

§ 80. Сверхпроводники и их магнитные свойства

1. Явление сверхпроводимости было открыто в 1911 г. Камерлинг-Оннесом (1853—1926) после того, как в 1908 г. им же был охлажден гелий и стала доступной область температур вблизи абсолютного нуля. Исследуя сопротивление ртути постоянному току при приближении к абсолютному нулю, Камерлинг-Оннес обнаружил, что при температуре 4,12 К (по современным измерениям, 4,15 К) сопротивление скачкообразно уменьшалось до нуля или, во всяком случае, до неизмеримо малой величины. Дальнейшие исследования показали, что аналогично ведут себя и многие другие металлы. Это явление назвали *сверхпроводимостью*, а вещества, где оно наблюдается, — *сверхпроводниками*. Температура T_k , при которой происходит скачкообразное уменьшение сопротивления, называется *температурой перехода в сверхпроводящее состояние* или *критической температурой*. Состояние сверхпроводника выше критической температуры называется *нормальным*, а ниже — *сверхпроводящим*. В настоящее время известно, что примерно половина металлических элементов переходит в сверхпроводящее состояние. Сверхпроводимость обнаружена также более чем у тысячи сплавов и соединений металлов. Из чистых металлов наибольшей температурой перехода обладает ниобий (9,3 К), а у сплавов и химических соединений рекордным в настоящее время является соединение ниобия с германием Nb_3Ge ($T_k = 23,2$ К).

Наиболее точным методом для количественных оценок сопротивления сверхпроводников в сверхпроводящем состоянии является создание индукционного тока в *сверхпроводящем кольце*. Кольцо из исследуемого материала при температуре выше критической вносится в магнитное поле. Затем оно охлаждается до температуры ниже критической и тем самым переводится в сверхпроводящее состояние. После этого магнитное поле выключается и в кольце возбуждается индукционный ток. В обычном нормальном металле индукционный ток быстро затухает. По быстроте этого затухания можно судить о сопротивлении кольца. Если же кольцо сверхпроводящее, то ток продолжается практически неограниченно долго. Наблюдая такой ток (по величине возбуждаемого им магнитного поля), можно оценить верхний предел сопротивления кольца. Таким путем найдено, что удельное сопротивление свинца в сверхпроводящем состоянии меньше $4 \cdot 10^{-23}$ Ом·см, т. е. по крайней мере в 10^{17} раз меньше удельного сопротивления меди при комнатной температуре. При переходе через критическую температуру скачок сопротивления составляет по крайней мере 14 порядков. Это позволяет с полным основанием считать, что в сверхпроводящем состоянии электрическое сопротивление постоянному току действительно исчезает.

2. Сверхпроводник ниже критической температуры не оказывает никакого электрического сопротивления только тогда, когда ток *постоянный*. В случае переменных токов сопротивление отлично от нуля и тем больше, чем выше частота переменного тока. Этот факт проще всего понять на основе так называемой *двухжидкостной модели сверхпроводника*. Согласно этой модели электроны, создающие электрический ток в сверхпроводнике, разделяются на две группы: *сверхпроводящие* и *нормальные*. Сверхпроводник как бы питан двумя электрическими жидкостями, откуда и произошло название модели. Сверхпроводящие электроны при своем движении не встречают никаких сил сопротивления, они движутся по инерции, а потому для поддержания сверхпроводящего тока не требуется никакого электрического поля. Напротив, нормальные электроны испытывают столкновения с атомами решетки, как в обычных металлах, и для тока нормальных электронов справедлив обычный закон Ома. При включении электрического поля ускоряются как сверхпроводящие, так и нормальные электроны. Когда ток становится постоянным, электрическое поле в сверхпроводнике должно исчезнуть, так как в противном случае сверхпроводящие электроны непрерывно ускорялись бы, а создаваемый ими ток неограниченно возрастал бы. Но при отсутствии электрического поля нормальные электроны не могут создать никакого тока. Ток создается только сверхпроводящими электронами, а потому и не возникает никакого электрического сопротивления. Если же сила тока меняется, то в сверхпроводнике должно существовать электрическое поле, ускоряющее как сверхпроводящие, так и нормальные электроны. Появляется ток нормальных электронов и связанные с ним электрическое сопротивление и джоулево тепло. Правда, для обычных переменных токов, с которыми имеет дело электротехника (частота $\nu \sim 50$ Гц), на долю тока нормальных электронов приходится ничтожная часть. Однако с повышением частоты эта доля непрерывно возрастает. Когда частота ν становится достаточно высокой, начинают проявляться квантовые эффекты, еще большие увеличивающие потери энергии на джоулево тепло. Это происходит тогда, когда энергии кванта $h\nu$ достаточно для перевода сверхпроводящего электрона на более высокий энергетический уровень, т. е. в группу нормальных электронов. Частоту ν легко оценить, заметив, что, когда температура достигает критической, энергия теплового движения kT становится достаточной для такого перехода. Поэтому должно быть $h\nu \gtrsim kT_k$. Так как $T_k \sim 1$ К, то отсюда получаем $\nu \gtrsim 10^{11}$ Гц, т. е. указанный процесс начинает происходить в области инфракрасных частот. С изложенной точки зрения понятно, почему сверхпроводники, даже при температуре ниже критической, в оптическом отношении ведут себя как обычные металлы.

