

§ 76. Объяснение диамагнетизма

1. Диамагнетизм наблюдается у таких веществ, атомы которых в отсутствие магнитного поля не обладают магнитными моментами. Если нет магнитного поля, то на электрон в атоме действуют силы только со стороны атомного ядра и прочих электронов. В постоянном магнитном поле \mathbf{B} к этим силам добавится сила $-\frac{e}{c}[\mathbf{v}\mathbf{B}]$, где \mathbf{v} — скорость электрона. Определим, как изменится движение атома в стационарном состоянии при наличии этой силы. С этой целью рассмотрим движение относительно системы отсчета, равномерно вращающейся вокруг направления магнитного поля с угловой скоростью Ω . Величину Ω определим несколько ниже. Сейчас же будем предполагать, что она мала по сравнению с угловой скоростью ω собственного вращения электрона вокруг атомного ядра. При этом условии можно пренебречь всеми членами порядка $(\Omega/\omega)^2$, т. е. членами, квадратичными по Ω . Во вращающейся системе отсчета к прежним силам добавятся две силы инерции: сила Кориолиса $2m[\mathbf{v}_{\text{отн}}\Omega]$ и центробежная сила. Центробежной силой мы пренебрежем, как величиной, пропорциональной Ω^2 , а в выражении кориолисовой силы относительную скорость электрона $\mathbf{v}_{\text{отн}}$ заменим абсолютной скоростью $\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\text{отн}} + [\Omega\mathbf{r}]$. Такая замена также допустима, так как она меняет силу Кориолиса на величину, пропорциональную Ω^2 . В этом приближении кориолисова сила представится в виде $2m[\mathbf{v}\Omega]$. Подберем теперь величину Ω так, чтобы выполнялось условие $2m[\mathbf{v}\Omega] - \frac{e}{c}[\mathbf{v}\mathbf{B}] = 0$, т. е. положим

$$\Omega = \frac{e}{2mc} \mathbf{B}. \quad (76.1)$$

Тогда во вращающейся системе отсчета к прежним силам, действующим на электрон, не добавится никаких новых сил. Поэтому во вращающейся системе отсчета атом придет в то же стационарное состояние, в котором он находился в неподвижной системе в отсутствие магнитного поля. Если движение по-прежнему отнести к неподвижной системе отсчета, то получается следующий результат. *При наличии внешнего постоянного магнитного поля внутреннее движение электронов атома не изменяется, но атом в целом получает дополнительное вращение с угловой скоростью (76.1).* Этот результат называется *теоремой Лармора* (1857—1942), а величина Ω — *ларморовской частотой*.

Остается проверить, выполняется ли условие $|\Omega| \ll |\omega|$, использованное при доказательстве. Очевидно, это условие можно записать так:

$$\mathbf{B} \ll \left| \frac{2mc\omega}{e} \right|. \quad (76.2)$$

Подставляя сюда численные значения $|e| = 4,8 \cdot 10^{-10}$ СГСЭ-ед., $m = 9,11 \cdot 10^{-28}$ г, $\omega \sim 10^{15}$ с⁻¹, получим $B \ll 10^8$ Гс. Рекордные магнитные поля, полученные до настоящего времени, не превосходят 10^7 Гс. Поэтому условие (76.2) хорошо выполняется.

2. Как видно из формулы (76.1), угловая скорость ларморовского вращения электронов совпадает по направлению с вектором \mathbf{B} . Так как заряд электрона отрицательный, то магнитный момент, связанный с этим вращением, направлен против поля \mathbf{B} . В результате создается намагничивание среды \mathbf{I} , направленное также против поля \mathbf{B} . Это и есть диамагнетизм.

Рассчитаем теперь магнитную восприимчивость вещества. Электрон, вращающийся по окружности радиуса r с ларморовской частотой Ω , обладает моментом количества движения $mr^2\Omega$ и, следовательно, магнитным моментом $-er^2\Omega/(2c) = -e^2r^2H/(4mc^2)$. В последнем выражении вектор \mathbf{B} заменен на \mathbf{H} , так как в диамагнетиках различие между этими векторами пренебрежимо мало. Если ось Z перпендикулярна к плоскости круговой орбиты электрона, то $r^2 = x^2 + y^2$. Чтобы найти магнитный момент атома, надо просуммировать магнитные моменты всех его электронов. Электроны в атомах диамагнетика распределены сферически симметрично. В этом случае $\overline{x^2} = \overline{y^2} = \overline{z^2} = 1/3 \overline{R^2}$, где R — расстояние электрона до ядра. Если атом содержит Z электронов, то его средний магнитный момент в магнитном поле будет

$$\mathfrak{M} = -\frac{Ze^2}{4mc^2} (\overline{x^2} + \overline{y^2}) = -\frac{Ze^2}{6mc^2} \overline{R^2} H,$$

а вектор намагничивания среды

$$\mathbf{I} = -\frac{NZe^2}{6mc^2} \overline{R^2} \mathbf{H}, \quad (76.3)$$

где N — число атомов в единице объема. Затем находим

$$\kappa = -\frac{NZe^2}{6mc^2} \overline{R^2}, \quad (76.4)$$

$$\mu = 1 - \frac{4\pi NZe^2}{6mc^2} \overline{R^2}. \quad (76.5)$$

Энергия теплового движения слишком мала, чтобы изменить внутреннее (квантованное) состояние атома. Поэтому для диамагнетиков величины κ и μ не должны зависеть от температуры. Этот вывод теории находится в согласии с опытом.

