}$. Магнитные силовые линии будут окружностями, центры которых расположены на оси провода. В скалярной форме:

$$dB=\frac{\mathscr{I}}{cr^2}dl_\perp=\frac{\mathscr{I}}{cr}d\alpha,$$

где $d\alpha$ — угол, под которым вектор $d\boldsymbol{l}$ виден из точки наблюдения. Введя расстояние до провода $R=r\cos\alpha$, получим $dB=$ $=\mathscr{I}\cos\alpha\, d\alpha/(cR)$. Интегрирование этого выражения от $\alpha=-\pi/2$ до $\alpha=+\pi/2$ дает искомый результат:

$$B=\frac{2\mathscr{I}}{cR}. \qquad (51.1)$$

Теперь нетрудно рассчитать взаимодействие двух бесконечно длинных параллельных постоянных токов $\mathscr{I}_1$ и $\mathscr{I}_2$. Первый ток в месте нахождения второго создает магнитное поле $B_1 = 2\mathscr{I}_1/(cR)$, где R — расстояние между токами. Это поле действует на участок второго тока длины l с силой $F = \mathscr{I}_2 l B_1/c$, или

$$F = \frac{2}{Rc^2} \mathscr{I}_1 \mathscr{I}_2 l. \tag{51.2}$$

Измерив F, можно по этой формуле вычислить численное значение электродинамической постоянной c. Впервые эта постоянная была измерена несколько иным путем Вильгельмом Вебером (1804—1891) и Рудольфом Кольраушем (1809—1858) в 1856 г. Они нашли поразительный результат, что в пределах ошибок измерений *величина c совпадает со скоростью света в вакууме*. Последующие измерения других ученых не оставили никаких сомнений в том, что электродинамическая постоянная и скорость света в вакууме — это *одна и та же физическая постоянная*. Теоретические исследования Максвелла показали, что этот фундаментальный результат является выражением *электромагнитной природы света*.

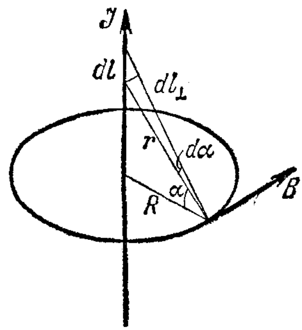

Рис. 138.

2. Знание численного значения c открывает возможность рационального построения системы единиц в учении об электрических и магнитных полях. Если ввести обозначение $q^{(m)} = q/c$, то основные формулы (49.1) и (50.2) перепишутся без множителя c:

$$\boldsymbol{F} = q^{(m)} [\boldsymbol{vB}], \tag{51.3}$$

$$\boldsymbol{B} = \frac{q^{(m)}}{r^3} [\boldsymbol{vr}]. \tag{51.4}$$

Тем самым вводятся новые единицы заряда (и тока) — в c раз больше соответствующих электростатических единиц и отличающиеся от них размерностью. На них основана так называемая *магнитная система СГС*, обозначаемая кратко СГСМ. Десятая доля СГСМ-единицы заряда называется *кулоном*, а силы тока — *ампером*. Это — *точные определения* кулона и ампера. (Не совсем точные определения, которыми мы пользовались до сих пор, использовали приближенное значение электродинамической постоянной $c \approx \approx 3 \cdot 10^{10}$ см/с.)

Теперь можно дать определение единицы напряженности магнитного поля, которая называется *гауссом*. Допустим, что векторы $\boldsymbol{v}$ и $\boldsymbol{B}$ взаимно перпендикулярны и что $q^{(m)} = 1$ СГСМ-ед., $v =$

$= 1$ см/с, $B = 1$ Гс. Тогда формула (51.3) дает $F = 1$ дин. Это приводит к следующему определению. *Гаусс есть напряженность такого магнитного поля, которое действует на заряд в одну СГСМ-единицу с силой в одну дину, если сам заряд движется перпендикулярно к магнитному полю со скоростью* 1 см/с. Легко переформулировать это определение, используя вместо единицы электрического заряда единицу электрического тока. Для получения конкретного представления о гауссе заметим, что напряженность земного магнитного поля меняется приблизительно от 0,4 Гс (на экваторе) до 0,7 Гс (на полюсе). В геомагнетизме применяется также более мелкая единица — *гамма* (γ). По определению $1\gamma = 10^{-5}$ Гс.