3. Перейдем теперь к рассмотрению магнитных свойств сверхпроводников. До 1933 г. считалось, что в магнитном отношении

сверхпроводники ведут себя просто как идеальные проводники, т. е. тела, электропроводность которых бесконечно велика. В идеальном проводнике, как известно (см. § 71), сохраняется магнитный поток через любой «жидкий» контур, движущийся вместе с проводником. Если проводник твердый (а все сверхпроводники твердые) и неподвижен, то и всякий «жидкий» контур в нем также неподвижен и недеформируем. Так как контур можно взять бесконечно малым и любым, то из сохранения потока $\int \mathbf{B} d\mathbf{S}$ следует и сохранение вектора \mathbf{B} . Таким образом, индукция \mathbf{B} в твердом идеальном проводнике не может изменяться.

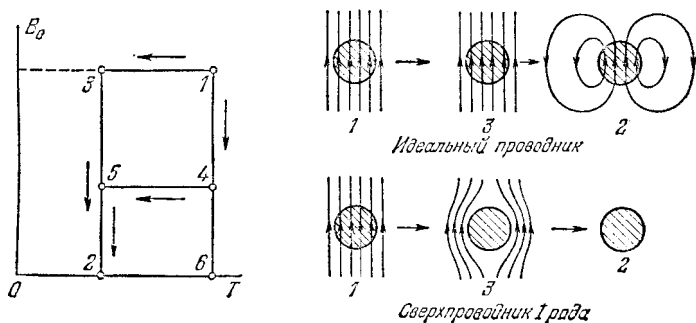


Рис. 197.

Применим доказанную теорему к сверхпроводникам. Будем характеризовать внешние условия, в которых находится сверхпроводник, температурой T и внешним приложенным магнитным полем B_e (создаваемым, например, электромагнитом), откладывая эти параметры на осях координат (рис. 197). Переведем сверхпроводник (имеющий, например, форму шара) из несверхпроводящего состояния 1 в сверхпроводящее состояние 2 по пути 132. Сначала, не меняя магнитного поля B_e , охладим тело до точки 3, переведя его в сверхпроводящее состояние. Все сверхпроводники не ферромагнитны, так что их магнитная проницаемость очень близка к единице. Поэтому при указанном охлаждении поле внутри и вне сверхпроводника не изменится. В точке 3, сохраняя температуру постоянной, выключим внешнее приложенное поле B_e , т. е. перейдем в точку 2. В силу доказанной теоремы магнитное поле внутри сверхпроводника не изменится. Вне сверхпроводника останется неоднородное магнитное поле, так как должно выполняться граничное условие — непрерывность нормальных составляющих вектора индукции на границе тела. Произведем теперь переход в ту же точку 2 по пути 1452. В наших рассуждениях ничего не изменится — достаточно в качестве исходной взять просто точку 4, где внешнее

приложенное поле B_e слабее, чем в точке 1. В точке 2 внутри и вне тела получится такая же картина поля, что и раньше, только поле всюду будет слабее. В частности, если переход произвести по пути 1462, то магнитное поле в конечном состоянии всюду будет равно нулю. Таким образом, заданием внешних параметров T и B_e состояние сверхпроводника не определяется однозначно. Сверхпроводник может перейти в любое из бесчисленного множества состояний в зависимости от «пути перехода», т. е. от способа, каким достигнуты значения параметров T и B_e .

4. Реальные сверхпроводники ведут себя иначе. Вальтер Мейсснер (1882—1974) совместно с Оксенфельдом показал в 1933 г., что в сверхпроводящем состоянии магнитное поле внутри сверхпроводника равно нулю ($\mathbf{B} = \mathbf{H} = 0$). Это значит, что при охлаждении сверхпроводника ниже критической температуры магнитное поле вытесняется из него (эффект Мейсснера—Оксенфельда). Поэтому картина изменения магнитного поля при изменении внешних параметров T и B_e , изображенная в верхнем ряду рис. 197, не соответствует реальному поведению сверхпроводника. Действительное поведение показано на том же рисунке в нижнем ряду. Состояние сверхпроводника *однозначно* определяется параметрами T и B_e и не зависит от пути перехода в это состояние. Позднее было показано, что не все сверхпроводники ведут себя в соответствии с результатом, установленным Мейсснером и Оксенфельдом. Сверхпроводники, для которых эффект Мейсснера—Оксенфельда имеет место в описанной форме, называются *сверхпроводниками I рода*, а сверхпроводники, где явление протекает иначе, — *сверхпроводниками II рода*. Более точное определение будет дано ниже (см. пункт 9). Сейчас же заметим, что к сверхпроводникам I рода относятся все чистые металлы, за исключением ниобия, ванадия и технеция, которые являются сверхпроводниками II рода. Сначала мы будем предполагать, что имеем дело со сверхпроводниками I рода.

