

для  $dn$  и интегрируя, получим

$$I = n\mathfrak{M} \frac{\int_0^\pi e^{x \cos \vartheta} \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta}{\int_0^\pi e^{x \cos \vartheta} \sin \vartheta d\vartheta} = n\mathfrak{M} \left( \operatorname{cth} x - \frac{1}{x} \right),$$

откуда и следует формула (77.9).

## § 78. Гиромагнитные явления

1. Подвесим парамагнитное или ферромагнитное тело на нити, вокруг которой оно может вращаться. При намагничивании в магнитном поле атомы тела и их магнитные моменты поворачиваются, ориентируясь преимущественно в направлении поля. С магнитным моментом атома  $\mathfrak{M}$  связан момент количества движения электронной оболочки  $\mathfrak{M}/\Gamma$ , где  $\Gamma$  — гиромагнитное отношение. Магнитный момент тела равен  $VI$ , где  $V$  — объем тела, а  $I$  — вектор намагничивания. Поэтому в результате намагничивания момент количества движения электронных оболочек тела увеличивается на  $L_{э,л} = VI/\Gamma$ . Но повороты атомов и магнитных моментов осуществляются под действием столкновений, т. е. *внутренних сил*, которые не могут изменить общий момент количества движения тела. Отсюда следует, что кристаллическая решетка тела должна получить такой же момент количества движения, но противоположного знака, т. е.  $L_{реш} = -VI/\Gamma$ . Если до намагничивания тело находилось в состоянии покоя, то в результате намагничивания оно должно прийти во вращение. Если  $\Theta$  — момент инерции тела, то угловая скорость вращения  $\omega$  определяется уравнением

$$\Theta\omega = -\frac{V}{\Gamma} I, \quad (78.1)$$

а само вращение называется *магнитомеханическим явлением*. Оно вполне аналогично вращению скамьи Жуковского, когда сидящий на ней человек поворачивает ось раскрученного велосипедного колеса, которое он держит в руках (см. т. I, § 34, пункт 7). Роль велосипедного колеса играют электронные оболочки атомов, роль скамьи Жуковского и сидящего на ней человека — кристаллическая решетка тела.

2. Для оценки эффекта предположим, что тело массы  $M$  имеет форму цилиндрика радиуса  $r$  и намагничивается до насыщения. Если магнитный момент атома равен одному магнетону Бора  $\mathfrak{M}_B = e\hbar/(2mc)$ , то магнитный момент тела будет  $VI = MN\mathfrak{M}_B/A$ , где  $N$  — число Авогадро, а  $A$  — атомный вес. Допустим, что магнитный момент атома обусловлен орбитальным движением электрона и, следовательно,  $\Gamma = -e/(2mc)$ . Подставляя эти данные

в формулу (78.1) и принимая во внимание, что  $\Theta = 1/2 Mr^2$ , получим

$$\omega = \frac{2N\hbar}{Ar^2}.$$

Для железного цилиндрика радиуса  $r = 1$  мм ( $A = 56$ ) эта формула дает  $\omega = 2,25 \cdot 10^{-3}$  рад/с.

Эффект очень мал. Для его усиления Эйнштейн и де Гааз (1878—1960), впервые наблюдавшие этот эффект в 1915 г., воспользовались явлением резонанса. В их опытах небольшой железный цилиндрик подвешивался на тончайшей кварцевой нити и помещался внутри соленоида, по обмотке которого пропускался переменный ток, периодически намагничивавший и размагничивавший цилиндрик (рис. 195).

Повороты цилиндрика отмечались с помощью маленького зеркальца, скрепленного с ним. Уравнение крутильных колебаний цилиндрика записывается в виде

$$\frac{d}{dt} (L_{\text{реш}} + L_{\text{эл}}) = -f\dot{\varphi} - \alpha\dot{\varphi},$$

или

$$\Theta\ddot{\varphi} + \alpha\dot{\varphi} + f\varphi = -\frac{dL_{\text{эл}}}{dt} = -\frac{V}{\Gamma} \dot{I},$$

где  $\varphi$  — угол отклонения цилиндрика из положения равновесия,  $f$  — модуль кручения нити,  $\alpha$  — постоянная, учитывающая сопротивление воздуха и прочие тормозящие силы, которые предполагаются пропорциональными скорости. Если ввести собственную частоту колебаний цилиндрика  $\omega_0$  и коэффициент затухания  $\gamma$  по формулам  $\omega_0^2 = f/\Theta$ ,  $\gamma = \alpha/(2\Theta)$ , то получится

$$\ddot{\varphi} + 2\gamma\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = -\frac{V}{\Theta\Gamma} \dot{I}. \quad (78.2)$$

Это уравнение вынужденных крутильных колебаний (см. § 122). Величина, стоящая в правой части уравнения (78.2), играет роль внешней силы. Она возникает в результате намагничивания и перемангничивания цилиндрика и предполагается известной. Эта величина, как и намагничивание  $I$ , периодически меняется во времени с периодом, равным периоду переменного тока  $T$ . На опыте менялась частота переменного тока  $\omega = 2\pi/T$ , пока колебания цилиндрика не становились наиболее интенсивными. Это происходило при резонансе, т. е. тогда, когда  $\omega = \omega_0$ . Зависимость между  $I$  и  $H$  (или, что то же, между  $V$  и  $H$ ) нелинейна. В этом случае правую часть уравнения (78.2) можно разложить в ряд Фурье. Для нахождения решения вблизи резонанса достаточно сохранить в этом разложе-

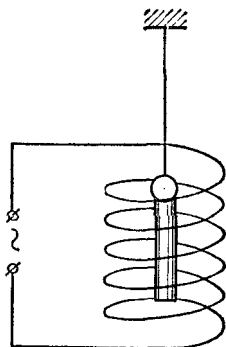


Рис. 195.