Система СГСЭ применяется только для измерения чисто электрических величин: заряда, напряженности и индукции электрического поля, электрического потенциала, емкости, электродвижущей силы, электропроводности, электрического сопротивления и пр. Система СГСМ напротив, применяется лишь для измерения чисто магнитных величин: напряженности и индукции магнитного поля, магнитного потока, коэффициентов само- и взаимоиндукции, магнитных моментов, вектора намагничивания и пр. Каждая из этих систем никогда не используется как единая система для измерения всех электрических и магнитных величин. Гауссова система, которой мы пользуемся, является *комбинированной*. Единицы чисто электрических величин в ней совпадают с единицами СГСЭ, а единицы чисто магнитных величин — с единицами СГСМ.

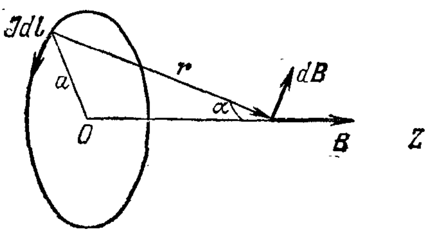

Рис. 139.

3. Вычислим напряженность магнитного поля кругового тока на его оси (рис. 139). Элемент тока $\mathcal{J}\,dl$ возбуждает магнитное поле $d\boldsymbol{B}$, перпендикулярное к радиусу-вектору $\boldsymbol{r}$. Разложим это поле на две слагающие: осевую слагающую dB_z и радиальную слагающую dB_r. При интегрировании по контуру кругового тока радиальные слагающие взаимно уничтожаются. Результирующее поле будет направлено вдоль оси Z, и надо интегрировать только осевую составляющую

$$dB_z = \frac{\mathcal{J}\,dl}{cr^2}\sin\alpha.$$

Угол α один и тот же для всех точек кругового тока. Интегрирование сводится к простому умножению на длину контура $2\pi a$. Таким образом,

$$B_z = B = \frac{2\pi a\mathcal{J}}{cr^2}\sin\alpha = \frac{2\pi a^2\mathcal{J}}{cr^3}. \qquad (51.5)$$

В точках, не лежащих на оси, выражение для поля кругового тока имеет сложный вид.

4. Иногда удобно вводить в рассмотрение *поверхностные токи*, т. е. токи, текущие по тонким поверхностным слоям тел. Проведем на обтекаемой током поверхности линию, перпендикулярную к направлению тока. Ток, приходящийся на единицу длины такой линии, называется *линейной плотностью тока* и рассматривается как вектор $\boldsymbol{i}$, направленный вдоль тока. За положительное направление обхода вокруг поверхностного, как и всякого другого тока, принимается направление вращения ручки правого буравчика, ориентированного по току, если при таком вращении буравчик ввинчивается в направление тока.

Пусть по площадке dS (рис. 140) течет постоянный поверхностный ток с линейной плотностью $\boldsymbol{i}$. Площадку с током можно рассматривать как поверхностный элемент тока $\boldsymbol{i}\,dS$, создающий магнитное поле

$$d\boldsymbol{B} = \frac{[\boldsymbol{ir}]}{cr^3}\,dS.$$

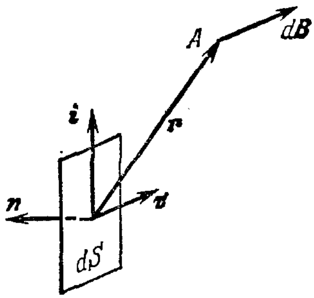

Рис. 140.