Так как в сверхпроводнике нет магнитного поля, то в его объеме не могут течь и электрические токи, т. е. внутри сверхпроводника $\mathbf{j} = 0$. Это непосредственно следует из теоремы о циркуляции $\text{rot } \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}$. Все токи должны течь по поверхности сверхпроводника.

Эти поверхностные токи возбуждают магнитное поле, компенсирующее внутри проводника внешнее приложенное поле. Таков механизм вытеснения магнитного поля из сверхпроводника, о котором говорится в эффекте Мейсснера—Оксенфельда.

Эффект Мейсснера—Оксенфельда очень наглядно проявляется в парении магнита над поверхностью сверхпроводника. На тарелку из сверхпроводника (например, свинцовую), охлажденную до температуры ниже критической, опускается небольшой магнит. При этом в тарелке возбуждаются незатухающие индукционные токи. Отталкивая магнит, эти токи и заставляют его «парить» над тарелкой

на определенной высоте. Явление наблюдается и в том случае, когда магнит кладется на тарелку, температура которой выше критической, а затем охлаждением тарелка приводится в сверхпроводящее состояние. Дело в том, что вытеснение магнитного поля из сверхпроводника также сопровождается изменениями магнитных потоков, а следовательно, и возбуждением индукционных токов. Эти токи определяются только взаимным расположением магнита и тарелки и совсем не зависят от того, каким способом было достигнуто это расположение. Поэтому явление будет выглядеть так же, как и при первой постановке опыта.

5. В действительности ток у границы сверхпроводника течет не по поверхности, а в слое конечной толщины. В тот же слой должно проникать и магнитное поле, как это видно из уравнения $\text{rot } \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}$. Наиболее простая оценка глубины проникновения магнитного поля в сверхпроводник была дана братьями Фрицем и Гансом Лондонами, разработавшими первую феноменологическую теорию сверхпроводимости. Приведем эту оценку. Будем предполагать, что имеем дело с полями, медленно меняющимися во времени. Так как сверхпроводники не ферромагнитны, то можно пренебречь разницей между \mathbf{B} и \mathbf{H} и записать фундаментальные уравнения электродинамики в виде

$$\text{rot } \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \dot{\mathbf{B}}, \quad (80.1)$$

причем мы будем также пренебрегать разницей между частной и полной производными по времени. Предполагая, что токи создаются движением только сверхпроводящих электронов, напомним далее $\mathbf{j} = -n_s e \mathbf{v}_s$, где n_s — концентрация таких электронов. После дифференцирования по времени получим $d\mathbf{j}/dt = -n_s e \dot{\mathbf{v}}_s$. Ускорение электрона $\dot{\mathbf{v}}_s$ найдется из уравнения $m\dot{\mathbf{v}}_s = -e\mathbf{E}$, если пренебречь действием магнитного поля. Тогда

$$\frac{d\mathbf{j}}{dt} = -\frac{c^2}{4\pi\Lambda^2} \mathbf{E}, \quad (80.2)$$

где введено обозначение

$$\Lambda = \left(\frac{mc^2}{4\pi n_s e^2} \right)^{1/4}. \quad (80.3)$$

Продифференцировав первое уравнение (80.1) по t , исключим из уравнений (80.1) и (80.2) величины \mathbf{E} и $d\mathbf{j}/dt$. Тогда получим

$$\dot{\mathbf{B}} = -\Lambda^2 \text{rot rot } \dot{\mathbf{B}}.$$

Этому уравнению удовлетворяет $\mathbf{B} = \text{const}$. Но такое решение не согласуется с эффектом Мейсснера — Оксенфельда, так как внутри сверхпроводника должно быть $\mathbf{B} = 0$. Лишнее решение

получилось потому, что при выводе дважды применялась операция дифференцирования по времени. Чтобы автоматически исключить это решение, Лондоны ввели гипотезу, что в последнем уравнении производную \mathbf{B} следует заменить самим вектором \mathbf{B} . Это дает

$$\mathbf{B} = -\Lambda^2 \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{B}. \quad (80.4)$$

Для определения глубины проникновения магнитного поля внутрь сверхпроводника допустим, что последний ограничен плоскостью и занимает все полупространство по одну сторону от нее. Направим ось Z внутрь сверхпроводника нормально к его границе. Пусть магнитное поле параллельно оси X , так что $B_y = B_z = 0$. Тогда

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{\partial B_x}{\partial z} \mathbf{e}_y, \quad \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{B} = -\frac{\partial^2 B_x}{\partial z^2} \mathbf{e}_x$$

и уравнение (80.4) дает

$$\frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial z^2} - \frac{\mathbf{B}}{\Lambda^2} = 0.$$

Решение этого уравнения, обращающееся в нуль при $z \rightarrow \infty$, имеет вид

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 e^{-z/\Lambda}. \quad (80.5)$$

Постоянная интегрирования \mathbf{B}_0 дает поле на поверхности сверхпроводника. На протяжении длины Λ магнитное поле убывает в e раз. Величина Λ и принимается за меру глубины проникновения магнитного поля в металл.

