

тролите постоянной, найти силу, с которой магнитное поле, созданное этими токами, действует на единицу длины стержня. Куда эта сила направлена?

О т в е т.  $F = \frac{2\mathcal{I}^2}{c^2(R^2 - r^2)}$  а. Сила направлена от оси цилиндра к оси стержня.

16. Заряженный шарик радиуса  $a$  равномерно вращается вокруг своего диаметра с угловой скоростью  $\omega$ . Общий заряд шарика равен  $q$ . Найти магнитное поле шарика на расстояниях  $r$ , больших по сравнению с  $a$ , если заряд  $q$  равномерно распределен 1) по поверхности шарика, 2) по объему шарика.

О т в е т. 1)  $\mathbf{B} = \frac{qa^2}{3c} \left[ \frac{3(\omega\mathbf{r})\mathbf{r}}{r^3} - \frac{\omega}{r^3} \right]$ ; 2)  $\mathbf{B} = \frac{qa^2}{5c} \left[ \frac{3(\omega\mathbf{r})\mathbf{r}}{r^3} - \frac{\omega}{r^3} \right]$ .

(Вектор  $\mathbf{r}$  проведен из центра шарика.)

Р е ш е н и е. Рассмотрим случай 1). Возьмем на поверхности шарика бесконечно узкий пояс, заключенный между углами  $\vartheta$  и  $\vartheta + d\vartheta$  (рис. 160). Вращаясь с угловой скоростью  $\omega$ , такой пояс эквивалентен круговому току  $d\mathcal{I} = \omega q \sin \vartheta d\vartheta / (4\pi)$  с магнитным моментом  $d\mathcal{M} = S d\mathcal{I} / c = \pi a^2 q \omega \sin^3 \vartheta d\vartheta / (4\pi c)$ . Интегрируя по  $\vartheta$ , находим магнитный момент всего шара  $\mathcal{M} = qa^2\omega / (3c)$ . Отсюда и получается результат, приведенный в ответе. Случай 2) рассматривается аналогично.

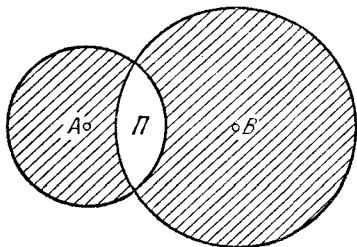


Рис. 159.

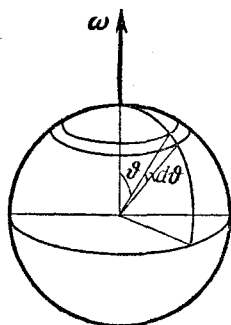


Рис. 160.

17. Для моделирования траектории атомной частицы с зарядом  $e$  и импульсом  $p$ , движущейся в постоянном магнитном поле, часто пользуются тем обстоятельством, что очень легкий (невесомый) гибкий проводящий шнур с током  $\mathcal{I}$ , находящийся под постоянным механическим натяжением  $T$ , занимает в том же магнитном поле положение, совпадающее с траекторией частицы. (Предполагается, что вне магнитного поля участки шнура прямолинейны и расположены вдоль соответствующих прямолинейных же участков траектории.) Обосновать этот метод. Найти связь между  $\mathcal{I}$ ,  $e$ ,  $p$ ,  $T$ . Величина магнитного поля  $B$  может меняться в пространстве, но его направление должно оставаться неизменным. Шнур и траектория частицы перпендикулярны к магнитному полю.

Р е ш е н и е. Радиус кривизны траектории частицы в магнитном поле  $\rho = cp / (eB)$ . На единицу длины натянутого шнура действует нормально упругая сила  $T / \rho_1$ , которая уравнивается амперовой силой  $\mathcal{I} B / c$ . Это дает для радиуса кривизны шнура  $\rho_1 = Tc / (\mathcal{I} B)$ . При выполнении условия  $\rho_1 = \rho$ , т. е.  $\mathcal{I} p = Te$ , форма траектории будет совпадать с формой шнура.

## § 58. Магнитное поле в веществе

1. В веществе магнитное поле возбуждается не только электрическими токами, текущими по проводам, но и движениями заряженных частиц внутри самих атомов и молекул. Согласно

полуклассической теории Бора, электроны вращаются вокруг атомных ядер по замкнутым орбитам. Кроме того, они совершают вращения вокруг собственных осей подобно вращениям планет вокруг своих осей. С таким внутренним вращением связан определенный момент количества движения, называемый *спином электрона*. Спином обладают не только электроны, но и атомные ядра. Орбитальные и спиновые вращения заряженных частиц аналогичны токам и возбуждают магнитные поля. Наглядное представление о движении электронов по классическим орбитам и об их вращениях вокруг собственных осей позднее было заменено более общей и абстрактной картиной движения, которую дает квантовая механика. В этой картине не существует понятия траектории частицы. Термин «орбитальное движение» сохранился, но он носит условный характер. Однако для учения о магнетизме существенна не наглядность движения, а механический и магнитный моменты, связанные с этим движением. Таким образом, по современным представлениям, магнетизм вещества обусловлен тремя причинами: 1) орбитальным движением электронов вокруг атомных ядер, 2) собственным вращением, или спином электронов, 3) собственным вращением, или спином атомных ядер. Тяжелые атомные ядра движутся значительно медленнее легких электронов. Поэтому магнитные моменты атомных ядер в тысячи раз меньше орбитальных и спиновых магнитных моментов электронов. Ядерный магнетизм становится существенным только вблизи абсолютного нуля температур, да и то при условии, что орбитальные и спиновые магнитные моменты электронов скомпенсированы, так что их результирующий момент равен нулю.