Вектор $d\boldsymbol{B}$ перпендикулярен к току $\boldsymbol{i}$. Его можно разложить на составляющую dB_τ, касательную к площадке dS, и на составляющую dB_n, перпендикулярную к ней. Найдем составляющую dB_τ. Единичный вектор $\boldsymbol{\tau}$ расположим в плоскости площадки dS, ориентируя его в положительном направлении обхода перпендикулярно к току $\boldsymbol{i}$, как указано на рис. 140. Единичный вектор нормали $\boldsymbol{n}$ можно направить произвольно. Очевидно,

$$dB_\tau = (\boldsymbol{\tau}\,d\boldsymbol{B}) = i\,\frac{\boldsymbol{\tau}\,[\boldsymbol{i}_1\boldsymbol{r}]}{cr^3}\,dS = i\,\frac{[\boldsymbol{\tau i}_1]\,\boldsymbol{r}}{cr^3}\,dS,$$

где $\boldsymbol{i}_1$ — единичный вектор в направлении тока $\boldsymbol{i}$. Так как $[\boldsymbol{\tau i}_1] = -\boldsymbol{n}$, то

$$dB_\tau = -i\,\frac{(\boldsymbol{rn})}{cr^3}\,dS = \frac{i}{c}\,d\Omega, \tag{51.6}$$

где $d\Omega$ — телесный угол, под которым из точки наблюдения A видна внутренняя сторона площадки dS.

5. Применим вспомогательную формулу (51.6) к цилиндрической трубке, по поверхности которой перпендикулярно к ее образующим течет постоянный ток с линейной плотностью i (рис. 141). Такая трубка с током называется *соленоидом*. Найдем магнитное поле соленоида на его оси. Из соображений симметрии ясно, что поле $\boldsymbol{B}$ направлено вдоль оси соленоида. Поэтому для нахождения B достаточно просуммировать касательные состав-

ляющие dB_τ, создаваемые отдельными поверхностными элементами тока. Поскольку величина i постоянна по всей поверхности соленоида, формула (51.6) дает

$$B = \frac{i}{c}\Omega, \tag{51.7}$$

где Ω — полный телесный угол, под которым из точки наблюдения видна внутренняя поверхность соленоида. Формула (51.7) верна независимо от того, находится ли точка наблюдения внутри или вне соленоида.

В частном случае, когда соленоид длинный, а точка наблюдения лежит внутри него далеко от его концов, можно пренебречь телесными углами, под которыми видны основания трубки соленоида. Иными словами, соленоид можно считать бесконечно длинным. В таком случае $\Omega = 4\pi$, т. е.

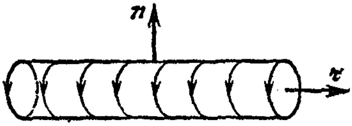

Рис. 141.

$$B = \frac{4\pi}{c} i. \tag{51.8}$$

На концах соленоида напряженность поля будет вдвое меньше. В дальнейшем будет показано, что формула (51.8) справедлива в любой точке внутри соленоида, а не только на его оси.

Проволочную спираль, шаг которой мал по сравнению с радиусом витка, можно приближенно рассматривать как соленоид. Пусть по спирали течет постоянный ток $\mathcal{I}$. Если N — число витков спирали, а l — ее длина, то $i = N\mathcal{I}/l$. Поэтому

$$B = \frac{4\pi}{c}\frac{N\mathcal{I}}{l}. \tag{51.9}$$

Эта формула не учитывает наклон витков спирали. Кроме того, она неприменима в непосредственной близи от проволоки, а также внутри нее.

§ 52. Момент сил, действующих на виток с током в магнитном поле

1. Результирующая сила, действующая на виток с током в постоянном магнитном поле, дается выражением

$$\boldsymbol{F} = \frac{\mathcal{I}}{c}\oint [d\boldsymbol{l}\boldsymbol{B}],$$

где интегрирование производится по контуру витка. Если магнитное поле однородно, то вектор $\boldsymbol{B}$ можно вынести из-под знака интеграла. Задача сведется к вычислению векторного интеграла $\oint d\boldsymbol{l}$,