Для получения численной оценки примем, что на каждый атом металла приходится один сверхпроводящий электрон, полагая $n_s \approx 5 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$. Тогда по формуле (80.3) найдем $\Lambda \approx 2,5 \times 10^{-6} \text{ см}$, что по порядку величины совпадает со значениями, полученными непосредственными измерениями. Концентрация сверхпроводящих электронов убывает по мере приближения к критической температуре T_k . В соответствии с этим при возрастании температуры от 0 до T_k глубина проникновения Λ монотонно растет и обращается в бесконечность при $T = T_k$ (см. рис. 198, где представлена зависимость Λ от T для олова).

6. При увеличении напряженности внешнего возбуждающего поля \mathbf{B}_e выше определенного предела сверхпроводимость разрушается, т. е. сверхпроводник переходит в нормальное состояние, а магнитное поле проникает внутрь сверхпроводника. Магнитное поле, при котором это происходит, называется критическим полем и обозначается \mathbf{B}_k . Критическое поле зависит от температуры. Его легко определить из термодинамических соображений. Чтобы освободиться от осложняющих обстоятельств, не имеющих отношения к существу вопроса, будем предполагать, что сверхпроводящее

тело имеет форму длинного цилиндра, а внешнее приложенное поле однородно и направлено параллельно оси цилиндра. Тогда магнитное поле внутри цилиндра (когда он находится в нормальном состоянии), а также намагничивание последнего будут также однородными. Для определенности предположим, что поле B_e создается длинным соленоидом, по боковой поверхности которого циркулирует постоянный ток \mathcal{I} , а ось цилиндра совпадает с осью соленоида (рис. 199). Длины цилиндра и соленоида для простоты примем одинаковыми и равными l . Влияние краев цилиндра и соленоида при достаточно большом l можно не принимать во внимание. Магнитную проницаемость сверхпроводника будем считать равной единице

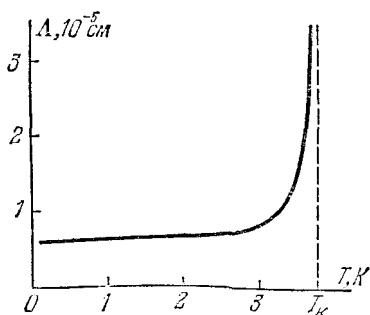


Рис. 198.

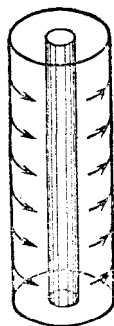


Рис. 199.

как в сверхпроводящем, так и в нормальном состоянии. Пусть ψ_s и ψ_n — объемные плотности свободной энергии сверхпроводника в сверхпроводящем и нормальном состоянии при отсутствии магнитного поля. Поскольку температура ниже критической, реализуется сверхпроводящее состояние; оно является более устойчивым, а потому должно быть $\psi_s < \psi_n$.

Критическое магнитное поле B_k можно определить как такое поле B_e , когда при заданной температуре сверхпроводящая и нормальная фазы находятся в равновесии друг с другом. Тогда полная свободная энергия всей системы будет одна и та же независимо от того, в какой фазе находится сверхпроводящий цилиндр. Пусть цилиндр квазистатически переходит из сверхпроводящего в нормальное состояние и притом так, что во время перехода температура T , внешнее приложенное поле B_e , а с ним и ток \mathcal{I} в соленоиде поддерживаются постоянными ($B_e = B_k$). Так как магнитное поле в сверхпроводник не проникает (мы пренебрегаем глубиной проникновения), то свободная энергия сверхпроводящего цилиндра будет $V_1\psi_s$, где V_1 — объем цилиндра. Сюда надо добавить энергию магнитного поля, локализованную вне цилиндра, т. е. $(V - V_1)B_k^2/(8\pi)$, где V — объем соленоида. Полная свободная