Атомы вещества, совершая беспорядочное тепловое движение, в отсутствие внешнего магнитного поля обычно ориентированы хаотически. Возбуждаемые ими магнитные поля в окружающем пространстве компенсируют друг друга. При наложении внешнего магнитного поля атомы полностью или частично ориентируются в направлении этого поля, и тогда компенсация нарушается. В таких случаях говорят, что тело *намагничено*. Тела, способные намагничиваться, называются *магнетиками*. Большинство веществ при внесении в магнитное поле намагничивается слабо. Сильными магнитными свойствами обладают только *ферромагнитные* вещества: железо, никель, кобальт, множество их сплавов, а также элементы редких земель. Постоянные магниты, изготовляемые из стали и различных магнитных сплавов, намагничены и в отсутствие внешнего магнитного поля. Стальной стержень можно намагнитить (правда, очень слабо) в магнитном поле Земли. Для этого стержень ориентируют вдоль магнитного меридиана и постукивают по нему молотком. На конце стержня, обращенном к южному магнитному полюсу Земли (он находится на севере), появляется северный магнитный полюс, а на противоположном конце — южный. Если стержень

повернуть к северу другим концом, то при постукивании молотком он перемагнитится и его магнитные полюсы поменяются местами.

2. Магнитное поле, как и поле электрическое, может быть *микроскопическим* и *макроскопическим*. Микроскопическое поле есть истинное поле, возбуждаемое движущимися элементарными зарядами вещества. Оно резко меняется на расстояниях атомного масштаба. Макроскопическое поле получается из микроскопического путем сглаживания, т. е. усреднением по физически бесконечно малым объемам пространства. Напряженность макроскопического поля обозначается буквой ***V***. Вектор ***V*** есть основной вектор, характеризующий макроскопическое поле в веществе. Орбитальные и спиновые вращения электронов и атомных ядер в отношении возбуждаемого ими магнитного поля эквивалентны каким-то токам, циркулирующим в атомах вещества. Они получили общее название *молекулярных токов*. Для вычисления макроскопического поля ***V*** молекулярные токи можно также как-то сгладить, заменив их макроскопическими токами, непрерывно меняющимися в пространстве. Такие макроскопические токи называются *токами намагничивания*. Их плотность в дальнейшем обозначается  $\mathbf{j}_m$ . Обычные токи, текущие по проводам, связаны с перемещениями в веществе носителей тока — электронов или ионов. Эти токи называются *токами проводимости*. Плотность токов проводимости будем обозначать  $\mathbf{j}$ . Таким образом, поле ***V*** возбуждается токами проводимости и токами намагничивания. Влияние среды на магнитное поле сводится к действию токов намагничивания. Если известны токи проводимости и токи намагничивания, то можно как бы забыть о наличии вещества и вычислять напряженность поля ***V*** по формулам для вакуума.

Поскольку вектор ***V*** есть напряженность магнитного поля, возбуждаемого в вакууме какими-то токами, для него справедливо уравнение

$$\oint \mathbf{V} d\mathbf{S} = 0, \quad (58.1)$$

или в дифференциальной форме

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0. \quad (58.2)$$

Каждое из этих уравнений выражает тот факт, что магнитных зарядов не существует.

Для вектора ***V***, очевидно, имеет место теорема о циркуляции. Надо только ток проводимости  $\mathcal{I}$  дополнить током намагничивания  $\mathcal{I}_m$ . Тогда получится

$$\oint_L (\mathbf{V} d\mathbf{l}) = \frac{4\pi}{c} (\mathcal{I} + \mathcal{I}_m), \quad (58.3)$$

или в дифференциальной форме

$$\operatorname{rot} \mathbf{V} = \frac{4\pi}{c} (\mathbf{j} + \mathbf{j}_m). \quad (58.4)$$

В формуле (58.3)  $\mathcal{I}$  и  $\mathcal{I}_m$  обозначают полные токи проводимости и намагничивания, пронизывающие замкнутый контур  $L$ .

3. Намагниченность среды принято характеризовать не токами намагничивания, как это сделано выше, а *вектором намагничивания*  $I$ . Так называют средний магнитный момент единицы объема магнетика, создаваемый молекулярными токами. Через вектор  $I$  можно выразить и плотность токов намагничивания в среде.

