

векторный интеграл $\mathcal{S} = \int d\mathcal{S}$, взятый по поверхности S , натянутой на контур тока. Вектор \mathcal{S} не зависит от выбора вспомогательной поверхности S , а только от контура, на который она натянута.

Формула (52.1) справедлива и для соленоида, поскольку последний можно рассматривать как систему кольцевых токов. Магнитный момент соленоида, очевидно, определяется прежней формулой (52.2), если под \mathcal{I} понимать полный ток, текущий по боковой поверхности соленоида, а под S — площадь его поперечного сечения. Для проволочной спирали с малым шагом, состоящей из N витков, $\mathcal{M} = N\mathcal{I}S/c$.

3. Под действием вращающего момента M виток или катушка будут поворачиваться так, чтобы векторы M и B стали параллельными и одинаково направленными. Это — положение устойчивого равновесия. В положении, когда \mathcal{M} и B параллельны и направлены противоположно, также имеет место равновесие, но такое равновесие неустойчивое.

Формула (52.1) приближенно применима и для неоднородных магнитных полей. Необходимо только, чтобы размеры витка или катушки были малы. Тогда влиянием неоднородности поля на вращающий момент можно пренебречь. Такие витки и катушки могут быть использованы для практических измерений магнитных полей. Тогда они называются *пробными*. Пробные витки и катушки играют в магнитных измерениях ту же роль, что и пробные заряды в электрических измерениях. Если пробную катушку поместить в магнитное поле, то ее магнитный момент \mathcal{M} установится вдоль поля B . Повернем катушку из этого положения на 90° , чтобы вращающий момент M обратился в максимум. Тогда магнитный момент \mathcal{M} будет перпендикулярен к вектору B , т. е. $(\mathcal{M}B) = 0$. Поэтому, умножая равенство (52.1) векторно на \mathcal{M} , получим

$$B = \frac{[M\mathcal{M}]}{\mathcal{M}^2}. \quad (52.3)$$

Измерив вращающий момент M , можно по этой формуле найти напряженность магнитного поля как по величине, так и по направлению. В частности, такие измерения позволяют проверить закон Био и Савара в интегральной форме (50.11).

§ 53. Теорема Гаусса для магнитных полей

Изучение электрического поля мы начали с установления элементарного закона, определяющего напряженность электрического поля неподвижного точечного заряда. Из этого закона были выведены две интегральные теоремы: о потоке вектора E через замкнутую поверхность и о циркуляции того же вектора по замкнутому

контур. Затем эти теоремы мы преобразовали в дифференциальную форму и тем самым показали, что они согласуются с основными представлениями теории поля. Так же поступим и при изучении магнитного поля. Элементарный закон (50.2) определяет магнитное поле равномерно движущегося точечного заряда. Предполагая, что магнитное поле возбуждается только такими зарядами, найдем поток вектора \mathbf{B} (называемый для краткости магнитным потоком) через замкнутую поверхность, а также циркуляцию того же вектора по замкнутому контуру.

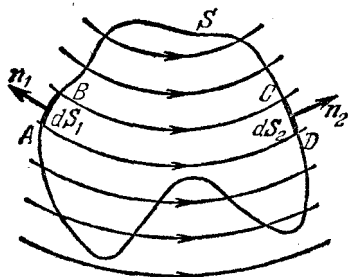


Рис. 145.

Начнем с вычисления магнитного потока. Для магнитных полей движущихся зарядов справедлив принцип суперпозиции. Кроме того, поток геометрической суммы нескольких векторов через любую поверхность равен алгебраической сумме потоков этих векторов через ту же поверхность. Поэтому при вычислении магнитного потока достаточно

ограничиться частным случаем, когда поле \mathbf{B} создается отдельным точечным зарядом, равномерно движущимся со скоростью v .

Докажем, что магнитный поток через произвольную замкнутую поверхность S равен нулю (рис. 145). Для простоты будем предполагать, что заряд равномерно движется перпендикулярно к плоскости рисунка. Магнитными силовыми линиями будут коаксиальные окружности, плоскости которых параллельны плоскости рисунка, а центры расположены на прямой, вдоль которой движется заряд. Возьмем бесконечно тонкую кольцевую трубку $ABCD$, образованную магнитными силовыми линиями. Ввиду осевой симметрии магнитный поток через поперечное сечение трубки будет оставаться постоянным на всем ее протяжении. Трубка пересечет замкнутую поверхность S четное число раз, например два. Магнитные потоки через площадки dS_1 и dS_2 , которые трубка вырезает из поверхности S , одинаковы по величине, но противоположны по знаку. Сумма потоков через такие площадки равна нулю. То же справедливо и в том случае, когда трубка пересекает поверхность S произвольное число раз, поскольку это число всегда четное. Но все пространство можно разбить на бесконечно тонкие кольцевые магнитные трубки, и каждая из них не будет вносить никакого вклада в магнитный поток через замкнутую поверхность S . Суммарный магнитный поток через такую поверхность будет равен нулю. Теорема доказана.

Итак,

$$\oint (\mathbf{B} d\mathbf{S}) = 0, \quad (53.1)$$

или в дифференциальной форме

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0. \quad (53.2)$$

В учении об электрическом поле соответствующие уравнения имели вид

$$\oint (\mathbf{E} d\mathbf{S}) = 4\pi q, \quad \operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi \rho.$$

Можно было бы предполагать, как это делалось на ранней стадии учения о магнетизме, что источниками магнитного поля являются *магнитные заряды*, взаимодействующие по закону Кулона. Однако такое предположение не согласуется с формулой (53.1). Она показывает, что *магнитных зарядов не существует*. Понятно, что справедливость столь фундаментального результата не может ограничиваться рамками учения о постоянных магнитных полях. Поэтому естественно ожидать, что *уравнение (53.1) или эквивалентное ему уравнение (53.2) справедливы также для любых магнитных полей*. Все опытные факты подтверждают это заключение. Уравнения (53.1) и (53.2) входят как составные части в *систему уравнений Максвелла*.

Силовые поля, дивергенция которых всюду обращается в нуль, называются *бездивергентными* или *соленоидальными полями*. Следовательно, *магнитное поле есть поле соленоидальное. Его источниками являются не магнитные заряды, а электрические токи*.

§ 54. Дополнительные сведения о телесных углах

1. О телесных углах говорилось в § 5. Для дальнейшего понятие телесного угла необходимо обобщить. Возьмем произвольный замкнутый контур L и натянем на него произвольную замкнутую поверхность S (рис. 146, а). На контуре L

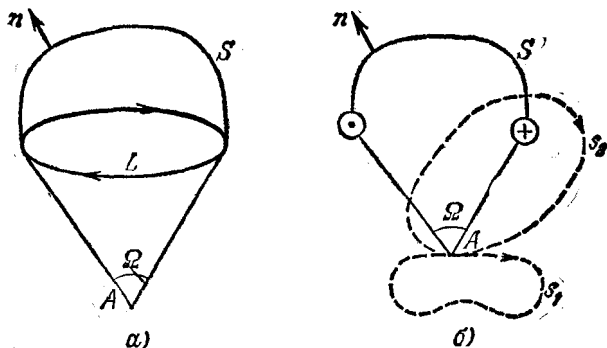


Рис. 146.

установим положительное направление обхода, а на поверхности S — положительное направление нормали \mathbf{n} . Эти направления должны быть согласованы