энергия системы в начальном состоянии будет

$$\Psi_1 = V_1 \psi_s + \frac{1}{8\pi} (V - V_1) B_k^2.$$

Во время перехода будет меняться магнитный поток Φ через поперечное сечение цилиндра и возбуждаться электродвижущая сила индукции $\mathcal{E}_{\text{инд}} = -\frac{1}{c} \frac{d\Phi}{dt}$. Для поддержания силы тока в соленоиде \mathcal{I} постоянной должна быть затрачена элементарная работа $-\mathcal{E}_{\text{инд}} \mathcal{I} dt = \frac{1}{c} \mathcal{I} d\Phi$. Поскольку ток \mathcal{I} постоянен, полная затраченная работа во время перехода будет $A = \frac{1}{c} \mathcal{I} \Phi = \frac{1}{c} \mathcal{I} S B_e$, где S — площадь поперечного сечения соленоида. А так как $B_e = B_k = 4\pi \mathcal{I} / l$, то $A = l S B_k^2 / (4\pi) = V_1 B_k^2 / (4\pi)$. В результате для свободной энергии системы в конечном состоянии получаем

$$\Psi_2 = \Psi_1 + A = V_1 \left(\psi_s + \frac{1}{8\pi} B_k^2 \right) + \frac{V}{8\pi} B_k^2.$$

Результат, разумеется, не зависит от способа перехода системы в конечное состояние, поскольку свободная энергия есть функция состояния. Но в конце перехода сверхпроводящий цилиндр перешел в нормальное состояние, а магнитное поле заполняет весь объем соленоида. Поэтому для Ψ_2 можно написать также

$$\Psi_2 = V_1 \psi_n + \frac{V}{8\pi} B_k^2.$$

Сравнивая оба выражения для Ψ_2 , находим

$$\psi_s + \frac{1}{8\pi} B_k^2 = \psi_n. \quad (80.6)$$

Этим соотношением и определяется критическое поле, при котором начинается разрушение сверхпроводимости.

Сверхпроводимость разрушается также электрическим током, когда последний превосходит известный предел (*критический ток*). Однако этот эффект является простым следствием только что рассмотренного. Действительно, ток, протекающий по сверхпроводнику, возбуждает магнитное поле. Когда оно достигает критического значения, начинается разрушение сверхпроводимости.

7. Состояние сверхпроводника однозначно определяется заданием внешнего приложенного поля B_e и температуры T (при условии, что давление, объем и прочие параметры поддерживаются постоянными), т. е. точкой на плоскости (T, B_e) . На соответствующей диаграмме состояния (рис. 200) кривая равновесия делит плоскость на две части: одной соответствует сверхпроводящая фаза, а другой — нормальная. Кривая равновесия имеет параболическую форму.

На ней располагаются точки (T_k, B_k) . Из кривой равновесия видно, как магнитное поле понижает температуру перехода в сверхпроводящее состояние. Ранее введенную критическую температуру мы обозначаем теперь через T_{k0} , чтобы подчеркнуть, что это есть температура перехода в сверхпроводящее состояние при отсутствии магнитного поля ($B_e = 0$). Аналогичный смысл имеет обозначение B_{k0} .

8. До сих пор предполагалось, что сверхпроводящий образец имеет форму длинного цилиндра, а внешнее возбуждающее поле B_e однородно и параллельно оси образца. В этом случае магнитное поле на поверхности образца имеет одинаковое значение во всех

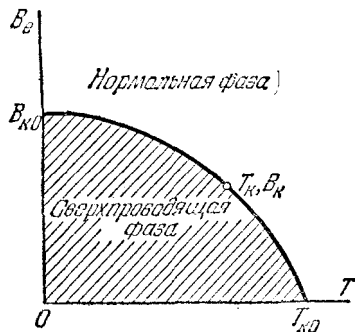


Рис. 200.

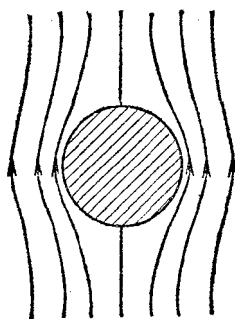


Рис. 201.

точках. При возрастании магнитного поля оно во всех этих точках достигнет критической величины B_k одновременно. Когда это произойдет, сверхпроводящее состояние будет разрушено во всем объеме образца. Последний целиком перейдет в нормальное состояние.

Сложнее ведут себя образцы другой формы, так как в этих случаях критическое поле B_k в различных точках поверхности образца достигается при различных значениях B_e . Рассмотрим простейший случай, когда образец имеет форму шара и внесен в однородное магнитное поле B_e (рис. 201). Максимального значения магнитное поле на поверхности шара достигает на экваторе, где оно составляет $\frac{3}{2} B_e$ (см. задачу 8). Поэтому разрушение сверхпроводимости должно начаться с экваториальных точек, а именно тогда, когда $\frac{3}{2} B_e = B_k$. Но при таком значении поля B_e в нормальное состояние не может перейти весь шар. В противном случае (так как $\mu = 1$) магнитное поле во всем пространстве стало бы однородным и равным $B_e = \frac{2}{3} B_k$, т. е. меньше критического, а потому шар должен был бы вернуться в сверхпроводящее состояние. Разрушение сверхпроводимости в магнитном поле происходит путем «распада» шара на чередующиеся тонкие слои, а в случае тел более сложной формы — на малые области (домены) из сверхпроводящей и нормальной фаз, подобные доменам, на которые распадается ферромагнетик.