Чтобы подтвердить, что теория находится на верном пути, оценим размеры атома, пользуясь значениями восприимчивости κ . Величина $\overline{R^2}$ должна вычисляться с помощью квантовой механики. Однако и без вычислений ясно, что квадратный корень из нее по порядку величины определяет размеры атома. Благородные

газы, ввиду сферической симметрии электронных оболочек их атомов, диамагнитны. Диамагнитные свойства удобно характеризовать *магнитной восприимчивостью на моль вещества* κ_A . Она связана с κ соотношением $\kappa_A = V\kappa$, где V — объем одного моля. Величину κ_A можно вычислять по формуле (76.4), если под N понимать число Авогадро. В случае гелия опыт дает: $\kappa_A = -2,2 \cdot 10^{-6}$; в случае аргона $\kappa_A = -2,5 \cdot 10^{-4}$. Для гелия $Z = 2$, для аргона $Z = 18$. Подставляя эти данные в формулу (76.4), получим: He, $\sqrt{R^2} = 0,63 \cdot 10^{-8}$ см; Ar, $\sqrt{R^2} = 0,67 \cdot 10^{-8}$ см. Эти результаты удовлетворительно согласуются с размерами атомов, найденными другими способами.

3. Необходимо еще выяснить, какие силы сообщают атому ларморовское вращение. Это не могут сделать магнитные силы, так как они перпендикулярны к скорости электрона и работы не производят. А с ларморовским вращением связана дополнительная кинетическая энергия атома. *Магнитные силы могут только поддерживать, но не создавать ларморовское вращение. Последнее возникает во время включения магнитного поля.* Переменное магнитное поле возбуждает вихревое электрическое поле. Оно-то и сообщает атому ларморовское вращение. Для пояснения допустим, что электрон вращается по окружности радиуса r , плоскость которой перпендикулярна к (однородному) магнитному полю \mathbf{B} . Пусть магнитное поле включается *адиабатически*, т. е. настолько медленно, что за время одного оборота электрона по окружности поле почти остается постоянным. Ввиду симметрии вихревое электрическое поле \mathbf{E} будет направлено по касательной к окружности. На основании закона электромагнитной индукции $2\pi r E = -\frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt}$, где Φ — магнитный поток, пронизывающий площадь, ограниченную той же окружностью. Отсюда и найдется поле E . Момент сил, действующих на электрон, $M = -reE = \frac{e}{2\pi c} \frac{d\Phi}{dt}$. На основании уравнения моментов

$$mr^2 \frac{d\Omega}{dt} = M = \frac{e}{2\pi c} \frac{d\Phi}{dt}.$$

В начальный момент $B = \Omega = 0$. Поэтому, интегрируя предыдущее уравнение, получим

$$mr^2 \Omega = \frac{e}{2\pi c} \Phi,$$

откуда $\Omega = eB/(2mc)$. Если изменение магнитного поля прекратится, то прекратится и дальнейшее изменение угловой скорости вращения атома. Последний будет продолжать вращаться с постоянной угловой скоростью, определяемой формулой Лармора (76.1).

Из изложенного видно, что ларморовское вращение есть одно из проявлений электромагнитной индукции. То обстоятельство, что электромагнитная индукция должна приводить именно к диамагнетизму, а не к парамагнетизму, проще всего понять, руководствуясь принципом Ленца. Действительно, в соответствии с этим принципом магнитное поле $\mathbf{B}_{\text{инд}}$, возбуждаемое ларморовским вращением электронов, должно иметь такое направление, чтобы препятствовать всяким изменениям внешнего приложенного поля \mathbf{B} . Поэтому поле $\mathbf{B}_{\text{инд}}$, а с ним и вектор намагничивания среды \mathbf{I} должны иметь направление, противоположное направлению внешнего поля \mathbf{B} . Явление электромагнитной индукции имеет место во всех средах. Поэтому и обусловленный им диамагнетизм есть универсальное явление, которое должно проявляться во всех средах. Однако в тех случаях, когда атомы обладают собственными магнитными моментами, диамагнитный эффект перекрывается значительно более сильным парамагнитным эффектом.

§ 77. Объяснение парамагнетизма

1. Парамагнетизм наблюдается у тех веществ, атомы которых обладают магнитными моментами уже в отсутствие внешнего магнитного поля. Пока нет магнитного поля, атомы совершают беспорядочное тепловое движение, а их магнитные моменты ориентированы в пространстве также беспорядочно. В этом случае тело не намагничено. В магнитном поле магнитные моменты атомов ориентируются преимущественно в направлении поля. Появляется намагничивание и обусловленный им парамагнетизм.

Излагаемая ниже теория парамагнетизма относится к парамагнитным газам, взаимодействие между атомами которых слабое. Качественно результаты этой теории применимы также к твердым и жидким парамагнетикам, электронные оболочки атомов или ионов которых могут более или менее свободно вращаться вокруг атомных ядер. Это имеет место, например, тогда, когда электронные оболочки обладают сферической симметрией. Таковы электронные оболочки атомов благородных газов или ионов с таким же числом электронов, как у благородных газов.

2. Поместим изолированный атом в постоянное магнитное поле \mathbf{B} . Отвлечемся от наличия спинов, предполагая, что все спины электронной оболочки скомпенсированы. Пусть \mathbf{v} — скорость какого-либо электрона атома до внесения в магнитное поле. Тогда, согласно теореме Лармора, в магнитном поле скорость того же электрона будет $\mathbf{v} + [\Omega \mathbf{r}]$, а его кинетическая энергия $\frac{1}{2} m (\mathbf{v} + [\Omega \mathbf{r}])^2$, где Ω — ларморовская частота. Если пренебречь квадратами величины Ω , то для приращения кинетической энергии электрона можно написать $m(\mathbf{v}[\Omega \mathbf{r}])$ или $m(\mathbf{r}\mathbf{v}\Omega)$. Просуммировав по всем