Допустим сначала, что магнетик имеет форму намагниченного прямого круглого цилиндра, магнитный момент которого направлен вдоль его оси (рис. 161). Молекулярные токи в намагниченном

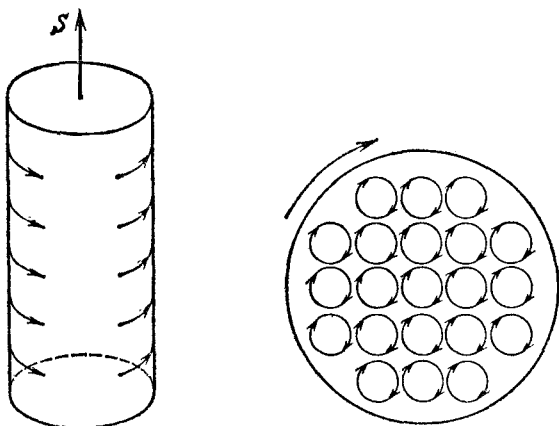


Рис. 161.

магнетике текут согласованно, и возбуждаемые ими магнитные поля усиливают друг друга. Если  $\mathcal{M}$  — средний магнитный момент одной молекулы, то, очевидно,

$$I = n\mathcal{M}, \quad (58.5)$$

где  $n$  — среднее число молекул в единице объема. Полный магнитный момент всего цилиндра равен  $VI$ , где  $V = SL$  — объем цилиндра ( $S$  — площадь его основания,  $L$  — высота). Молекулярные токи соседних молекул в местах их соприкосновения текут в противоположных направлениях и макроскопически взаимно компенсируют друг друга. Некомпенсированными остаются только молекулярные токи, выходящие на наружную боковую поверхность цилиндра. Эти токи складываются в макроскопический поверхностный ток  $\mathcal{I}_m$ , циркулирующий по боковой поверхности цилиндра. Во внешнем пространстве он возбуждает такое же макроскопическое поле, что и молекулярные токи. Этот ток и есть ток намагничивания. Его магнитный момент равен, с одной стороны,  $\mathcal{I}_m S/c$ . С другой стороны, тот же магнитный момент равен  $VI = SLI$ .

Таким образом,  $\mathcal{I}_m \mathbf{S}/c = SLI$ . Так как векторы  $\mathbf{S}$  и  $I$  одинаково направлены, то  $\mathcal{I}_m = cLI$ . Следовательно, поверхностный ток намагничивания, приходящийся на единицу длины цилиндра, равен

$$i_m = cI. \quad (58.6)$$

Обобщим теперь результат (58.6) на случай косо́го цилиндра (рис. 162). Пусть поверхностные токи намагничивания текут в плоскостях, параллельных основаниям цилиндра. Вектор намагничивания  $I$  будет перпендикулярен к этим основаниям. Если  $\alpha$  — угол между вектором  $I$  и осью цилиндра, то для магнитного момента последнего можно написать  $VI = SLI \cos \alpha$ . Тот же момент можно представить в виде  $\mathcal{I}_m \mathbf{S}/c = Li_m \mathbf{S}/c$ , где  $i_m$  — ток намагничивания, приходящийся на единицу длины образующей боковой поверхности цилиндра. Приравнявая оба выражения, получаем

$$i_m = cI \cos \alpha = c(I \cos \alpha) = cI_{\parallel}. \quad (58.7)$$

Здесь  $\mathbf{l}$  — единичный вектор, направленный вдоль оси цилиндра. Таким образом, ток  $i_m$  определяется только осевой составляющей вектора намагничивания  $I$ . Формула (58.7) и является обобщением формулы (58.6). Ее можно применять и в тех случаях, когда магнетик намагничен неоднородно.

Для этого цилиндр следует брать бесконечно малым. В случае неоднородной намагниченности в магнетике возникают не только поверхностные, но и объемные токи намагничивания. Выражение для плотности таких токов будет получено в следующем параграфе.

### § 59. Теорема о циркуляции магнитного поля в веществе

1. Найдем циркуляцию вектора  $\mathbf{B}$  по любому замкнутому контуру  $L$ . Для этого надо вычислить ток намагничивания  $\mathcal{I}_m$ , пронизывающий этот контур. Натянем на контур  $L$  произвольную поверхность  $S$ . На рис. 163 слева изображено сечение этой поверхности и контура  $L$  плоскостью рисунка. Одни молекулярные токи пересекают поверхность  $S$  дважды: раз в положительном и раз в отрицательном направлении. Такие токи не вносят никакого вклада в ток намагничивания через поверхность  $S$ . Другие молекулярные токи обвиваются вокруг контура  $L$ . Каждый из них пересекает поверхность только один раз — противоположно направленный

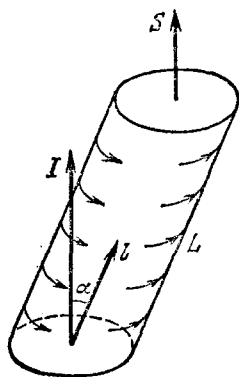


Рис. 162.