Такое состояние распада сверхпроводника на сверхпроводящие и нормальные домены, связанное с его формой и обусловленное магнитным полем, называется *промежуточным состоянием*. Его существование было доказано прямыми опытами.

9. Одним из существенных факторов, определяющих поведение сверхпроводника, является *поверхностная энергия*, связанная с наличием границ раздела между нормальной и сверхпроводящей фазами. Эта энергия аналогична энергии поверхностного натяжения на границе раздела двух жидкостей. Однако в случае сверхпроводников поверхностная энергия может быть и положительной и отрицательной. Сверхпроводники, для которых поверхностная энергия положительна, называются *сверхпроводниками I рода*, а сверхпроводники с отрицательной поверхностной энергией — *сверхпроводниками II рода*. Долгое время считалось, что все сверхпроводники являются сверхпроводниками I рода. Возможность существования сверхпроводников II рода была теоретически предсказана в 1957 г. А. А. Абрикосовым (р. 1928).

Допустим, что сверхпроводящий образец имеет форму длинного цилиндра, а внешнее магнитное поле прилагается параллельно его оси. В таком случае никакого промежуточного состояния, связанного с формой образца, не возникнет. Однако при возрастании магнитного поля B_e сверхпроводники I и II рода будут вести себя по-разному. Если внешнее приложенное поле B_e достигает критического значения B_k , то в случае сверхпроводников I рода сверхпроводящая фаза становится термодинамически неустойчивой и весь образец переходит в более устойчивую — нормальную — фазу. Дробление сверхпроводника на малые сверхпроводящие и нормальные домены не наблюдается, так как на образование границ между ними требуется дополнительная затрата энергии. В соответствии с этим на диаграмме состояния сверхпроводника I рода существуют только две области: *сверхпроводящая* и *нормальная* (рис. 200). Не то будет в случае сверхпроводников II рода. Так как здесь поверхностная энергия отрицательна, то имеется возможность понижения полной свободной энергии системы путем дробления образца на сверхпроводящие и нормальные домены. Такое дробление не связано с формой образца, а является *внутренним свойством* сверхпроводников II рода. Кроме того, в отличие от промежуточного состояния, где доменная структура сравнительно грубая и видна невооруженным глазом, домены в сверхпроводниках II рода значительно мельче (порядка 10^{-5} см и меньше). Описанное состояние сверхпроводника II рода, в котором он существует в виде сверхпроводящих и нормальных доменов, называется *смешанным состоянием*. На диаграмме состояния сверхпроводника II рода (рис. 202) различают три области: *сверхпроводящую*, *область смешанного состояния* и *нормальную область*. Границы между этими областями определяют «нижнее» B_{k1} и «верхнее» B_{k2} критические поля.

Сверхпроводники II рода (сверхпроводящие сплавы) нашли применения в качестве соленоидов, предназначенных для получения сильных магнитных полей (~ 100 кГс). Сверхпроводники I рода для этой цели не годятся из-за низких значений критических магнитных полей, разрушающих сверхпроводимость.

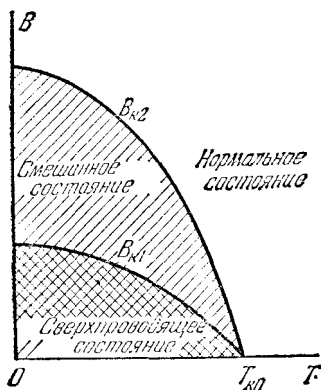


Рис. 202.

10. Физическая природа сверхпроводимости была понята только в 1957 г. Еще задолго до этого Ландау была создана теория сверхтекучести гелия II. Оказалось, что сверхтекучесть — это макроскопический квантовый эффект. Однако перенести теорию Ландау на явление сверхпроводимости мешало то обстоятельство, что атомы гелия, обладая нулевым спином, подчиняются статистике Бозе — Эйнштейна. Электроны же, обладая половинным спином, подчиняются принципу Паули и статистике Ферми — Дирака (см. т. II, § 82). Для таких частиц невозможна

бозе-эйнштейновская конденсация, необходимая для возникновения сверхтекучести. Решающий шаг в понимании сверхпроводимости был сделан американскими физиками Бардином (р. 1908), Купером (р. 1930) и Шриффером (р. 1931). Их теория в математическом отношении была усовершенствована советским физиком Н. Н. Боголюбовым (р. 1909). Основная идея заключается в следующем.

Между электронами металла существует кулоновское отталкивание. Однако оно в значительной степени ослаблено экранирующим действием положительных ионов решетки. Между тем взаимодействие электронов с колебаниями решетки приводит к слабому притяжению между ними. Это притяжение есть квантовый эффект. Оно при определенных условиях может превзойти кулоновское отталкивание между электронами, и тогда электроны группируются в пары (куперовские пары). Эти пары, обладая нулевым спином, ведут себя как бозе-частицы и переносят электрический ток в сверхпроводниках. Ограничимся этим замечанием, так как здесь невозможно входить в теорию сверхпроводимости по существу.