нии только член с основной частотой  $\omega$  (см. § 128). Исследуя вынужденные крутильные колебания цилиндрика, можно было найти гироманнитное отношение  $\Gamma$ .

3. Существует явление, обратное магнитомеханическому. Оно называется *гироманнитным* и заключается в том, что при вращении парамагнитных и ферромагнитных тел они намагничиваются. Объяснение этого явления, в сущности, уже было дано в конце предыдущего параграфа. В магнитном поле электронная оболочка атома приходит во вращение относительно кристаллической решетки с угловой скоростью  $\Omega = -\Gamma B$ . При наличии такого относительного вращения столкновения между атомами приводят к намагничиванию среды. Получилось бы то же намагничивание, если бы относительное вращение было создано не магнитным полем, а любым другим способом. Отсюда следует, что если решетку привести во вращение с угловой скоростью  $\omega$ , равной, но противоположно направленной  $\Omega$ , то намагничивание будет таким же. Иными словами, вращение тела с угловой скоростью  $\omega$  вызывает то же намагничивание, как и магнитное поле с напряженностью

$$B_{\text{эфф}} = \frac{\omega}{\Gamma}. \quad (78.3)$$

Явление экспериментально наблюдалось Барнетом в 1914 г. Для того чтобы составить представление о масштабе явления, допустим, что гироманнитное отношение связано с орбитальным движением электронов [ $\Gamma = -e/(2mc)$ ], и предположим, что скорость вращения составляет 100 оборотов в секунду ( $\omega = 2\pi \cdot 100$  рад/с). Тогда

$$B_{\text{эфф}} = \frac{2mc}{e} \omega \approx 7 \cdot 10^{-5} \text{ Гс.}$$

Для сравнения заметим, что земное магнитное поле на поверхности Земли меняется в пределах 0,28 — 0,70 Гс.

4. Исследования магнитомеханического и гироманнитного явлений показали, что гироманнитное отношение  $\Gamma$  всегда отрицательно. Тем самым было подтверждено, что магнетизм обусловлен движением отрицательных электрических зарядов (электронов). Численные значения величины  $\Gamma$ , как и следовало ожидать, оказались заключенными между пределами  $e/(2mc)$  и  $e/(mc)$ . Весьма существенно, что для всех исследованных ферромагнетиков (железо, никель, кобальт, ряд сплавов) гироманнитное отношение оказалось равным не  $-e/(2mc)$ , а  $-e/(mc)$ . Это показывает, что *магнетизм ферромагнетиков обусловлен одним только спином электронов, а не их орбитальным движением.*

В настоящее время разработаны значительно более точные методы измерения магнитных моментов электронов и атомных ядер,

а также гиромангнитных отношений. Особенно широкие применения получили методы, основанные на *магнитном резонансе* (электронном и ядерном). Это явление будет рассмотрено в V томе нашего курса — в атомной физике.

### § 79. Теория ферромагнетизма

1. Первая количественная теория ферромагнетизма была разработана французским физиком Вейссом (1865—1940) в 1907 г., хотя до Вейсса сходные идеи высказывались русским физиком Б. Л. Розингом еще в 1892 г. Но работы Розинга были забыты. Теория Вейсса носит полуфеноменологический характер. Вейсс предположил, что атомы ферромагнетика, как и парамагнетика, обладают магнитными моментами и взаимодействуют между собой с силами, зависящими от угла между этими магнитными моментами. Эти силы стремятся установить магнитные моменты соседних атомов параллельно друг другу. В результате ориентации магнитных моментов атомов в определенном направлении и создается намагничивание ферромагнетика. В теории Вейсса силы взаимодействия между атомами формально сводятся к некоторому «эффективному» магнитному полю, которое и ориентирует атомы ферромагнетика. Эффективное поле складывается из обычного макроскопического поля в веществе  $H$  и некоторого гипотетического «молекулярного поля». Последнее, согласно предположению Вейсса, пропорционально намагниченности ферромагнетика  $I$ , так что эффективное поле может быть представлено в виде

$$B_{\text{эфф}} = H + bI, \quad (79.1)$$

где  $b$  — некоторая положительная постоянная, характеризующая свойства различных ферромагнетиков. Она называется *постоянной Вейсса*.

Исходя из этих предположений, нетрудно рассчитать намагничивание ферромагнетика  $I$ . Для этого надо только в теории Ланжевена поле  $H$  заменить на эффективное поле  $B_{\text{эфф}}$ . Это дает  $I = n\mathfrak{M}L(x)$ , где  $x = \mathfrak{M}(H + bI)/(kT)$ . Разрешая последнее соотношение относительно  $I$  и замечая, что  $n\mathfrak{M}$  есть намагничивание насыщения  $I_s$ , получаем систему двух уравнений:

$$I = I_s L(x), \quad I = \frac{kTn}{I_s b} x - \frac{H}{b}, \quad (79.2)$$

из которой нетрудно вычислить намагничивание  $I$ . Эту систему удобно исследовать графически, откладывая по горизонтальной оси величину  $x$ , а по вертикальной — намагничивание  $I$  (рис. 196). Первое уравнение (79.2) представится кривой Ланжевена  $OA_0A$ , а второе — прямой  $CA$ , пересекающей вертикальную ось в точке  $C$  с ординатой  $OC = -H/b$ .