ЗАДАЧИ

1. Сверхпроводящие катушки с самоиндукциями L_1 и L_2 соединены параллельно и включены в цепь гальванической батареи с электродвижущей силой \mathcal{E} (рис. 203). Найти установившиеся токи в катушках \mathcal{I}_1 и \mathcal{I}_2 и ток в общей цепи \mathcal{I} , если коэффициентом взаимной индукции катушек можно пренебречь.

Решение. По закону Ома $\mathcal{I} = \mathcal{E} / (R + r)$. До включения батареи магнитный поток через сверхпроводящий контур $ABCD$ был равен нулю. Он

сохранится таковым и после включения тока, т. е. $L_1 \mathcal{I}_1 - L_2 \mathcal{I}_2 = 0$, откуда

$$\frac{\mathcal{I}_1}{\mathcal{I}_2} = \frac{L_2}{L_1}. \quad (80.7)$$

Присоединив сюда уравнение $\mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2 = \mathcal{I}$, найдем токи \mathcal{I}_1 и \mathcal{I}_2 в отдельности.

2. В замкнутой сверхпроводящей обмотке электромагнита возбужден постоянный ток \mathcal{I} (рис. 204). В магнитопроводе из мягкого железа с магнитной проницаемостью μ имеется небольшой зазор толщины l , так что рассеянием магнитного поля в зазоре можно пренебречь. Длина магнитопровода (вместе с зазором) равна L . Чему будет равен ток \mathcal{I}_0 в обмотке электромагнита, если в зазор вставить пластину толщины l из того же железа?

О т в е т. $\mathcal{I}_0 = \frac{\mathcal{I}}{1 + (\mu - 1) l/L}$.

3. Длинный сверхпроводящий цилиндр (из сверхпроводника I рода) внесен в постоянное однородное магнитное поле B , направленное параллельно оси цилиндра. Определить силу f , действующую на единицу площади боковой поверхности цилиндра.

О т в е т. $f = B^2/(8\pi)$ (давление, направленное к оси цилиндра).

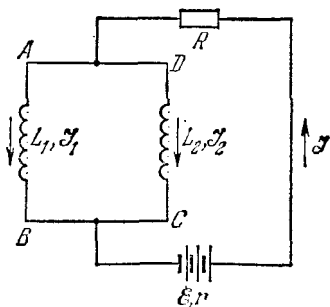


Рис. 203.

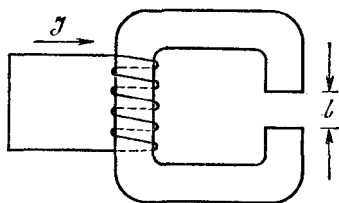


Рис. 204.

4. Кольцо из тонкой проволоки помещено в однородное магнитное поле $B = 10$ Гс, перпендикулярное к плоскости кольца, и охлаждением переведено в сверхпроводящее состояние. Найти силу тока в кольце после выключения магнитного поля, если радиус кольца $R = 5$ см, а радиус проволоки $a = 1$ мм.

У к а з а н и е. Самондукция тонкого проволочного кольца (если ток течет по его поверхности) в гауссовой системе дается выражением

$$L = 4\pi R [\ln(8R/a) - 2].$$

О т в е т. $\mathcal{I} = \frac{c\pi R^2 B}{L} = 9,4 \cdot 10^{10}$ СГСЭ-ед. = 31 А.

5. Над плоской поверхностью сверхпроводника I рода параллельно этой поверхности подвешен тонкий прямолинейный провод на расстоянии h от плоскости, по которому течет постоянный ток \mathcal{I} . Найти линейную плотность сверхпроводящего тока i , текущего по поверхности сверхпроводника.

У к а з а н и е. Применить метод зеркальных изображений.

О т в е т. $i = \mathcal{I}h/(\pi r^2)$, где r — расстояние между проводом и точкой наблюдения. Сверхпроводящий ток параллелен току \mathcal{I} и течет в противоположном направлении.

6. Над плоской поверхностью сверхпроводника I рода на изолирующем слое толщины $h = 5$ мм лежит тонкое сверхпроводящее кольцо радиуса $R = 10$ см,

по которому течет постоянный ток \mathcal{I} . При каком токе \mathcal{I} кольцо начнет парить над сверхпроводником, если масса кольца $m = 1$ г?

О т в е т. $\mathcal{I} \geq c \sqrt{\frac{mgh}{2\pi R}} = 8,4 \cdot 10^{10}$ СГСЭ-ед. = 25 А.

7. На какой высоте h постоянный магнитик с магнитным моментом $\mathfrak{M} = 10^3$ Гс·см³ и массой $m = 10$ г будет парить в горизонтальном положении над плоской горизонтальной поверхностью сверхпроводника I рода? Магнитик считать точечным диполем.

У к а з а н и е. Применить метод зеркальных изображений. Воспользоваться выражением для взаимной потенциальной энергии двух точечных диполей.

О т в е т. $h = \frac{1}{2} \left(\frac{3\mathfrak{M}^2}{mg} \right)^{1/4} \approx 2,1$ см.

8. Шар радиуса a из сверхпроводника I рода внесен в постоянное однородное магнитное поле B_0 . Определить магнитное поле B вне шара, если поле B_0 еще не разрушает сверхпроводимость в шаре. Найти также поверхностную плотность тока сверхпроводимости i .

Р е ш е н и е. Введем предположение, оправдываемое последующим расчетом, что вне шара на однородное поле B_0 накладывается поле точечного диполя \mathfrak{M} , помещенного в центре шара (рис. 205). Тогда

$$B = B_0 + \frac{3(\mathfrak{M}r)}{r^3} r - \frac{\mathfrak{M}}{r^3}. \quad (80.8)$$

Момент \mathfrak{M} определится из условия, чтобы нормальная составляющая вектора B на поверхности шара обращалась в нуль:

$$B_r = B_0 \cos \vartheta + \frac{2\mathfrak{M}}{a^3} \cos \vartheta = 0.$$

Этому условию при любых значениях угла ϑ удовлетворяет

$$\mathfrak{M} = -\frac{a^3}{2} B_0. \quad (80.9)$$

На экваторе, т. е. при $r = a$, $\vartheta = 90^\circ$, получаем $B = \frac{3}{2} B_0$. Поверхностный ток сверхпроводимости течет вдоль параллелей $\vartheta = \text{const}$, причем по теореме о циркуляции $i = \frac{3c}{8\pi} B_0 \sin \vartheta$.

9. Бесконечно длинный цилиндр радиуса a из сверхпроводника I рода внесен в постоянное однородное магнитное поле B_0 , перпендикулярное к оси цилиндра. Определить магнитное поле B вне цилиндра, если поле B_0 еще не разрушает сверхпроводимость в цилиндре. Найти также поверхностную плотность тока сверхпроводимости i .

О т в е т.

$$B = B_0 - \frac{2a^2(B_0 r)}{r^4} r + \frac{a^2}{r^4} B_0, \quad (80.10)$$

где r — радиус-вектор, перпендикулярный к оси цилиндра, проведенный от оси к точке наблюдения. Поле на поверхности цилиндра максимально при $\vartheta = 90^\circ$ и равно $B = 2B_0$ (см. рис. 205). Поверхностный ток течет параллельно оси цилиндра, причем $i = \frac{c}{2\pi} B_0 \sin \vartheta$.

10. Сверхпроводящий шарик летит по направлению к соленоиду вдоль его оси. Поле в центре соленоида $B = 1000$ Гс. Какова должна быть начальная скорость v шарика, чтобы он смог пролететь через соленоид насквозь? Диаметр соленоида много больше диаметра шарика. Плотность материала шарика $\rho = 8$ г/см³.

Решение. Пользуясь результатом решения задачи 8, легко показать, что потенциальная энергия в центре соленоида равна $1/2 (\sum E) = 1/4 B^2 R^3$. Применяя далее уравнение энергии, находим

$$v \geq B \sqrt{3/(4\pi)} \approx 170 \text{ см/с.}$$

11. Для получения сверхсильных магнитных полей в катушках применяются обмотки из сверхпроводников II рода. Концы обмоток (пока проволока находится в нормальном состоянии) присоединяются к источнику тока. Затем катушки охлаждаются до гелиевых температур и переходят в сверхпроводящее (или смешанное) состояние. После этого катушки отключаются от источника тока и замыкаются накоротко.

Сверхпроводящий короткозамкнутый многослойный соленоид с внутренним радиусом $a = 2$ см, наружным $b = 4$ см и длиной $l = 20$ см создает внутри поле $B_0 = 100$ кГс. Оценить количество жидкого гелия, которое испарится при переходе соленоида из сверхпроводящего (или смешанного) в нормальное состояние. Теплота испарения гелия $q = 0,7$ кал/см³.

Решение. Пренебрегаем краевыми эффектами. Ток в обмотке аппроксимируем током с постоянной объемной плотностью, что в оценочных вычислениях допустимо. Применив теорему о циркуляции, находим магнитное поле B на различных расстояниях r от оси соленоида:

$$B = \begin{cases} B_0 & \text{при } r \leq a, \\ B_0(b-r)/(b-a) & \text{при } a \leq r \leq b. \end{cases}$$

После этого легко находится магнитная энергия W системы:

$$W = \frac{lB_0^2}{48} [3a(a+b) - b(b-a)] \approx 1,17 \cdot 10^{11} \text{ эрг} \approx 2,8 \cdot 10^3 \text{ кал.}$$

Количество испарившегося гелия $W/q \approx 4 \cdot 10^3 \text{ см}^3 = 4 \text{ л.}$